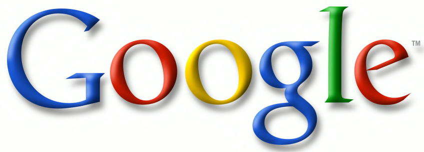






LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN

Tome I

Johann Andr. Christ. Michelsen's
Professors der Mathematic und Physic am vereinigten Berlinischen und Cöllnischen Gymnasium



Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst.



Erster Theil.

Halle
im Verlage des Waysenhauses
1782.

Sr. Hochwohlgebornen

Herrn

Johann Albrecht Philippi

Königl. Preußischen geheimen Kriegesrathe und Präsidenten der königlichen Residenzien

etc.

Sr. Hochwohlgebornen

Herrn

Carl Friedrich Ransleben

Königl. Preußischen geheimen Rathe und Bürgermeister der königlichen Residenzien

etc.

wie auch

Sr. Wohlgebornen

Herrn

Christian Benjamin Wackenroder

Königl. Preuß. Kriegesrathe und Bürgermeister der königlichen Residenzien

und

Sr. Wohlgebornen

Herrn

Christian Albrecht Friedrich Buchholz

Königl. Preuß. Kriegesrathe und Bürgermeister der königlichen Residenzien.

Hochwohlgeborne Wohlgeborne Hochzuverehrende Herrn!



Ich habe von Ew. Hochwohl- und Wohlgebornen während der Führung meines jetzigen Amts so viele und so starke Beweise von Deroselben

 Ge-

Gewogenheit gegen mich erhalten, daß mein dadurch innigst gerührtes Herz längst den Wunsch hegen mußte, meine Dankbarkeit dagegen öffentlich an den Tag legen zu können. Wie schmeichelhaft war für mich die Art, mit welcher Ew. Hochwohl- und Wohlgebornen mir vor drey und einem halben Jahre das Amt, das ich bekleide, übertrugen!

gen! Wie reizend nachmals Deroselben Gewogenheitsvolles Verhalten gegen mich! Wie ermunternd, daß Dieselben kürzlich die äussern Vortheile meines Postens ohne die geringste Bitte von meiner Seite so gütig vergrössert haben! Innigste Dankbarkeit, verbunden mit der grössten Verehrung und vollkommensten Hochachtung erfüllt gegen

Ew. Hochwohl- und Wohlgeborнen durch so viele und grosse Verdienste ausgezeichneten Lebens

Ew. Hochwohl-

und

Wohlgebornen

Berlin
den 4ten April
1782.

gehorsamster
J. A. C. Michelsen.

Vorrede.

Ich weiß nicht, ob mein Vorsatz, die juristische, politische und öconomische Rechenkunst ausführlich und ohne die höhere Arithmetic zu bearbeiten, allgemein gebilliget werden wird, und ich gestehe selbst, daß eine solche Behandlungsart nicht ohne alle Unbequemlichkeiten ist. Um dieselben mit ein Paar Worten zu berühren, so ist man ohnstreitig, wenn man die höhere Arithmetic zu Hülfe nimmt, oft im Stande weiter zu gehen, als man ohne dieselbe thun könnte, wenn gleich das Gebiet der gemeinen Rechenkunst nicht in so enge Grenzen eingeschlossen werden darf, als es Unger in seinen Beyträgen zur Mathesi forensi und andere thun. Ausserdem erfordert so wohl der Ausdruck als der Beweis der jedesmal zu befolgenden Regeln, wenn man sich dabey des Gebrauchs der Buchstaben enthält, meistentheils eine grössere Weitläuftigkeit, und endlich ist bey der Befolgung wörtlich ausgedruckter Regeln mehr Nachdenken nöthig, als wenn man nach Vorschriften rechnet, die in Buchstaben ausgedruckt sind. Ohnerachtet ich indeß

diese

diese Schwierigkeiten, ehe ich den gedachten Vorsatz vest faßte, in ihrer ganzen Grösse und Wichtigkeit überdacht habe, so sind sie gleichwohl nicht im Stande gewesen, mich von der Ausführung desselben zurückzuhalten, und die Gründe davon sind folgende. Einmal betrachtet man jetzt zwar nicht mehr so wie sonst die höhere Arithmetic als eine Wissenschaft, deren Erlernung ganz besondere Anlagen verlange, und noch weniger sieht man sie als blosse müßige Speculation an; indeß giebt es doch, so sehr man auch den Zugang zu ihr erleichtert hat, und so sehr man ihr in Ansehung ihrer Nutzbarkeit, so bald man einigen wahren Begriff von ihr hat, Gerechtigkeit wiederfahren läßt, unter denen, die sich der Mathematic nicht vorzüglich widmen, noch immer nur sehr wenige, die es der Mühe werth halten, sich frühzeitig in derselben eine solche Fertigkeit zu erwerben, daß sie ohne Schwierigkeit Regeln im algebraischen Gewande als Vorschriften gebrauchen könnten. Genau erwogen ist auch diese Fertigkeit so leicht nicht erworben; sie verlangt häufige und mannigfaltige Uebung, und ohne diese Uebung reicht dazu selbst der beste Unterricht nicht hin: Wo ist dazu stets die Gelegenheit? Wo, wenn

wenn diese da ist, die erforderliche Zeit? Schon aus diesem Grunde glaubte ich, bey der Gemeinnützigkeit der juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst, manchen Personen keinen unangenehmen Dienst zu erweisen, wenn ich dieselbe auf eine vollständige und allgemein faßliche Art bearbeitete. Diese Meinung bestätigte auch das Urtheil, welches verschiedene meiner Freunde über die vortreflichen Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst, fällten, welche Hr. Carl Chassot de Florencourt mit einer Vorrede des Herrn Hofr. Kästners vor einem Jahre zu Altona im Richterischen Verlage herausgegeben hat. Je mehr sich in diesem Fache von einem Schüler Kästners, dieser Name bedarf keinen Zusatz, hoffen ließ, desto mehr bedaurten sie, daß diese Abhandlungen nur für solche nutzbar wären, welche mit besonderm Fleisse sich auf die Mathematic gelegt hätten, und munterten dabey mich zu der Arbeit auf, von welcher ich hier den ersten Theil liefere. Unter andern that dies der berühmte Verfasser der öconomischen Encyclopädie, der dies Unternehmen zwar als mit vielen Schwierigkeiten verknüpft, aber doch auch als möglich und gemeinnützig betrachtete. Es schienen

mir

mir auch die anfänglich erwähnten Schwierigkeiten, je mehr ich sie überlegte, desto geringer. Reicht die gemeine Arithmetic oft so weit nicht als die höhere Rechenkunst, so ist sie doch zu den im Leben brauchbaren juristischen, politischen und öconomischen Rechnungen nicht unzureichend. Kann man, wenn man Buchstaben gebraucht, die Regeln der Rechenkunst kürzer ausdrucken und beweisen, so wird die Kenntniß derselben bey einem Vortrage, der sich der Buchstaben enthält, anschaulicher, man lernt dabey mehr die Anwendung der gegebenen Regeln, und genau betrachtet, so kann man als gemeiner Arithmetiker auch oft kürzere Wege einschlagen, als die Algebra an die Hand giebt. Was endlich das nöthige stärkere Nachdenken beym Rechnen ohne Buchstaben betrifft, so ist solches doch nur bey der so genannten Aufsetzung der Exempel nöthig, und vielleicht ist es da mehr ein Vortheil als ein Schade, indem es Gelegenheit werden kann, daß man sich um so weniger irret. Auf diese Art mußte ich insbesondere in Ansehung jener Unbequemlichkeiten denken, wenn ich mir den Vortrag der gemeinen theoretischen Arithmetic etwas anders als gewöhnlich eingerichtet dachte. Da ich in der

fol-

folgenden Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst in Ansehung der Grundregeln mich bisweilen von den gewöhnlichen Vorstellungen entfernt habe, so ist es unstreitig meine Pflicht, hier das wichtigste davon zu berühren, und dies wird mir Gelegenheit geben, über die beste Art, die gemeine theoretische Arithmetic vorzutragen, meine Gedanken zu eröffnen.

Es ist mir oft auffallend gewesen, daß diejenigen, die ich in der gemeinen theoretischen Arithmetic unterrichtete, bey so manchen Dingen Schwierigkeiten fanden, wobey sie gleichwohl keine andere als schon betretene Wege zu gehen hatten, oder welche, genau erwogen, doch bey weitem so schwer nicht waren, als andere mit grosser Leichtigkeit von ihnen begriffene Dinge. Ueberhaupt bin ich bey dem Unterrichte in der Geometrie immer weit eher im Stande gewesen, ohne Anstoß fortzuschreiten, als in der gemeinen theoretischen Arithmetic, selbst, wenn ich den Unterricht in der gesammten reinen Mathematic von der Geometrie angefangen hatte. Die Decimalrechnung, die Rechnung mit Dignitäten, die Logarithmen wurden gewöhnlich schwer

begriffen, und eine gründliche Ueberzeugung von der Richtigkeit der Regeln der gemeinen Rechenkunst erforderte wiederholte oft wiederholte Arbeit. Ueberzeugt, daß der Grund davon in der Methode liege, bemühte ich mich denselben aufzufinden, und glaubte ihn endlich in der Unvollständigkeit der ersten und eben deswegen Hauptbegriffe in der Arithmetic und darin wahrzunehmen, daß so manche Gegenstände in dieser Wissenschaft zu spät berührt werden. Ich dachte also vor allen Dingen über den Begriff der Zahl und ihre Arten nach, und da die Zahlen nichts anders sind als Begriffe oder Zeichen der Entstehungsart der Grössen aus andern gleichartigen, so mußte ich nothwendig so viel Arten der Zahlen annehmen, als es Entstehungsarten der Grössen aus andern gleichartigen giebt. Man betrachtet nun, wenn man die Entstehungsart der Grössen aus andern gleichartigen untersucht, die Grössen entweder an und für sich, oder in Rücksicht auf etwas. Im letztern Falle theilen sich die Grössen in positive und negative ein, wovon jene mit den absoluten Grössen übereinkommen. Ferner entsteht eine Grösse aus einer andern gleichartigen

1. durch die Wiederholung, wobey entweder
   A stets dieselbe Grösse oder stets ihr gleiches Gegentheil wiederholt wird. Geschieht dies, so ist die Wiederholung
      a eintheilig,
      b vieltheilig; oder es wird
   B nicht stets dieselbe Grösse oder ihr gleiches Gegentheil, sondern auch andere daraus entstandene Grössen wiederholt. Geschieht dies, so ist die Wiederholung
      a einfach,
      b zusammengesetzt, und diese
         A ungleichförmig,
         B gleichförmig.
2. durch die Theilung
   A einfache,
   B zusammengesetzte,
      a ungleichförmige,
      b gleichförmige.
3. durch die Wiederholung und Theilung nach einander angewandt
   A einfache Wiederholung und einfache Theilung.
   B einfache Wiederholung und zusammengesetzte, ungleichförmige oder gleichförmige, Theilung.

C zusammengesetzte, ungleichförmige oder gleichförmige, Wiederholung, und einfache Theilung.

D zusammengesetzte Wiederholung und Theilung,

a beyde ungleichförmig,

b die eine gleichförmig, und die andere ungleichförmig,

c beyde gleichförmig,

A ungleichartig, ungleichnamig oder gleichnamig

B gleichartig, und ungleichnamig.

Nach dieser Tabelle theilte und ordnete ich nun die Zahlen in folgende Classen.

1. Multiplicatoren,

A auf einerley Einheiten sich beziehende,

a eintheilige,

b vieltheilige.

B auf verschiedene Einheiten sich beziehende

a einfache,

b zusammengesetzte

A Producte,

B Dignitäten.

2. Divisoren

A einfache } eintheilige oder vieltheilige

B zusammengesetzte } eintheilige oder vieltheilige

a Producte

b Dignitäten

3. Brüche

A einfache

B und C theils einfache, theils zusammengesetzte

D durchaus zusammengesetzte

a Zähler und Nenner Producte

b der eine ein Product und der andere eine Dignität

c beyde Dignitäten

𝔄 ungleichartige, ungleichnamige oder gleichnamige

𝔅 gleichartige und ungleichnamige.

Hiezu kommt noch die Unterscheidung der Zahlen in positive und negative. Der Wurzeln wird bey den Dignitäten erwähnt, und eben daselbst auch der Logarithmen.

Nachdem ich mir auf diese Art die verschiedenen Arten der Zahlen geordnet hatte, glaubte ich im Stande zu seyn, die gesammte gemeine theoretische Arithmetic auf eine solche Art in Abschnitte zu theilen,

len, daß man in derselben eben so als in der Geometrie von dem einen Abschnitte zum andern ohne Anstoß fortschreiten könnte, theilte sie daher in zwey Haupttheile, und setzte zu den Abschnitten des ersten folgende vest.

1. Begriff der Zahl und ihre Arten. Art und Weise, dieselben so wohl durch Worte als durch Zeichen auszudrucken. Positive und negative Zahlen, Multiplicatoren und Divisoren, eintheilige so wohl als vieltheilige, Producte, Dignitäten, Wurzeln, Logarithmen, Brüche, insbesondere Decimalbrüche. Die Zeichen +, —, ×, : nebst dem gleichbedeutenden —, welches zwischen Zähler und Nenner zu stehen kommt, √ mit seinen Arten.

2. Die Addition der absoluten Grössen und Zahlen, der gleichnamigen so wohl als der ungleichnamigen.

3. Die Subtraction absoluter Grössen und Zahlen, gleichnamiger so wohl als ungleichnamiger.

4. Die Vereinigung entgegengesetzter Grössen und Zahlen.

5. Die Bestimmung des Unterschiedes entgegengesetzter Grössen und Zahlen.

6. Die

6. Die Multiplication der Grössen und Zahlen nach positiven so wohl als negativen Multiplicatoren,

a allgemeine Regeln der Multiplication

b besondere Regeln

1. für die Multiplication derjenigen Factoren, die Producte sind

2. für die Multiplication der Dignitäten nach Dignitäten, und hiebey die Addition der Logarithmen.

7. Die Division der Grössen und Zahlen nach positiven so wohl als negativen Divisoren

a allgemeine Regeln der Division

b besondere Regeln

1. für die Division zusammengesetzter Grössen und Zahlen nach Producten

2. für die Division der Dignitäten nach Dignitäten, und hiebey die Subtraction der Logarithmen

8. Genauere Betrachtung der Brüche, in so fern sie in den vorhergehenden Abschnitten nicht haben mitgenommen werden können.

a Verwandelung der Brüche in andere gleich bedeutende, insbesondere Decimalbrüche

b Verwandelung mehrerer Brüche in gleich bedeutende und mit einem gemeinschaftlichen Nenner ausgedruckte

c Addition der Brüche

d Subtraction der Brüche

e Vereinigung entgegengesetzter Brüche

f Bestimmung des Unterschieds entgegengesetzter Brüche.

9. Die Veränderung der Grössen und Zahlen nach Brüchen, oder die Multiplication und Division der Grössen und Zahlen nach Brüchen.

10. Die Erhebung aller Arten von Zahlen zu Dignitäten, und dabey die Multiplication der Logarithmen

11. Die Extraction der Wurzeln aus allen Arten der Zahlen, und dabey die Division der Logarithmen.

12. Von den logarithmischen Systemen, ihrer Beschaffenheit, Verfertigungsart und Gebrauch. Hiebey das ausserdem im vorhergehenden berührten von den Logarithmen ferner wissenswürdige.

Dem 2ten Hauptheile der Arithmetic ordnete ich ferner folgende Abschnitte unter.

1. Von

1. Von den Verhältnissen überhaupt, und den einfachen Verhältnissen insbesondere.
   - a Begriff des Verhältnisses und Arten desselben
   - b Verwandelung der Verhältnisse, insbesondere in andere gleiche Verhältnisse
   - c Verwandelung der Verhältnisse in Zahlen.
2. Von den zusammengesetzten Verhältnissen
   - a überhaupt
   - b von den mehrmal so hohen oder so niedrigen Verhältnissen insbesondere, und dabey
     1. von der Verwandelung der zusammengesetzten Verhältnisse in gleiche einfache
     2. von der Verwandelung der zusammengesetzten Verhältnisse in Zahlen.
3. Von den Logarithmen der Verhältnisse
4. Von der Veränderung der Grössen und Zahlen nach Verhältnissen
5. Von den Proportionen.
6. Von den Progreßionen
   - a den arithmetischen
   - b den geometrischen.

Ich kann, wenn ich nicht unzweckmäßig weitläuftig werden will, diesen tabellarischen Entwurf

nicht weiter ins besondere fortsetzen, und bin daher auch nicht im Stande, jetzt ganz den Gedanken aus dem Wege zu räumen, ob nicht auf diese Art der Vortrag der Arithmetic mehr erschwert als erleichtert werde, und ob derselbe systematisch genug sey? Mein Urtheil darüber gründet sich auf einen bereits damit gemachten Versuch, und ich behalte es mir vor, in Unterredungen eines Lehrers mit seinen Schülern über die wichtigsten Gegenstände der Arithmetic, die, eben so als meine Versuche in socratischen Gesprächen über die wichtigsten Gegenstände der ebenen Geometrie, nicht erdichtete Unterhaltungen seyn sollen, nach diesem Plane die Arithmetic behandelt zu liefern. Daß übrigens die Art zu rechnen, da man die jedesmal vorzunehmenden Operationen nicht selbst vollbringt, sondern nur bezeichnet, allenthalben gelehret und geübt werden müsse, versteht sich von selbst, weil darauf die Möglichkeit der Erfindung und der Beweise der Regeln der Arithmetic beruht. Jetzt will ich nun das, was wegen der in der folgenden Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst eingeschlagenen Wege hier angeführt werden muß, nach den vorhergehenden berühren.

Das

Das erste betrift die Multiplication und Division entgegengesetzter Factoren. Die Zeichen + und — werden so wie in der Mathematic überhaupt also auch in der Arithmetic in mancherley Bedeutung gebraucht, zeigen aber immer an, daß man die Grössen oder Zahlen, vor welchen sie stehen, mit Rücksicht betrachten müsse, so daß man daher zwey einander entgegenstehende Arten erhält. Dies ist ihre allgemeine Bedeutung; die jedesmalige besondere Bedeutung derselben ergiebt sich aus den statt findenden Umständen. Blosse Zahlen mit + oder — bezeichnet, sind nichts anders als zu summirende oder abzuziehende Zahlen. Eine Zahl an und für sich zeigt eine Einheit, oder einen oder mehrere Theile derselben als daseyend an. Versteht sich dies Daseyn nicht von selbst, so setzt man + vor die Zahl, um solches anzuzeigen. Das Zeichen — zeigt das Gegentheil an, und folglich, daß die Zahl, vor welcher es steht, als weggenommen oder als wegzunehmen gedacht werden solle. Werden aber Zahlen zu Einheiten, z. E. zu Rthl., oder auch zu andern Zahlen als Factoren gesetzt, so zeigen sie an, daß man diese Einheit oder Zahl entweder ganz oder einem oder einigen Theilen nach nehmen müsse. Versteht

steht sich, daß man diese Einheit oder Zahl u. s. w. selbst, so wie es die beygesetzte Zahl anzeigt, nehmen soll, nicht von selbst, so setzt man davor +; das Zeichen —, das das entgegenstehende anzeigen soll, bedeutet also, daß man das gleiche Gegentheil der Einheit oder eines oder mehrerer Theile derselben nehmen solle. Dies vorausgesetzt, so sey

der Multiplicandus	der Multiplicator
1. +	+
2. +	—
3. —	+
4. —	—.

Im ersten und dritten Falle muß man also den Multiplicandum selbst nehmen, und das Product erhält also im ersten + und im 3ten —; im 2ten und 4ten Falle aber muß das gleiche Gegentheil des Multiplicandus genommen werden, und das Product erhält im 2ten — und im 4ten +. Einerley Zeichen der Factoren geben also im Producte +, und verschiedene —. Wenn Zahlen Divisoren sind, so zeigen sie an, in wie viel Theile der Dividendus selbst getheilt werden soll. Ist Zweydeutigkeit zu befürchten, so setzt man das Zeichen + davor. Ein negativer Divisor

visor zeigt also an, daß das gleiche Gegentheil des Dividendus getheilt werden solle. Nun sey

der Dividendus	der Divisor
1. +	+
2. +	—
3. —	+
4. —	—;

so muß man auch hier im 1ten und 3ten Falle den Dividendus selbst, und im 2ten und 4ten sein gleiches Gegentheil theilen. Der Quotient ist daher im 1ten und 4ten Falle +, im 2ten und 3ten aber —. Mit andern Worten: Auch in der Division geben einerley Zeichen im Quotienten +, und verschiedene —.

Ich ziehe diese Vorstellungsart allen andern vor, weil man dabey den simpelsten Begriff von der Multiplication und Division beybehalten kann, und sie demohnerachtet gar nicht schwankend ist, so wie man solches von derjenigen, die sich in Eulers vollständigen Anleitung zur Algebra S. 14 u. f. findet, behaupten muß.

Das zweyte betrift die Logarithmen, und zwar

a den Begriff derselben.

Neper

Neper wurde durch die Betrachtung der Eigenschaften der arithmetischen und geometrischen Progreßionen auf die Erfindung der Logarithmen geleitet, und natürlich war es, daß dieser Umstand auf die Vorstellung, die er von den Logarithmen machte, Einfluß hatte. Brigg ging auf Nepers Rath bey der Berechnung der Logarithmen von Nepern ab, allein die arithmetischen und geometrischen Progreßionen wurden doch dabey vorausgesetzt. Auch nachher ist man größtentheils bey dieser Vorstellungsart geblieben; sie hat aber mehrere Unbequemlichkeiten. Denn einmal kann auf diese Art der Logarithmen erst spät gedacht werden, und das schadet der Fertigkeit im Gebrauche derselben. Zweytens werden die Logarithmen dadurch schwerer zu fassen, indem die Lehre von der Zusammensetzung und Theilung der Verhältnisse vorausgesetzt wird. Und endlich drittens gehen vor der Lehre von den Logarithmen, wenn man sie nach der Lehre von den Progreßionen erst vorträgt, in der Lehre von den Progreßionen wenigstens, viele Fälle vorher, wo der Gebrauch der Logarithmen von der größten Wichtigkeit ist. Von diesen Unbequemlichkeiten ist folgende Vorstellungsart frey.

Die

Die Zahlen, welche aus der Einheit durch eine gleichförmige Wiederholung oder Theilung entstehen, heissen Dignitäten. Um davon jedesmal einen deutlichen Begriff zu haben, muß man wissen, einmal die Grösse der Wiederholung oder Theilung, und zweytens, wie vielmal die gleichförmige Wiederholung oder Theilung angestellt sey. Die Zahl, welche die Grösse der Wiederholung oder Theilung anzeigt, wird die Wurzel, und die Zahl, welche die Menge der gleichförmigen Wiederholungen oder Theilungen anzeigt, der Exponent oder der Logarithme der Dignität genannt. Da die gleichförmigen Wiederholungen und Theilungen einander entgegengesetzt sind, so theilen sich die Dignitäten in positive und negative ein, und beyde Arten erhalten von der Anzahl der in ihnen befindlichen Wiederholungen oder Theilungen die Beynamen erste, zweyte, dritte, vierte u. s. w. positive oder negative Dignität. Die erste Dignität ist mit der Wurzel einerley, die zweyte Dignität heißt auch Quadratzahl, und die dritte Cubiczahl. Bey den positiven Dignitäten ist der Logarithme positiv, und bey den negativen negativ. Es zeigt nemlich der Logarithme ohne oder mit dem Zeichen + eine gleichförmige Wiederholung

holung an, und da der negative Logarithme eine entgegenstehende Bedeutung haben muß, so bleibt für ihn nichts als die gleichförmige Theilung anzuzeigen übrig. Die Wurzeln werden in Rücksicht auf die Dignität, zu welcher sie gerechnet werden, auch die zweyte, dritte, vierte Wurzel u. s. w. genennt, und die erste Wurzel heißt auch Quadratwurzel, und die dritte Cubicwurzel. Was die Art eine Dignität zu schreiben betrift, so setzt man oberhalb der Wurzel etwas zur Rechten den Logarithmen, gebraucht aber dazu eine kleiner geschriebene Zahl als zu der Wurzel.

Folgende Reihe

$\frac{1}{1\times4\times4\times4\times4}$, $\frac{1}{1\times4\times4\times4}$, $\frac{1}{1\times4\times4}$, $\frac{1}{1\times4}$, $\frac{1}{1}$, 1×4, $1\times4\times4$, $1\times4\times4\times4$, $1\times4\times4\times4\times4$

stellt verschiedene gleichförmige Wiederholungen und Theilungen der Einheit durch 4 vor. Man braucht, um jedes Glied derselben sich deutlich vorstellen zu können, nichts weiter zu wissen, als einmal, daß durch 4, und zweytens, wie vielmal gleichförmig wiederholt oder getheilt worden ist. Daß das Geschäft der gleichförmigen Wiederholung oder Theilung jedesmal von der Einheit anfange, muß ein für allemal vorausgesetzt werden. Weit besser als

die Ausdrücke in den vorhergehenden Reihen sind nach dem angeführten

$$4^{-4} \text{ anstatt } \frac{1}{1\times4\times4\times4\times4}$$
$$4^{-3} \text{ — } \frac{1}{1\times4\times4\times4}$$
$$4^{-2} \text{ — } \frac{1}{1\times4\times4}$$
$$4^{-1} \text{ — } \frac{1}{1\times4}$$
$$4^{0} \text{ — } 1$$
$$4^{1} \text{ — } 1\times4$$
$$4^{2} \text{ — } 1\times4\times4$$
$$4^{3} \text{ — } 1\times4\times4\times4$$
$$4^{4} \text{ — } 1\times4\times4\times4\times4.$$

Eine jede Zahl in der Dignität 0 ist gleich 1, denn da bey der gleichförmigen Wiederholung und Theilung, wovon hier die Rede ist, der Anfang immer von 1 gemacht wird, so bleibt 1, wenn man weder wiederholt noch theilt, und das will eben der Logarithme 0 sagen. Anstatt 4^1 schreibt man blos 4, und auf ähnliche Art in ähnlichen Fällen.

Folgende Reihe

$\frac{1}{1\times6\times6\times6\times6\times6}$, $\frac{1}{1\times6\times6\times6\times6}$, $\frac{1}{1\times6\times6\times6}$, $\frac{1}{1\times6\times6}$, $\frac{1}{1\times6}$, $\frac{1}{1}$, 1×6, $1\times6\times6$, $1\times6\times6\times6$, $1\times6\times6\times6\times6$, $1\times6\times6\times6\times6\times6$, ist also auch mit folgender gleichbedeutend 6^{-5}, 6^{-4}, 6^{-3}, 6^{-2}, 6^{-1}, 6^{-0},

$6, 6^2, 6^3, 6^4, 6^5$; und es sind nunmehr schon folgende Folgen verständlich.

Die positiven Dignitäten (es ist hier nur von solchen Fällen die Rede, wenn die Wurzel eine ganze Zahl ist) sind jederzeit Multiplicatoren, und die negativen Dignitäten dagegen Divisoren. Aus dieser Ursach kann man auch statt $4^{-4}, 4^{-3}, 4^{-2}, 4^{-1}$ setzen, $\frac{1}{4^4}, \frac{1}{4^3}, \frac{1}{4^2}, \frac{1}{4}$, und anstatt $6^{-5}, 6^{-4}, 6^{-3}, 6^{-2}, 6^{-1}$ folgendes $\frac{1}{6^5}, \frac{1}{6^4}, \frac{1}{6^3}, \frac{1}{6^2}, \frac{1}{6}$. Dignitäten von einer Wurzel kann man gleichartige, und Dignitäten von verschiedenen Wurzeln ungleichartige nennen, so wie die, die einerley Logarithmen haben, gleichnamige, und die, deren Logarithmen ungleich sind, ungleichnamige heissen können. Diese Benennungen vorausgesetzt, so sind die gleichartigen und gleichnamigen Dignitäten stets einander gleich, die gleichartigen und ungleichnamigen hingegen, so wie auch die ungleichartigen und gleichnamigen unter einander ungleich, und gleichartige und gleichnamige entgegengesetzte Dignitäten nach einander gedacht, führen stets zu 1.

Einer-

Einerley Logarithmen können zu ganz verschiedenen Zahlen gehören, aber nicht zu verschiedenen Mengen gleichförmiger Wiederholungen oder Theilungen. Blos der Logarithme o hat seine bestimmte Zahl, nemlich 1. Man kann im eigentlichsten Verstande sagen, Ein Logarithme kann zu allen nur möglichen, und also zu unendlich vielen Zahlen gerechnet werden.

Vielleicht wäre es manchem nicht unangenehm, diese ersten Begriffe und Grundsätze von den Logarithmen, welche bereits in dem 1ten Abschnitte des 1ten Hauptheils der Arithmetic ihren Platz finden können und müssen, und in dem 6ten und 7ten Abschnitte nur noch weiter zu erläutern und geläufig zu machen sind, hier etwas weitläuftiger entwickelt zu lesen. Ich muß mich aber desselben enthalten, um nicht gar zu weitläuftig zu werden.

b Muß ich von dem Gebrauche der Logarithmen reden.

Der Gebrauch der Logarithmen setzt verschiedene Sätze voraus, welche ich hier anführen, und sogleich mit den daraus fliessenden Regeln zum Gebrauche der Logarithmen verbinden will.

Der erste Satz: Wenn man gleichartige Dignitäten, die einander nicht entgegengesetzt sind, mit einander multiplicirt, so ist das Product eine Dignität von derselben Art, und ihr Logarithme die Summe der Logarithmen der Factoren. Eben das gilt, wenn man noch mehr gleichartige und einander nicht entgegengesetzte Dignitäten als zwey mit einander multiplicirt. Wenn man also zwey oder mehrere gleichartige und einander nicht entgegengesetzte Dignitäten mit einander multipliciren will, so darf man nur die Wurzel unverändert lassen, und daran als Logarithmen die Summe der Logarithmen der Factoren setzen. So ist z. B.

$$4^3 \times 4^2 = 4^5$$
$$8^5 \times 8^3 = 8^8$$
$$3^{-4} \times 3^{-6} = 3^{-10}$$
$$10^{-2} \times 10^{-4} = 10^{-6}$$

Der zweyte Satz: Wenn man gleichartige Dignitäten, die einander nicht entgegengesetzt sind, mit einander dividirt, so ist der Quotient eine Dignität von eben der Art, nur daß der Logarithme derselben die Differenz zwischen dem Logarithmen des Dividendus und des Divisors ist. Wenn man also eine Dignität durch eine andere gleichartige dividiren soll,

soll, so darf man nur der unveränderten Wurzel den Logarithmen geben, welcher die Differenz zwischen den Logarithmen des Dividendus und des Divisors ist. So ist z. B.

$$\frac{4^5}{4^2} = 4^3$$

$$\frac{8^8}{8^3} = 8^5$$

$$\frac{3^{-10}}{3^{-6}} = 3^{-4}$$

$$\frac{10^{-6}}{10^{-2}} = 10^{-4}.$$

Der erste Satz nebst seiner Folge gehört in den 6ten Abschnitt, und der andere in den 7ten. Von beyden muß man die stärkste Ueberzeugung erhalten, so bald man den Sinn der Bezeichnungen der Dignitäten, und der Redensart, eine Dignität durch eine andere gleichartige multipliciren oder dividiren, sich richtig und deutlich denkt. Auch überzeugt man sich nun leicht von der Richtigkeit folgender Ausdrücke, und der dabey zum Grunde liegenden Regeln

$$\frac{4^8}{4^2 \times 4^3} = 4^3, \text{ denn es ist}$$

$$\frac{4^8}{4^2 \times 4^3} = \frac{4^8}{4^5} = 4^3.$$

$$\frac{7^3}{7^5} = 7^{-2}, \text{ denn es ist}$$

$$\frac{7^3}{7^5} = \frac{7^3}{7^3 \times 7^2} = \frac{1}{7^2} = 7^{-2}.$$

Der dritte Satz: Entgegengesetzte gleichartige Dignitäten mit einander multipliciren, oder mit den negativen Dignitäten, indem man sie als positive betrachtet, die übrigen dividiren ist eins. Man hat also, wenn man entgegengesetzte gleichartige Dignitäten mit einander multipliciren soll, nur nöthig, die Logarithmen der Factoren nach den Regeln der Vereinigung entgegengesetzter Zahlen zu vereinigen. So ist z. B.

$$4^3 \times 4^{-6} \times 4^8 = \frac{4^3 \times 4^8}{4^6} = \frac{4^{11}}{4^6} = 4^5, \text{ oder}$$

$$4^3 \times 4^{-6} \times 4^8 = 4^{3-6+8} = 4^5.$$

Der vierte Satz: Dignitäten durch gleichartige entgegengesetzte dividiren, heißt den Dividendum mit dem entgegenstehenden Divisor multipliciren. Man darf also nur, um solches zu thun, zwischen dem Logarithmen des Dividendus und dem Logarithmen des Divisors nach den Regeln von der Bestimmung des Unterschiedes entgegengesetzter Zahlen den Unterschied suchen. So ist z. B.

$$\frac{9^7}{9^{-3}} = 9^{10}, \text{ denn}$$

$$\frac{9^7}{9^{-3}} = 9^7 \times 9^3 = 9^{10}, \text{ oder}$$

$$\frac{9^7}{9^{-3}} = 9^{7+3} = 9^{10}. \text{ Ferner ist}$$

$$\frac{10^{-4}}{10^3} = 10^{-7}, \text{ denn}$$

$$\frac{10^{-4}}{10^3} = 10^{-4} \times 10^{-3} = 10^{-7}, \text{ oder}$$

$$\frac{10^{-4}}{10^3} = 10^{-4-3} = 10^{-7}.$$

Dieser dritte und vierte Satz gehören in den 9ten Abschnitt des 1ten Hauptheils der Arithmetic, und sind auf dem vorhin angezeigten Wege nicht schwer zu begreifen. Auch kann man nach dem bisherigen sich sehr bald von der Richtigkeit folgender mehr zusammengesetzter Ausdrücke und der Regeln, worauf ihre Veränderung beruht, überzeugen.

$$\frac{5^3 \times 5^{-7}}{5^2 \times 5^{-4}} = 5^{-2}, \text{ denn}$$

$$\frac{5^3 \times 5^{-7}}{5^2 \times 5^{-4}} = \frac{5^3 \times 5^4}{5^2 \times 5^7} = \frac{5^{3+4}}{5^{2+7}} = \frac{5^7}{5^9} = 5^{-2}.$$

$$\frac{7^3 \times 7^{-4} \times 7^5}{7^2 \times 7^{-3}} = 7^5, \text{ denn}$$

$$\frac{7^3 \times 7^{-4} \times 7^5}{7^2 \times 7^{-3}} = \frac{7^3 \times 7^5 \times 7^3}{7^2 \times 7^4} = \frac{7^{3+5+3}}{7^{2+4}} = \frac{7^{11}}{7^6} = 7^5.$$

Der fünfte Satz: Eine Dignität zur Quadratzahl erhoben, giebt eine gleichartige Dignität mit zweymal so grossen Logarithmen; zur Cubiczahl erhoben, eine gleichartige Dignität mit dreymal so grossen Logarithmen, zur vierten Dignität erhoben, eine gleichartige Dignität mit viermal so grossen Logarithmen u. s. w. So ist z. B.

$(4^4)^2 = 4^8$
$(4^4)^3 = 4^{12}$
$(4^4)^4 = 4^{16}$
$(4^4)^5 = 4^{20}$ u. s. w. Desgleichen
$(7^{-2})^2 = 7^{-4}$
$(7^{-2})^3 = 7^{-6}$
$(7^{-2})^4 = 7^{-8}$
$(7^{-2})^5 = 7^{-10}$
$(7^{-2})^6 = 7^{-12}$ u. s. w. Wenn man also eine Dignität als Wurzel betrachten, und dieselbe von neuem zu irgend einer Dignität erheben will; so hat man nur nöthig, den Logarithmen jener Dignität mit dem Logarithmen von dieser zu multipliciren.

ren. Sucht man z. B. die Quadratzahl, so multiplicirt man mit 2, sucht man die Cubiczahl, so multiplicirt man mit 3 u. s. f.

Der sechste Satz: Die Quadratwurzel einer Dignität ist eine gleichartige Dignität mit halb so grossen Logarithmen, die Cubicwurzel einer Dignität ist eine gleichartige Dignität mit dem Drittheil des Logarithmen, die vierte Wurzel einer Dignität ist eine gleichartige Dignität mit dem Viertheile des Logarithmen u. s. w. So ist z. B.

$$\sqrt{6^4} = 6^2$$

$$\sqrt[3]{6^4} = 6^{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt[4]{6^4} = 6$$

$$\sqrt[5]{6^4} = 6^{\frac{4}{5}}$$ u. s. w. Desgleichen

$$\sqrt{8^{-12}} = 8^{-6}$$

$$\sqrt[3]{8^{-12}} = 8^{-4}$$

$$\sqrt[4]{8^{-12}} = 8^{-3}$$

$$\sqrt[5]{8^{-12}} = 8^{-\frac{12}{5}}$$

$$\sqrt[6]{8^{-12}} = 8^{-2}$$

$$\sqrt[7]{8^{-12}} = 8^{-\frac{12}{7}}$$ u. s. w.

Will man also aus einer Dignität die Quadratwurzel ziehen, so hat man nur nöthig, ihren Logarithmen mit 2 zu dividiren; will man die Cubicwurzel haben, so dividirt man diesen Logarithmen mit 3, will man die vierte Wurzel finden, so dividirt man mit 4, u. s. w.

Dieser fünfte und sechste Satz gehören in den 10ten und 11ten Abschnitt des 1ten Haupttheils der Arithmetic. Die gebrochenen Logarithmen werden darin auch in Decimalzahlen verwandelt, und anstatt $6^{\frac{4}{3}}$ z. B. gesetzt $6^{1,33333\cdots}$, anstatt $6^{\frac{4}{5}}$ aber $6^{0,8}$ u. s. w.

Vermittelst der bisher angeführten Sätze ist die Beschäftigung mit gleichartigen Dignitäten in Ansehung der Multiplication, Division, Erhebung zu Dignitäten, und Extraction der Wurzeln leicht, so lange dabey nur verlangt wird, daß die gleichartige Dignität, die dadurch hervorgebracht wird, überhaupt angegeben werden soll; und auch folgendes kann darnach verständlich seyn.

$\left(\frac{4^3}{4^2}\right)^6$

$$\left(\frac{4^3}{4^2}\right)^6 = \frac{4^{18}}{4^{12}} = 4^6$$

$$\left(\frac{7^3}{4^2}\right)^5 = \frac{7^{15}}{4^{10}}$$

$$\left(\frac{3^{-4}}{5^2}\right)^3 = \frac{3^{-12}}{5^6}$$

$$\sqrt{\left(\frac{6^4}{3^2}\right)} = \frac{6^2}{3}$$

$$\sqrt{\left(\frac{5^8}{9^6}\right)} = \frac{5^4}{9^3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{7^{-9}}{5^6}} = \frac{7^{-3}}{5^2}$$

$$\sqrt[5]{\frac{7^6}{5^3}} = \frac{7^{\frac{6}{5}}}{5^{\frac{3}{5}}} = \frac{7^{1,2}}{5^{0,6}} \text{ u. s. w.}$$

Noch weit grösser aber ist der Vortheil, wenn man sich Reihen von entwickelten Dignitäten derjenigen Wurzel gemacht hat, deren Dignitäten man unter einander multipliciren, dividiren, zu Dignitäten erheben, oder aus ihnen irgend eine Wurzel ziehen soll, und zwar so, daß darunter oder darneben der Logarithme steht. Nimmt man zur Wurzel 2 an, so erhält man folgende Reihe.

Log.	Dign.	Log.	Dign.
0	1	— 0	1
1	2	— 1	$\frac{1}{2}$
2	4	— 2	$\frac{1}{4}$
3	8	— 3	$\frac{1}{8}$
4	16	— 4	$\frac{1}{16}$
5	32	— 5	$\frac{1}{32}$
6	64	— 6	$\frac{1}{64}$
7	128	— 7	$\frac{1}{128}$
8	256	— 8	$\frac{1}{256}$
9	512	— 9	$\frac{1}{512}$
10	1024	— 10	$\frac{1}{1024}$
11	2048	— 11	$\frac{1}{2048}$
12	4096	— 12	$\frac{1}{4096}$
13	8192	— 13	$\frac{1}{8192}$
14	16384	— 14	$\frac{1}{16384}$
15	32768	— 15	$\frac{1}{32768}$
16	65536	— 16	$\frac{1}{65536}$
17	131072	— 17	$\frac{1}{131072}$
18	262144	— 18	$\frac{1}{262144}$
19	524288	— 19	$\frac{1}{524288}$
20	1048576	— 20	$\frac{1}{1048576}$
21	2097152	— 21	$\frac{1}{2097152}$
22	4194304	— 22	$\frac{1}{4194304}$
23	8388608	— 23	$\frac{1}{8388608}$
24	16777216.	— 24	$\frac{1}{16777216}$.

Nimmt

Nimmt man hingegen zur Wurzel 5 an, so erhält man folgende.

Log.	Dign.	Log.	Dign.
0	1	— 0	1
1	5	— 1	$\frac{1}{5}$
2	25	— 2	$\frac{1}{25}$
3	125	— 3	$\frac{1}{125}$
4	625	— 4	$\frac{1}{625}$
5	3125	— 5	$\frac{1}{3125}$
6	15625	— 6	$\frac{1}{15625}$
7	78125	— 7	$\frac{1}{78125}$
8	390625	— 8	$\frac{1}{390625}$
9	1953125	— 9	$\frac{1}{1953125}$
10	9765625	— 10	$\frac{1}{9765625}$
11	48828125	— 11	$\frac{1}{48828125}$
12	244140625	— 12	$\frac{1}{244140625}$
13	1220703125	— 13	$\frac{1}{1220703125}$
14	6103515625	— 14	$\frac{1}{6103515625}$
15	30517578125	— 15	$\frac{1}{30517578125}$
16	152587890625.	— 16	$\frac{1}{152587890625}$.

Wenn nemlich

a die Dignitäten, die man mit einander multipliciren will, in dergleichen Reihen stehen, so kann man das Geschäft der Multiplication durch eine

Addi-

Addition der Logarithmen der Factoren verrichten. Gesetzt z. B. man sollte 4096 mit 512 multipliciren, so zeiget die Reihe der Wurzel 2, daß 4096 die 12te, und 512 die 9te Dignität von 2 ist. Man weiß aber nach dem 1ten der obigen Sätze, daß das Product zweyer gleichartigen Dignitäten eine Dignität von eben der Art ist, deren Logarithme der Summe der Logarithmen der Factoren gleicht, und also in dem gegebenen Falle, daß das Product aus 4096 in 512 die 21te Dignität von 2 sey. Aber auch diese enthält die genannte Reihe, und das Product ist also 2097152. Will man zum Ueberflusse sich hievon durch eine Probe überzeugen, so darf man nur rechnen

```
    4096
     512
   -----
    8192
   4096
  20480
 -------
 2097152
```

Sollte man 78125 mit 3125 multipliciren, so ist nach der Reihe der Wurzel 5

78125

$78125 = 5^7$, und

$3125 = 5^5$; also ist,

$78125 \times 3125 = 5^7 \times 5^5 = 5^{12}$ und

$5^{12} = 244140625$. Folglich ist

$78125 \times 3125 = 244140625$. Multiplicirt man

$$\begin{array}{lr} & 78125 \\ \text{mit} & 3125 \\ \hline & 390625 \\ & 156250 \\ & 78125 \\ & 234375 \\ \hline \text{so erhält man} & 244140625. \end{array}$$

Eben so ist

$\frac{1}{1024} \times \frac{1}{128} = 2^{-10} \times 2^{-7} = 2^{-17} = \frac{1}{131072}$, und

$\frac{1}{125} \times \frac{1}{3125} = 5^{-3} \times 5^{-5} = 5^{-8} = \frac{1}{390625}$.

Soll man ferner

b eine Dignität durch eine andere gleichartige dividiren, so hat man, die Dignitätenreihe der Wurzel der gegebenen Dignitäten vorausgesetzt, zur Findung des Quotienten nichts als eine Subtraction nöthig. Soll z. B. 16777216 durch 16384 dividirt werden, so zeigt die Reihe der Wurzel 2, daß

16777216

$16777216 = 2^{24}$, und

$16384 = 2^{14}$. Durch den 2ten der obigen Sätze aber weiß man, daß

$\frac{2^{24}}{2^{14}} = 2^{10}$, und die gedachte Reihe zeigt an, daß

$2^{10} = 1024$.

Will man zum Ueberflusse auch wirklich dividiren, so sieht man die Richtigkeit des behaupteten an der Uebereinstimmung beyder Resultate.

```
16384    16777216 | 1024.
           49363
           37781
           1683
            11
```

Sollte ferner 152587890625 durch 9765625 dividirt werden, so sieht man aus der Reihe der Wurzel 5, daß

$152587890625 = 5^{16}$ und

$9765625 = 5^{10}$. Durch den gedachten Satz aber weiß man, daß

$\frac{5^{16}}{5^{10}} = 5^{6}$, und die gedachte Reihe zeigt, daß

$5^{6} = 15625$.

Eben

Eben dies giebt die wirkliche Division

```
9765625     152587890625 | 15625
              659316452  |
              544065131
               9183150
               6747948
                264823
                  503
                  48
                  3
```

So ist nun auch $\frac{1}{65536} : \frac{1}{2048} = \frac{2^{-16}}{2^{-11}} = 2^{-5} = \frac{1}{32}$;

und $\frac{1}{9765625} : \frac{1}{244140625} = \frac{5^{-10}}{5^{-12}} = 5^{2} = 25$;

u. s. w.

Wer das bisherige genau erwogen hat, der wird die weitern Anwendungen des erläuterten Vortheils aus folgenden kennen zu lernen im Stande seyn.

1. $256 \times 64 \times 1024 = 2^{8} \times 2^{6} \times 2^{10} = 2^{24}$
$= 16777216$.

2. $1048576 \times \frac{1}{4096} \times 8192 \times \frac{1}{32} = 2^{20} \times 2^{-12}$
$\times 2^{13} \times 2^{-5} = 2^{16} = 65536$.

3. $\frac{1}{9765625} \times 390625 \times \frac{1}{625} = 5^{-10} \times 5^{8} \times {}^{-4}$
$= 5^{-6} = \frac{1}{15625}$.

4. $78125 \times \frac{1}{30517578125} \times 3125 = 5^{7} \times 5^{-15} \times 5^{5} = 5^{-3} = \frac{1}{125}$.

5. $\frac{\frac{1}{4096}}{512} = \frac{2^{-12}}{2^{9}} = 2^{-21} = \frac{1}{2097152}$.

6. $\frac{2048}{\frac{1}{256}} = \frac{2^{11}}{2^{-8}} = 2^{19} = 524288$.

7. $\frac{\frac{1}{78125}}{\frac{1}{625}} = \frac{5^{-7}}{5^{-4}}\ 5^{-3} = \frac{1}{125}$.

8. $\frac{15625 \times \frac{1}{3125} \times 78125}{\frac{1}{25} \times 1953125 \times 625} = \frac{5^{6} \times 5^{-5} \times 5^{7}}{5^{-2} \times 5^{9} \times 5^{4}}$

$= \frac{5^{8}}{5^{11}} = 5^{-3} = \frac{1}{125}$ u. s. w.

Will man

c. eine Dignität von neuem zu einer Dignität erheben, so wird man durch die angeführten Reihen in den Stand gesetzt, das verlangte durch eine sehr leichte Mnltiplication zu finden. Soll z. B. 512 zur Quadratzahl erhoben werden, so lehrt die Reihe der Wurzel 2, daß $512 = 2^{9}$, und nach dem 5ten der oben berührten Sätze ist $(2^{9})^{2} = 2^{18}$, und nach der eben gedachten Reihe $2^{18} = 262144 = (512)^{2}$.

Ferner

Ferner sey zu suchen $(3125)^3$.

Da $3125 = 5^5$

und $(5^5)^3 = 5^{15}$

ferner $5^{15} = 30517578125$;

so ist $(3125)^3 = 30517578125$.

Soll gesucht werden $\left(\frac{1}{256}\right)^3$; so ist

$\frac{1}{256} = 2^{-8}$,

und $(2^{-8})^3 = 2^{-24}$

und $2^{-24} = \frac{1}{16777216} = \left(\frac{1}{256}\right)^3$

Soll man endlich finden $\left(\frac{128}{625}\right)^3 = \frac{128^3}{625^3}$; so

ist $128 = 2^7$

und $625 = 5^4$

also $\frac{128}{625} = \frac{2^7}{5^4}$

und $\left(\frac{128}{625}\right)^3 = \frac{2^{21}}{5^{12}}$

und $\frac{2^{21}}{5^{12}} = \frac{2097152}{244140625} = \left(\frac{128}{625}\right)^3$.

Will man endlich

d. aus einer Dignität irgend eine Wurzel ziehen; so ist man vermittelst jener Reihen im Stande, das

gesuchte durch eine blosse Division zu finden. Gesetzt zum Beyspiel, daß $\sqrt{65536}$ zu suchen wäre; so ist

$$65536 = 2^{16}$$
und $\sqrt{2^{16}} = 2^{8}$
und $2^{8} = 256$
also $\sqrt{65536} = 256.$

Sollte $\sqrt[3]{1953125}$ gesucht werden, so ist

$$1953125 = 5^{9}$$
und $\sqrt[3]{5^{9}} = 5^{3}$
und $5^{3} = 125$
also $\sqrt[3]{1953125} = 125.$

Wird $\sqrt[4]{\frac{1}{1048576}}$ verlangt; so ist

$$\frac{1}{1048576} = 2^{-20}$$
und $\sqrt[4]{2^{-20}} = 2^{-5}$
und $2^{-5} = \frac{1}{32}$
also $\sqrt[4]{\frac{1}{1048576}} = \frac{1}{32}.$

Ist endlich $\sqrt[5]{\frac{32768}{9765625}}$ zu suchen; so ist

$$32768 = 2^{15}$$
und $9765625 = 5^{10}$
also $\frac{32768}{9765625} = \frac{2^{15}}{5^{10}}$

und

und $\sqrt[5]{\left(\frac{2^{15}}{5^{10}}\right)} = \frac{2^3}{5^2}$

und $\frac{2^3}{5^2} = \frac{8}{25}$

also $\sqrt[5]{\frac{32768}{9765625}} = \frac{8}{25}$

Ausdrücke wie folgende $\frac{2^6}{2^3}$, $\frac{5^8}{5^2}$, $\frac{2^{-6}}{2^3}$ können nach dem obigen, wenn sie zu Dignitäten erhoben oder aus ihnen eine Wurzel gezogen werden soll, zuvor in diese 2^{3}, 5^4, 2^{-9} verwandelt werden, und ist dies geschehen. so ist das weiter erforderliche bekannt.

c. (s. S. XXXV) von den logarithmischen Systemen.

Unter logarithmischen Systemen versteht man entwickelte Dignitätenreihen mit ihren Logarithmen. Man kann derselben eine unendliche Menge verfertigen, hat aber zum Gebrauche nur ein vollständiges nöthig. Zur Vollständigkeit eines logarithmischen Systems gehört, daß es unter seinen Dignitäten die Zahlen in ihrer natürlichen Ordnung, und zwar je weiter desto besser, enthalte, indeß brauchen solches nur die Multiplicatoren zu seyn, indem

die Logarithmen der gleichen Divisoren nur negativ sind, und ausserdem ist es genug, wenn es nur die ganzen Zahlen enthält. Unter allen möglichen logarithmischen Systemen ist bey dem üblichen Zahlengebäude keins bequemer, als dasjenige, dessen Wurzel 10 ist.* Was man nemlich auch für ein System annimmt, so können nicht alle Logarithmen ganze Zahlen seyn, sondern es bestehen die mehresten aus einer ganzen Zahl (Characteristic, Kennzifer) und aus einem zehntheiligen Bruche (Mantisse). Wenn man zur Wurzel 2 nimmt, so sind bloß die Logarithmen von 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096 u. s. w. ganze Zahlen, die Logarithmen aller der Zahlen aber, die zwischen die genannten fallen, ganze Zahlen und zehntheilige Brüche. Verfertiget man nun ein logarithmisches System der Wurzel 10, so kann man einmal die Characteristic einer jeden Zahl sehr leicht finden, indem sie stets aus so viel Einheiten besteht, als die gegebene Zahl Zifern der höhern Ordnungen hat. Von 1 bis 9 ist daher die Kennzifer der Logarithmen der Zahlen 0, von 10 bis 99 ist sie 1, von 100 bis 999 ist sie 2, von 1000 bis 9999 ist sie 3 u. s. w.; ferner ist die Kennzifer der Logarithmen

rithmen der Zehntheile —1, der Hunderttheile—2, der Tausendtheile — 3 u. s. w. Zweytens unterscheiden sich die Logarithmen der Zahlen, die zu verschiedenen Ordnungen gehören, aber durch einerley Zifern ausgedruckt sind, bloß durch die Kennzifer, in Ansehung der Mantisse hingegen ganz und gar nicht. Ist z. B. der Logarithme der Zahl 36579 = 4,5632318, so ist

von der Zahl		der Logarithme	
365790	=	5,5632318	
3657900	=	6,5632318	
36579000	=	7,5632318	u. s. w.
3657,9	=	3,5632318	
365,79	=	2,5632318	
36,579	=	1,5632318	
3,6579	=	0,5632318	
0,36579	=	— 1,5632318	
0,036579	=	— 2,5632318	
0,0036579	=	— 3,5632318	u. s. w.

wo bey den 3 letzten Logarithmen blos die Kennzifer, nicht aber die Mantisse negativ ist. Drittens können bey diesem System die logarithmischen Tafeln viel mehr zusammengezogen werden, als bey irgend einem andern. Aus diesen Gründen ist daher das

zum gewöhnlichsten Gebrauche verfertigte logarithmische System für die Wurzel 10 berechnet worden, und die darin befindlichen Logarithmen heissen die Briggischen oder künstlichen Logarithmen. Eine vollständige und sehr gründliche Beschreibung dieser Logarithmen, und insbesondere der Verfertigung und des Gebrauchs eines Systems derselben findet man in dem 2ten Theile des vortreflichen Lehrbegriffs der gesammten Mathematic des Herrn Hofrath Karsten im 7ten Abschnitte, worauf ich diejenigen verweise, die das bisher gesagte, verbunden mit der kurzen Einleitung zum 1ten Bande der Schulzischen Sammlung logarithmischer, trigonometrischer und anderer Tafeln, für sich noch unzureichend finden; denn mehr von den Logarithmen hier anzuführen, würde für diesen Ort zu weitläuftig seyn, und ich finde es auch nicht nöthig, da ich dasjenige, was in der gedachten kurzen Einleitung enthalten ist, voraussetzen darf, weil man bey logarithmischen Rechnungen die Schulzischen Tafeln haben muß.

Das dritte (s. S. XXIX) wovon ich hier mit wenigen reden muß, betrifft die Verwandelung der Verhältnisse in Zahlen, und die Veränderung der Grössen und Zahlen nach Verhältnissen.

Zuerst

Zuerst von der Verwandelung der Verhältnisse in Zahlen. Zahlen und Grössen stehen im Verhältnisse, wenn man dieselben unter einander vergleicht, so daß man auf die Entstehungsart der einen aus der andern sieht. Diejenige Zahl oder Grösse, aus welcher man in Gedanken eine andere entstehen läßt, heißt das nachfolgende Glied, und die andere das vorhergehende Glied. Das nachfolgende Glied setzt man nach (:) und das vorhergehende Glied vor (:). In 6 : 3 ist also 3 das nachfolgende, und 6 das vorhergehende, in 3 : 6 aber 6 das nachfolgende, und 3 das vorhergehende Glied. Im ersten Falle läßt man die 6 aus der 3, und im 2ten die 3 aus der 6 entstehen. Offenbar ist also $6 : 3 = \frac{6}{3} = 2$, und $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Hieraus läßt sich erkennen, daß die Verwandelung eines Verhältnisses in Zahlen überhaupt durch die Division des vorhergehenden Gliedes durch das nachfolgende geschehe. Sind die Zahlen der Glieder nicht so einfach, so lassen sie sich durch die Multiplication, ohne dem Verhältnisse selbst zu schaden, in andere verwandeln. So ist z. B. $3 : 4\frac{2}{5} = 15 : 22 = \frac{15}{22}$. $6\frac{3}{4} : 5\frac{2}{3} = 27 : 22\frac{2}{3} = 81 : 68 = \frac{81}{68} = 1\frac{13}{68}$. Sind die Glieder der Verhältnisse nicht blosse Zahlen, sondern Grössen,

z. B. 6 Rthl. : 3 Rthl., 3 Rthl. : 2 Rthl. 18 gl., 4 Rthl. : 8 Rthl., 2 ℔ : 1 Rthl. 12 gl.; so beziehen sich entweder beyde auf gleichartige und nicht entgegengesetzte Einheiten von einer und derselben Ordnung, wie in 6 Rthl. : 3 Rthl., und dann hat man blos auf die Zahlen zu sehen. So ist z. B. 6 Rthl. : 3 Rthl. $= 6 : 3 = 2$, und 3 Rthl. : 6 Rthl. $= 3 : 6 = \frac{1}{2}$. Oder es beziehen sich die Glieder zwar auf gleichartige und nicht entgegengesetzte Einheiten, aber doch auf Einheiten von verschiedenen Ordnungen, wie 3 Rthl. : 2 Rthl. 18 gl.; in diesem Falle kann man durch eine leichte Reduction die vorhergehende Beschaffenheit erhalten. So ist z. B. 3 Rthl. : 2 Rthl. 18 gl. $=$ 3 Rthl. : $2\frac{3}{4}$ Rthl. $= 3 : 2\frac{3}{4} = 12 : 11 = \frac{12}{11} = 1\frac{1}{11}$, so wie 2 Rthl. 18 gl. : 3 Rthl. $=$ $2\frac{3}{4}$ Rthl. : 3 Rthl. $= 2\frac{3}{4} : 3 = 11 : 12 = \frac{11}{12}$. Oder die Einheiten der Glieder sind einander entgegengesetzt, wodurch die erhaltene Zahl negativ wird. So ist 4 Rthl. : $-$ 8 Rthl. $= 4 : -8 = \frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$, und 2 ℔ : 1 Rthl. 12 gl. $=$ 2 ℔ : $1\frac{1}{2}$ Rthl. $= 2 : -1\frac{1}{2} = 4 : -3 = \frac{-4}{3} = -\frac{4}{3}$. Sind endlich mehrere Verhältnisse zusammen zu setzen, so thut man, es mögen die Glieder derselben Zahlen oder Grössen seyn, am besten, wenn man die einfachen Verhältnisse insgesammt in Zahlen verwandelt, und wenn

es

es nöthig ist, darauf das Product der gefundenen Zahlen sucht. So ist z. B. $6 : 3 = 2$, $2 : 5 = \frac{2}{5}$, $2\frac{1}{2} : 7 = 5 : 14 = \frac{5}{14}$, und $6 \times 2 \times 2\frac{1}{2} : 3 \times 5 \times 7 = 2 \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{14} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{14} = \frac{1}{14}$. Nach der Verwandelung eines Verhältnisses in Zahlen ist es nun leicht zu bestimmen, wie viel so wohl das vorhergehende Glied von dem nachfolgenden, als auch, wie viel das nachfolgende von dem vorhergehenden sey. Jenes giebt die erhaltene Zahl selbst, dieses aber eben diese Zahl, wenn man ihren Multiplicator als Divisor, und ihren Divisor als Multiplicator betrachtet, an. In dem Verhältnisse $6 : 3$, oder 6 Rthlr : 3 Rthlr, ist das vorhergehende Glied von dem nachfolgenden 2, und das nachfolgende von dem vorhergehenden $\frac{1}{2}$; in dem Verhältnisse 2 ℔ : 1 Rthlr 12 gr $= -\frac{4}{3}$ ist das vorhergehende Glied von dem nachfolgenden $-\frac{4}{3}$, und das nachfolgende von dem vorhergehenden $-\frac{3}{4}$. In dem zusammengesetzten Verhältnisse $6 \times 2 \times 2\frac{1}{2} : 3 \times 5 \times 7 = \frac{1}{14}$ ist das vorhergehende Glied von dem nachfolgenden $\frac{1}{14}$, und das nachfolgende von dem vorhergehenden 14, u. s. w. Weiß man nun, was für eine Grösse das vorhergehende Glied von dem nachfolgenden, und das nachfolgende von

dem

dem vorhergehenden ist, so ist es leicht, aus dem einen der beyden Glieder das andere zu finden, und zwar nicht nur Eines Verhältnisses, sondern auch aller ihm gleichen Verhältnisse. Hierauf nun gründet sich

Zweytens, die Veränderung der Zahlen und Grössen nach Verhältnissen. Wenn eine Zahl oder Grösse nach einem Verhältnisse verändert werden soll, so ist sie selbst ein Glied eines Verhältnisses, das dem gegebenen gleich ist, und es soll das andere Glied gefunden, oder dieses Verhältniß ergänzt werden. Ob das Glied, welches gefunden werden soll, das vorhergehende oder das nachfolgende Glied ist, läßt sich aus den jedesmaligen Umständen leicht entscheiden, und ist dieses erst bekannt, so ist alles übrige nach dem vorhergehenden leicht. Man verwandelt nemlich überhaupt das Verhältniß oder die Verhältnisse, nach welchen eine Zahl oder Grösse verändert werden soll, vor allen Dingen in Zahlen, welche ich der Bequemlichkeit Anzeiger nenne, und bestimmt darnach, was für eine Grösse das vorhergehende Glied des gegebenen Verhältnisses von dem nachfolgenden, und auch, was für eine Grösse das nachfolgende Glied gegen das vor-

hergehende gehalten ist; und darauf verändert man die übrige Zahl oder Grösse auf die erforderliche Art, welche von selbst in die Augen fällt, so bald man weiß, ob das zu suchende das vorhergehende oder das nachfolgende Glied des gleichen zu ergänzenden Verhältnisses seyn soll. Wird z. B. gefragt: Was kosten 74 Ell., wenn 3 Ell. 4 Rthlr. kosten? so ist die Grösse 74 Ell. nach dem Verhältnisse 3 Ell. : 4 Rthlr. zu verändern. Da nun 3 Ell. : 4 Rthlr. $= 3 : -4 = -\frac{3}{4}$ ist, so ist der Anzeiger der Veränderung der 74 Ell. zur Findung des Preises derselben, indem 74 Ell. das vorhergehende Glied des zu ergänzenden Verhältnisses ist, $-\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$, und der Aufsatz dieses Exempels ist

$$74 \text{ Ell.} \times -1\tfrac{1}{3};$$

die Ausrechnung desselben aber

$$\begin{array}{l} 74 \text{ Ell.} \times -1\tfrac{1}{3} \\ 24\tfrac{2}{3} \text{ Ell.} \\ \hline 98\tfrac{2}{3} \text{ Rthlr.} \end{array}$$

In dieser Aufgabe sind die Rthlr. und Ell. einander entgegengesetzt, und das Zeichen — zeigt also Rthlr. an. Wenn die Einheit, auf welche sich die Zahl des endlichen Resultats bezieht, bekannt ist, so hat man

bey

bey der ganzen Rechnung blos nöthig, auf die Zahlen zu sehen. Dann wird die vorhergehende Rechnung folgende:

$$
\begin{array}{l}
74 \text{ Ell.} \times 1\tfrac{1}{3} \\
24\tfrac{2}{3} \\
\hline
98\tfrac{2}{3} \text{ Rthl.}
\end{array}
$$

Würde gefragt: Wie viel kosten 1 Ctr. 50 ℔, wenn 1 Lt. 6 ₰ kostet, so ist die zu verändernde Grösse 160 ℔, und die Verhältnisse, nach welchen sie verändert werden soll, 1 : 32, 1 : 6, 12 : 1, und 24 : 1, indem 1 ℔ 32 Loth faßt, 1 Loth 6 ₰ kosten soll, 12 ₰ 1 gr und 24 gr 1 Rthl. machen, und man doch eigentlich wissen will, wie viel Rthl. der 1 Ctr. 50 ℔ kosten? Da nun

$$
\begin{array}{rcrcl}
1 & : & 32 & = & \tfrac{1}{32} \\
1 & : & 6 & = & \tfrac{1}{6} \\
12 & : & 1 & = & 12 \\
24 & : & 1 & = & 24,
\end{array}
$$

so ist der Anzeiger der Veränderung der 160 ℔ zur Findung des Preises, indem 160 ℔ ebenfalls das vorhergehende Glied ist $32 \times 6 \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{24} = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Der Aufsatz des Exempels ist also

$$
\begin{array}{l}
160 \text{ ℔} \times \tfrac{2}{3} \\
\hline
53\tfrac{1}{3} \\
\hline
106\tfrac{2}{3} \text{ Rthl.}
\end{array}
$$

Es

Es hätte dieses Exempel zwar auf eine andere Art noch kürzer gerechnet werden können, ich habe aber diese Art gewählt, um von der Veränderung der Zahlen oder Grössen nach zusammengesetzten Verhältnissen ein leicht zu übersehendes Beyspiel zu geben.

Die Practik erfordert Uebung, und wer an eine andere Art des Rechnens gewöhnt ist, wird daher die auf das gesagte sich gründenden Arten den ihm bekannten und geläufigen nicht als vorzuziehen ansehen. Einen gänzlichen Anfänger hingegen genommen, so wird derselbe das gegenwärtige leichter begreifen und sich eher geläufig machen als das gewöhnliche, und es ist vielleicht aus diesem Grunde nicht aller Aufmerksamkeit unwerth. Es hat aber dasselbe einige eigene Vortheile. Denn einmal schließt sich das darnach nöthige Verfahren genau an das Verfahren des sich selbst überlassenen und durch passende Lagen blos gebildeten Verstandes, so daß dasselbe allgemein begreiflich ist; und zweytens rechnet man dabey nicht nur mit den möglich größten Vortheilen, sondern es erfordert auch die Erfindung dieser Vortheile keine vorzügliche Anstrengung. Schmid gedenkt in der Vorrede zu seiner

in zwey Theilen herausgegebenen Rechenkunst eines von ihm erfundenen Vortheils in der Kettenregel, und beschreibt denselben in dem 6ten Abschnitte des 8ten Capitels des 1ten Theils ausführlich. Wie leicht kommt man auf die von ihm gegebenen Regeln, wenn man auf die gedachte Art Zahlen und Grössen nach gegebenen Verhältnissen zu verändern gelernt hat! ja wie einseitig ist die Schmidsche Regel gegen diejenige, worauf man durch das vorgetragene geleitet wird. Mehr darf ich hier von der Verwandelung der Verhältnisse in Zahlen, und von der Veränderung der Zahlen und Grössen nach Verhältnissen überhaupt nicht sagen; in den S. XXVI gedachten Unterredungen über die wichtigsten Gegenstände der Arithmetic werde ich diese ganze Lehre ausführlich vortragen, und hoffe dann die Aufnahme derselben in die Arithmetic als ein besonderes Capitel auch hinlänglich zu rechtfertigen. Jetzt geht meine Absicht blos dahin, dasjenige zu berühren, was zum Verständniß in der folgenden Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst hier angeführt werden muß.

Jetzt noch ein Paar Worte zur Characterisirung der Grössen, die in einem geometrischen Verhältnisse stehen. Zwey Grössen stehen in einem geometrischen Verhältnisse, wenn unter ihnen eine solche Verbindung statt findet, daß in eben dem Maasse, als die eine wächst oder abnimmt, die andere entweder ebenfalls wächst oder abnimmt. So steht z. B. das Geld, welches man für Waaren giebt, mit den Waaren selbst in einem geometrischen Verhältnisse, denn je mehr Geld gegeben wird, desto mehr Waare erhält man, und je weniger Geld man giebt, desto weniger Waaren bekommt man, so daß man für 2mal, 3mal, 4mal so viel Geld auch 2mal, 3mal, 4mal so viel Waaren, für $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ des Geldes aber auch nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ der Waaren bekömmt. Verhältnisse dieser Art nennt man ordentliche geometrische Verhältnisse. Auch steht die Zahl der Arbeiter mit der Zeit, welche sie zur Verfertigung der Arbeit gebrauchen, in einem geometrischen Verhältnisse, aber auf eine andere Art. Je grösser nemlich die Anzahl der Arbeiter genommen wird, desto kleiner ist die ihnen nöthige Zeit, und je kleiner die Anzahl der Arbeiter ist, desto länger ist die Zeit, welche man ihnen geben muß. Diese Verhältnisse nennt man verkehrte geometrische Verhältnisse.

hältnisse. Wie man nach einem ordentlichen geometrischen Verhältnisse eine Zahl oder Grösse verändern müsse, ist aus dem vorhergehenden hinlänglich zu ersehen; soll aber eine Zahl oder Grösse nach einem verkehrten geometrischen Verhältnisse verändert werden, so ist der leichteste Weg der, daß man das bekannte Glied des zu ergänzenden Verhältnisses mit dem gleichnamigen Gliede des gegebenen Verhältnisses verwechselt, und darauf wie bey den ordentlichen Verhältnissen verfährt. Wird z. B. gefragt: Wie viel Zeit brauchen 36 Arbeiter zu einem bestimmten Werke, wenn 4 Arbeiter dasselbe in 18 Tagen zu Stande bringen? so ist nach dem gesagten die zu verändernde Zahl nach der gedachten Verwechselung 4 Arbeiter, und das Verhältniß, nach welchem dieselbe verändert werden soll, 36 Arbeiter : 18 Tagen $= 36 : -18 = -2$, und der Veränderungsanzeiger der 4 ist also, da 4 das vorhergehende Glied des zu ergänzenden Verhältnisses ist, $-\frac{1}{2}$, und die gesuchte Zeit also 2 Tage. Wenn eine Zahl oder Grösse nach einem zusammengesetzten Verhältnisse verändert werden soll, so kommen unter den einfachen Verhältnissen, woraus dieses zusammengesetzte Verhältniß besteht, bisweilen auch verkehrte Verhältnisse vor. Mit diesen

ver-

verfährt man daher auf die eben angezeigte Art, so wie mit den ordentlichen nach dem aus dem vorhergehenden bekannten.

Von der Veränderung der Zahlen, insbesondere der Brüche in andere gleichbedeutende, der vorgesetzten Absicht aber gemässere, welche Verwandelung durch die Zertheilung, die Vereinigung, die Multiplication und Division u. s. w. geschieht, und in der practischen Arithmetic von der größten Wichtigkeit ist, rede ich hier nicht. Es gehört dahin unter andern auch die oft so vortheilhafte Verwandelung der Brüche in Decimalzahlen. Freylich könnte auch hierüber noch manches nützliche gesagt werden; allein ich würde zu sehr die Grenzen einer Vorrede übertreten, und ich gedenke daher nur

viertens noch der arithmetischen und geometrischen Progreßionen mit wenigen Worten.

Unter arithmetischen Progreßionen versteht man Zahlen- oder Grössenreihen, in welchen zwischen jeden zwey unmittelbar auf einander folgenden Gliedern einerley Differenz statt findet. Z. E.

1. 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36
2. 48, 44, 40, 36, 32, 28, 24, 20, 16, 12, 8.

In der ersten Progreßion ist jedes folgende Glied um 3 grösser als das vorhergehende, und in der an-

dern um 4 kleiner. Was von dergleichen Progreßionen um einiger willen hier gesagt werden muß, betrifft drey Stücke: erstlich die Art, die Summe aller Glieder einer arithmetischen Progreßion zu finden, wenn das 1te Glied, das letzte Glied und die Zahl aller Glieder bekannt ist; zweytens die Bestimmung der Differenz zwischen zwey unmittelbar auf einander folgenden Gliedern, wenn irgend zwey Glieder der Progreßion und die Zahl der zwischen ihnen liegenden Glieder bekannt ist; und endlich drittens, die Findung eines jeden Gliedes, dessen Zahl man weiß, wenn ausserdem irgend ein anderes Glied mit seiner Zahl und die Differenz jeder zwey unmittelbar auf einander folgenden Glieder bekannt ist.

Die Summe aller Glieder einer arithmetischen Progreßion findet man, wenn man das erste und letzte Glied derselben addirt, und diese Summe durch die halbe Anzahl aller Glieder multiplicirt. In der ersten Reihe, welche aus 12 Gliedern besteht, ist z. B.

die Summe aller Glieder $= (3 + 36) \times 6 = 234$; in

der zweyten Reihe hingegen, welche aus 11 Gliedern besteht, ist

die

die Summe aller Glieder $= (48 + 8) \times 5\frac{1}{2} = 308.$

Es beruhet diese Regel auf dem Satze: In einer arithmetischen Progreßion ist die Summe des ersten und letzten Gliedes gleich der Summe jeder zwey andern von den beyden äussersten gleich weit abstehenden Glieder, und das mittelste Glied, wenn die Anzahl aller Glieder ungerade ist, die Hälfte dieser Summe.

Die Differenz einer arithmetischen Progreßion jeder zwey unmittelbar auf einander folgenden Glieder findet man aus jeden zwey andern Gliedern, von welchen man die Zahl der zwischen liegenden Glieder weiß, wenn man das kleinere Glied von dem grössern abzieht, und diese Differenz durch die um 1 vermehrte Zahl der zwischen liegenden Glieder dividirt. Z. B. Ist 3 das 1te und 30 das 10te Glied, so daß also 8 Glieder zwischen beyden gegebenen liegen, so ist

die gesuchte Differenz $= \frac{30 - 3}{8 + 1} = \frac{27}{9} = 3.$ Ist hingegen 40 das 3te Glied, und 16 das 9te Glied, so daß 5 Glieder zwischen beyden gegebenen Gliedern liegen, so ist

die gesuchte Differenz $= \frac{40 - 16}{5 + 1} = \frac{24}{6} = 4.$

Ist irgend ein Glied einer arithmetischen Progreßion und die Differenz jeder zwey unmittelbar auf einander folgenden Glieder gegeben; so findet man jedes andere Glied, dessen Zahl bekannt ist, wenn man die Differenz der Progreßion so vielmal genommen, als die Zahl der Entfernung des gesuchten Gliedes von dem gegebenen anzeigt, zu dem gegebenen Gliede entweder addirt, oder davon subtrahirt. Es sey z. B. 6 das 2te Glied einer arithmetischen Progreßion, deren folgende Glieder immer grösser werden, (einer steigenden), die Differenz jeder zwey unmittelbar auf einander folgenden Glieder 3, und es sey das 8te Glied zu finden. Da die Zahl der Entfernung des 8ten Gliedes von dem 2ten 6 ist, so ist

das 8te Glied $= 6 + 3 \times 6 = 24$. Ist hingegen das 1te Glied 48, und die Differenz der Progression 4, die Progreßion ferner eine fallende, und das 8te Glied zu suchen; so ist, da die Zahl der Entfernung des 8ten Gliedes von dem 1ten $= 8 - 1 = 7$ ist,

das 8te Glied $= 48 - 4 \times 7 = 20$.

Die zweyte und dritte Regel beruhen auf dem Satze: Die Differenz zwischen jeden zwey Gliedern einer arithmetischen Progreßion ist allezeit die Differenz jeder zwey unmittelbar auf einander folgenden Glie-

Glieder einmal mehr genommen, als die Zahl der zwischen liegenden Glieder anzeigt. In der Remißionsrechnung kommen von dem 2ten und 3ten Falle Exempel mit Brüchen vor.

Unter geometrischen Progreßionen versteht man Zahlen- oder Grössenreihen, in welchen jedes Glied von dem unmittelbar vorhergehenden stets dasselbe Product ist. Z. B.

1. 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768.

2. 8748, 2916, 972, 324, 108, 36, 12, 4.

In der ersten Progreßion ist jedes folgende Glied ein Product aus dem vorhergehenden Gliede in 2, und in der andern stets ein Product aus dem vorhergehenden Gliede in $\frac{1}{3}$. Was von diesen Progreßionen hier gesagt werden muß, betrifft zwey Stücke: erstlich die Findung eines jeden Gliedes derselben aus dem 1ten Gliede und dem Exponenten, d. h. derjenigen Zahl, womit jedes vorhergehende Glied multiplicirt werden muß, wenn man das unmittelbar darauf folgende haben will; und zweytens die Erforschung der Summe aller Glieder einer geometrischen Progreßion.

Soll aus dem 1ten Gliede einer geometrischen Progreßion und dem Exponenten derselben irgend ein anderes Glied gefunden werden; so darf man

nur zuvörderst die Zahl der Entfernung dieses Gliedes von dem 1ten sich merken, dann den Exponenten zu der Dignität erheben, deren Logarithme diese Zahl ist, und diese Dignität mit dem 1ten Gliede multipliciren. Es sey z. B. das 8te Glied einer geometrischen Progreßion zu finden, deren 1tes Glied 6, und deren Exponent 2 ist; so ist die Zahl der Entfernung des 8ten Gliedes vom 1ten Gliede = 7. Man suche also

$$2^7 = 128, \text{ und}$$

das gef. 8te Glied ist $= 6 \times 2^7 = 6 \times 128 = 768$. Sollte das 8te Glied einer geometrischen Progreßion gesucht werden, deren 1tes Glied 8748, und deren Exponent $\frac{1}{3}$ ist, so wäre auch hier die Zahl der Entfernung des 8ten Gliedes vom 1ten = 7, und da

$$\left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{1}{2187}, \text{ so ist}$$

das gef. 8te Glied $= 8748 \times \frac{1}{2187} = \frac{8748}{2187} = 4$.

Diese Regel beruhet auf dem Satze: Ein jedes Glied einer geometrischen Progreßion ist ein Product aus dem 1ten Gliede und dem Exponenten in der Dignität, deren Logarithme um 1 kleiner ist als die Zahl des gesuchten Gliedes, oder deren Logarithme die Zahl der Entfernung dieses Gliedes vom 1ten Gliede ist.

Um die bey diesem Geschäfte jedesmal nöthige Dignität des Exponenten auf die bequemste Art zu finden, darf man sich nur der Logarithmen bedienen, und die dadurch erhaltene Erleichterung wird vorzüglich groß, wenn der Exponent ein Bruch ist. Wie man dabey verfahren muß? davon sind die Regeln in dem, was von den Logarithmen gesagt worden ist, angeführt worden, und Beyspiele kommen in der folgenden Anleitung vor. Uebrigens ist die Aufgabe: Aus dem 1ten Gliede einer geometrischen Progreßion, wovon man die Anzahl aller Glieder weiß, und ihrem Exponenten das letzte Glied zu finden; von der betrachteten nicht verschieden.

Soll die Summe aller Glieder einer geometrischen Progreßion gefunden werden, so müssen dazu das 1te Glied, das letzte Glied und der Exponent der Progreßion bekannt seyn. Ist dies, so findet man die Summe aller Glieder einer geometrischen Progreßion, wenn man das letzte Glied mit dem Exponenten multiplicirt, von diesem Producte das 1te Glied abzieht, und die gefundene Differenz durch den Exponenten weniger 1 dividirt. So ist z. B.

die Summe der 1ten Reihe S. LXXI $= \frac{768 \times 2 - 6}{2 - 1} = \frac{1536 - 6}{2 - 1} = 1530;$

und

die Summe der
2ten Reihe ebend. $\frac{4 \times \frac{1}{3} - 8748}{-\frac{2}{3}} = (4 \times \frac{1}{3} - 8748) \times -\frac{3}{2}$

$$= \frac{4 - 26244}{-2} = \frac{26244 - 4}{2} = 13120.$$

Diese Regel gründet sich auf folgendes. Wenn man alle Glieder einer geometrischen Reihe mit dem Exponenten der Progreßion multiplicirt, so erhält man eine andere geometrische Reihe, welche von der vorhergehenden alle Glieder bis auf das erste, so wie die vorhergehende von ihr alle Glieder bis auf das letzte enthält. Aus

6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768 wird
12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, und
aus 8748, 2916, 972, 324, 108, 36, 12, 4 wird
2916, 972, 324, 108, 36, 12, 4, $1\frac{1}{3}$.

Alle Glieder der erhaltenen Progreßionen nun sind zusammengenommen offenbar so groß, als die Summe der Progreßionen, woraus sie entstanden sind, mit dem Exponenten der Progreßion multiplicirt. Zieht man ferner die erste Progreßion von der zweyten aus ihr gemachten ab, so erhält man zur Differenz die Differenz zwischen dem letzten Gliede der zweyten Progreßion und dem 1ten Gliede der ersten Progreßion, im ersten Falle nemlich 1536 — 6, und im zweyten $1\frac{1}{3}$ — 8748; und diese Differenz ist daher

her gleich der Summe aller Glieder der ersten Progreßion einmal weniger genommen, als der Exponent Eins faßt; so daß man also, wenn man dieselbe durch den Exponenten weniger 1 dividirt, die Summe aller Glieder der ersten Progreßion erhalten muß. Hier ist nun noch folgendes zu merken. Einmal, wenn der Exponent der Progreßion 2 ist, so hat man, um die Summe aller Glieder zu finden, blos nöthig, von dem Zwiefachen des letzten Gliedes das 1te Glied abzuziehen. Zweytens, eine jede fallende Progreßion kann auch als eine steigende Progreßion betrachtet und behandelt werden, wenn man das erste Glied derselben als das letzte, das letzte als das erste betrachtet, und in dem Exponenten den Multiplicator zum Divisor und den Divisor zum Multiplicator macht. Die 2te Reihe S. LXXI auf diese Art behandelt,

so ist ihre Summe $= \frac{3 \times 8748 - 4}{3 - 1} = \frac{26244 - 4}{2}$ $= 13120$. Man sieht nach einer kurzen Vergleichung bald, daß die Findung der Summe bey fallenden Progreßionen hiedurch sehr erleichtert werde. Wenn übrigens die Summe einer geometrischen Progreßion gesucht werden soll, und nur das 1te Glied derselben, ihr Exponent und die Anzahl aller Glieder

der

der bekannt ist; so braucht es kaum berührt zu werden, daß man alsdann vor allen Dingen nach dem vorhin gesagten das letzte Glied suchen müsse.

Ich enthalte mich hier mehr aus der gemeinen theoretischen Arithmetic zu berühren, indem ich hoffe, daß derjenige, der das bisherige mit Aufmerksamkeit betrachtet hat, alle in der Folge betretenen Wege zu verstehen im Stande seyn werde. Jetzt also wieder zu der folgenden Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst. Ich habe mich dadurch, daß ich das aus der gemeinen theoretischen Arithmetic bisher berührte vorausgesetzt, und ausserdem die anzuwendenden einfachen Rechnungsoperationen öfters nur durch die dazu erfundenen bekannten Zeichen angezeigt habe, in den Stand gesetzt gesehen, die vorgetragenen Regeln nicht nur jedesmal durch Worte auszudrucken, sondern auch den Grund derselben ohne Buchstaben zu gebrauchen, zu entwickeln. Habe ich daher keine wichtige Fälle ausgelassen, so hoffe ich hinlänglich gerechtfertiget zu seyn, daß ich mich durch die im Anfange gedachten Schwierigkeiten nicht habe abschrecken lassen. Ob ich die bearbeiteten Rechnungen vollständig genug abgehandelt habe? Ob die gegebenen Regeln nicht nur richtig, sondern auch kurz und deut-

deutlich genug ausgedruckt worden sind? Ob der jedesmal geführte Beweis einleuchtend genug ist? Ob die empfohlnen Vortheile jedesmal wahre Vortheile sind? Die Beantwortung dieser und anderer ähnlichen Fragen überlasse ich dem Urtheile der Kenner. Um nicht unvollständig zu seyn, habe ich Polacks, Ungers, Wiedeburgs, Florencourts hieher gehörige Schriften nebst mehrern andern sorgfältig gelesen und mit Auswahl benutzt, werde aber demohnerachtet gern das mangelhafte künftig ergänzen, wenn es mir entweder gezeigt wird, oder eine eigene Prüfung mich darauf führen sollte. Auf den Vortrag der Regeln hat die Absicht, auch den Beweis jedesmal hinzuzufügen, wie natürlich, Einfluß gehabt, und er ist daher bisweilen weitläuftiger, als vielleicht der, dem es blos um die Anwendung der Regeln zu thun ist, wünschen wird. Da indeß die Kenntniß der Gründe der Dinge den Gebrauch derselben erleichtert und vor Fehltritten sichert, indem diese Einsicht die Kenntniß der Beschaffenheiten befördert, erweitert und gewisser macht; so habe ich die daher entstandene Weitläuftigkeit nicht gescheuet. Die Regeln selbst habe ich auf das sorgfältigste geprüft, und falsche Regeln anderer widerlegt. Dem Irrthum ist jeder Mensch unterworfen, und ich versichere hier

feyer-

feyerlich, daß wenn ich hie und da Fehler gefunden habe, solches meine durch das Gute ja Vortrefliche in andern Fällen erzeugte Hochachtung nicht im geringsten vermindert hat, und daß daher auch nicht Begierde zu tadeln die Ursache der davon gethanen Anzeige ist. Auch ich werde gefehlt haben; danken werde ich dem, der mir meine Fehler anzeigt und dadurch in den Stand setzt, dieselben zu verbessern. Bey den zu erklärenden Rechnungsvortheilen habe ich mich bemüht, nicht nur die nöthigen, jedesmal anzuzeigen, sondern auch die Umstände zu bestimmen, unter welchen diese Vortheile wahre Vortheile sind, denn nichts hängt so sehr von den Umständen ab als diese Vortheile. Was die zur Verkürzung und Erleichterung der Rechnungen dienliche Tabellen betrift, so durfte ich in dieser Anleitung dieselben nicht vollständig liefern; die Beschaffenheit derselben, ihre Verfertigungsart, ihr Gebrauch und ihr Werth war alles, was in meinen Plan gehörte. Ich bin aber nicht abgeneigt, künftig eine Sammlung von Tabellen herauszugeben, die alle diejenigen enthalte, von deren Gebrauch wahrer Vortheil zu hoffen ist, und zwar in der nöthigen Vollständigkeit und möglichsten Kürze. Diese Sammlung soll ein für sich bestehendes Ganze seyn, und ihr Gebrauch dadurch,

daß

daß man in derselben die gedachten Tabellen allein findet, bequemer werden, als wenn sie in dieser Anleitung zerstreut angetroffen würden. Nach diesen Bemerkungen empfehle ich diesen ersten Theil meiner Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst einer gütigen Beurtheilung, und ersuche die Kenner und Liebhaber dieser Wissenschaft, mich durch öffentliche so wohl als Privatmittheilung ihrer ausgebreitetern Kenntnisse darin in den Stand zu setzen, das mangelhafte dieses Werks immer mehr und mehr wegzuschaffen, und es der Vollkommenheit näher zu bringen, mit der Versicherung, daß ich solches nicht nur mit dem aufrichtigsten Dank erkennen, sondern auch mit der größten Treue benutzen werde. Was den künftig zu liefernden 2ten Theil anlangt, so wird derselbe die Lehre von den Combinationen und die Berechnung der Wahrscheinlichkeit nebst ihrer Anwendung auf die Bevölkerung, die Sterblichkeitsordnung u. s. w. die Berechnung der Jahrrenten, Leibrenten und Tontinen, die Berechnung der Wittwenkassen, der Sterbekassen u. d. gl. die Assecuranzrechnung, und dann die eigentlichen öconomischen Rechnungen enthalten, und in der Leipziger Ostermesse des Jahrs 1783 herauskommen. Ich

werde

werde mich bemühen, bey diesen wichtigen Gegenständen alles das zu nutzen, was meine Vorgänger darüber geschrieben haben, dennoch aber eben so wenig, oder vielmehr noch weniger als in dem 1ten Theile blos Sammler seyn, indem bey diesen Gegenständen, aller bisherigen Bearbeitung ohnerachtet, weit mehr Gelegenheit zu Erweiterungen und Berichtigungen übrig gelassen worden ist. Findet meine Arbeit Beyfall, so habe ich nach der Vollendung dieses Werks, wenn Gott mir Leben und Gesundheit verleihet, und meine anderweitige zahlreiche Geschäfte es erlauben werden, beschlossen, auch das, was man Rechnungswissenschaft nennt, zu bearbeiten, und so alles, was juristische, politische und öconomische Rechner gebrauchen, mit der Zeit zu umfassen. Schlüßlich zeige ich noch an, daß ich am Ende des gegenwärtigen 1ten Theils um derer willen, die mit den mathematischen Zeichen in der Arithmetic nicht bekannt seyn mögten, Erklärungen verschiedener gebrauchten Zeichen und Bezeichnungen hinzugefügt habe, so wie daselbst auch ein Verzeichniß der in diesem Theile abgehandelten Materien befindlich ist. Am Ende des 2ten Theils soll ein vollständiges Register über beyde Theile erfolgen.

Erster Abschnitt
Zinsrechnung.

Einleitung.

§. 1.

Man braucht das Wort Zinsrechnung bald im weitläuftigern, bald im eingeschränktern Verstande. Wenn man von der Zinsrechnung im weitläuftigen Verstande redet, so begreift man darunter nicht nur die eigentlich so genannte Zinsrechnung, die gemeine so wohl als die Zinseszinsrechnung, sondern auch die gemeine und zusammengesetzte Rabattrechnung, die Zeitrechnung und die Rechnungen beym antichretischen Vertrage. In dieser weitläuftigen Bedeutung also das Wort Zinsrechnung im Titel genommen, ist der Gegenstand des jetzt zu bearbeitenden ersten Abschnitts

a die gemeine Zinsrechnung,

b die Zinseszinsrechnung,

c die gemeine Rabattrechnung,

d die zusammengesetzte Rabattrechnung,

e die Zeitrechnung,

f die Rechnungen beym antichretischen Vertrage. Eine jede dieser Rechnungen soll zuerst an und für sich abgehandelt, und dann in einem Anhange theils verschiedene in mehrere derselben einschlagende Fälle betrachtet, theils von der Berechnung des Agio oder Aufgeldes und andern mit der Zinsrechnung auf einerley Gründen beruhenden Rechnungen geredet werden.

§. 2.

Die Art, wie solches geschehen soll, ist, daß

a von einer jeden Rechnung ein deutlicher Begriff gegeben,

b aus demselben auf eine leichte Weise allgemeine Regeln hergeleitet,

c diese allgemeine Regeln weiter entwickelt, und die kürzeste Befolgungsart derselben in Exempeln gezeigt,

d eine Anleitung zu hieher gehörigen nützlichen Tabellen ertheilt, und

e verschiedene theils historische, theils prüfende Anmerkungen bald in das vorhergehende eingewebt, bald am Ende angehängt werden. So viel als möglich, soll auch bey den folgenden Abschnitten diese Behandlungsart befolgt werden.

Eigent-

Eigentliche Zinsrechnung.

§. 3.

Es ist üblich, so wie es auch die Billigkeit erfordert und mit den Gesetzen übereinstimmt, daß derjenige, der von einem andern ein Capital zu seinem Gebrauche aufnimmt, demselben für diesen Gebrauch, so lange er das Capital nutzt, etwas gewisses bezahlt. Man giebt z. B. 5 Rf für den einjährigen Gebrauch einer Summe von 100 Rf, oder 50 Rf für eine gleich lange Benutzung von 1000 Rf, und zwar in der Münzsorte, in welcher man das Capital selbst empfangen hat. Dieses Geld nun nennt man Zins oder Interessen, und hat aus der Berechnung desselben ein besonderes Capitel der Rechenkunst gemacht, und demselben den Namen der eigentlichen Zins- oder Interessenrechnung gegeben. Wie Zins und Agio sich unterscheiden, kann die Vergleichung der von dem letztern im Anhange zur Zinsrechnung gegebenen Erklärung mit der gegenwärtigen vom Zinse lehren.

Von verschiedenen andern Bedeutungen des Worts Zins und von dem Unterschiede, den man bisweilen zwischen Zins und Interesse macht, wird am Ende der Zinsrechnung im eigentlichen Verstande geredet werden. Die angeführte Bedeutung des Worts Zins liegt in dieser Anlei-

tung durchgehends zum Grunde. Im Oberdeutschen nennt man den Zins Uebernutzen, im Niedersächsischen Ingeld, und beym Bergbaue Umschlag. Siehe Adelungs Lex. Art. Interessen. Ich werde mich in dem folgenden vorzüglich der Benennung Zins bedienen.

§. 4.

Es giebt aber eine doppelte Art des Zinses, einfachen Zins nemlich und Zinseszins, welchen letztern man auch Zins auf Zins u. s. w. zu nennen pflegt. Der einfache Zins wird einzig und allein von dem anfänglich ausgeliehenen Capitale, selbst wenn es mehrere Zinstermine aussteht, und der fällige Zins nicht jedesmal bezahlt wird, gerechnet. Bey dem Zinseszins steht ein Capital mehrere Zinstermine aus, der in jedem Termine fällige Zins aber wird nicht abgetragen, sondern von seiner Zahlungszeit an als Capital betrachtet, und neben dem anfänglich ausgeliehenen Capitale verzinset.

Wenn z. B. jemand 10000 Rthl. aufnimmt, und zwar zu 5 vor hundert jedes Jahr, und nun entweder alle Jahr 500 Rthl. Zins entrichtet, oder nach einem Zeitraume, z. B. von 4 Jahren, indem er von der jährlichen Abtragung der Zinsen verhindert worden, mit einem Male 2000 Rthl. abträgt; so giebt er einfachen Zins, denn er verzinset auf diese Art die an sich behaltenen Zinsen nicht. Wenn er aber den nach jedem Jahre fälligen Zins zwar nicht zur gehörigen Zeit abträge, dagegen aber denselben in

in dem ersten Jahre von 10000 Rthl., in dem zweyten von 10500 Rthl., in dem dritten von 11025 Rthl., in dem vierten von 11576 Rthl. 6 gr. rechnete, und also nach 4 Jahren 2155 Rthl. 1 gr. 6 pf. Zins bezahlte; so gäbe er Zinseszins.

§. 5.

Wegen dieser doppelten Art des Zinses theilt sich die Zinsrechnung im eigentlichen Verstande in zwey Theile, wovon der eine, der den einfachen Zins zum Gegenstande hat, **die gemeine Zinsrechnung**, derjenige aber, welcher sich mit dem Zinseszinse beschäftiget, die **Zinseszinsrechnung** genennt wird.

Daß nach den Gesetzen keinem Gläubiger erlaubt ist, von seinem Schuldner Zinseszins zu fordern, macht die Zinseszinsrechnung auf keine Art und Weise überflüssig. Unten wird dies mit mehrern gezeigt werden.

Gemeine Zinsrechnung.

§. 6.

Da in dem vorhergehenden nicht nur §. 3 der Zins und die Zinsrechnung überhaupt, sondern auch §. 4 der einfache Zins, und §. 5 die gemeine Zinsrechnung insbesondere schon erklärt worden sind; so kommt es hier zunächst und zuvörderst darauf an, daß die zu der gemeinen Zinsrechnung gehörigen Fälle kenntlich gemacht und vestgesetzt werden.

§. 7.

Man kann dieselben in einfache und zusammengesetzte eintheilen. Bey jenen verlangt man die Zinsen Eines Capitals, bey diesen aber die Summe der Zinsen mehrerer Capitale zu wissen. Es gehört also zu einem einfachen Falle nicht nothwendig, daß zu seiner Auflösung bloß die einfache Regel de Tri erforderlich sey, denn es giebt Fälle, zu deren Auflösung die zusammengesetzte Regel de Tri, so genannte Regel Quinque z. B. nöthig ist, und die deswegen doch nicht zu den zusammengesetzten Fällen gerechnet werden. Selbst wenn Zinsen mehrerer Capitale, die aber vor der Berechnung der Zinsen bequem in eins verwandelt werden können, zu suchen sind, so gehöret auch dieser Fall zu den einfachen.

Es ist z. B. der Fall einfach, wenn man frägt: Wie viel Zins geben 2356 Rthl. 12 gr., 5 Rthl. für 100 Rthl. gerechnet, in einem Jahre? oder: Wie viel Zins erhält man von 3640 Rthl. 18 gr. 6 Pf. in $3\frac{1}{4}$ Jahre? Zur Beantwortung dieser letztern Frage ist die Regel Quinque nöthig. Ein zusammengesezter Fall hingegen findet statt, wenn gefragt wird: Wie viel Zins erhält man zusammen von 600 Rthl. zu 5 für 100 in einem Jahre, von 300 Rthl. zu $4\frac{1}{2}$ für 100 in 8 Monaten, und von 750 Rthl. zu 4 für 100 in $1\frac{1}{2}$ Jahre? Würde gefragt: Wie viel Zins erhält man von 600 Rthl. und 300 Rthl. und 750 Rthl. in einem Jahre, überall 5 für 100 gerechnet; so wäre diese

Frage

Frage gleichbedeutend mit der: Wie viel Zins erhält man von 1650 Rthl. in einem Jahre? und warum sollte man dergleichen Fälle zu den zusammengesetzten rechnen?

Der Zins, der für 100, z. B. für 100 Rthl. oder 100 fl. gegeben wird, nennt man das Procent, und schreibt solches abgekürzt pr. C. Findet man dabey für nöthig hinzuzusetzen, daß die Zeit von einem Jahre gedacht werden solle, so thut man solches durch pr. A. (pro anno). Zu 5 pr. C. pr. A. heißt daher, für jedes Hundert alle Jahr 5 z. B. 5 Rthl. o. d. gl. gerechnet.

§. 8.

Ohnerachtet es einigen Schein hat, wenn man sagt, daß derjenige, der im Stande ist, einfache Rechnungsfragen zu beantworten, auch vermögend sey, die aus ihnen zusammengesetzten Aufgaben aufzulösen, indem diese zusammengesetzten Fälle in bekannte einfache zerlegt, und das verlangte theilweise gefunden werden kann; so bleibt dennoch die besondere Betrachtung der zusammengesetzten Fälle nach den einfachen wichtig und nothwendig, zumal in einer Anleitung, die vollständig und in Geschäften brauchbar seyn soll. Denn ausserdem daß gezeigt werden muß, wie das zusammengesetzte jedesmal in das bekannte einfache aufgelöset und zerlegt werden müsse, giebt es auch manche Vortheile, die sonst nicht bekannt gemacht werden könnten, und Geschwindigkeit ist doch immer eine vorzügliche Eigenschaft eines Rech-

ners. Aus diesem Grunde sollen daher weder bey der gemeinen Zinsrechnung noch in der Folge bey andern Rechnungen bloß die einfachen Fälle, sondern nach ihnen auch die zusammengesetzten betrachtet werden. Bey der gegenwärtigen Bestsetzung der zur gemeinen Zinsrechnung gehörigen Fälle ist indeß hier nur von den einfachen die Rede.

§. 9.

Von Clausberg nimmt im 4ten Theile seiner demonstrativen Rechenkunst S. 1156 u. f. der 4ten Auflage, welche zu Leipzig 1772 erschienen ist, 24 Fälle an, von deren jeden er von S. 1158 bis 1165 ein Beyspiel giebt, so wie darauf von S. 1166 bis 1168 der Grund dieser Anzahl angegeben ist. Wer die Regeln der Combination versteht, und auf die Stücke, die bey den Fragen der gemeinen Zinsrechnung in Anschlag kommen, anwendet; wie solches im 3ten Abschnitte dieser Anleitung geschehen ist; der wird jene Anzahl und diesen Grund bald finden, und sich wundern, wie von Clausberg S. 1168 §. 1157 von Mühe, die ihm dieses verursacht, reden könne. Will man indeß bey der Bestsetzung der zur gemeinen Zinsrechnung gehörigen Fälle genau verfahren; so gehören von den gedachten 24 Fällen alle diejenigen nicht hieher, sondern in die Zeitrechnung, bey welchen aus gewissen gegebenen Bestimmungen eine Zeit gesucht werden soll, und es bleiben auf diese Art

A: für

für die gemeine Zinsrechnung ohngefehr zwey Drittheile übrig; ja man könnte, wenn man wollte, die Einschränkung noch weiter treiben. Man vergleiche hiermit, was hierüber in der Lehre von den Combinationen im angeführten Abschnitte gesagt worden ist.

§. 10.

Unter allen nun genauer zu betrachtenden Fällen ist keiner häufiger und wichtiger als der, da nach einem gegebenen pr. C. pr. A. der Zins eines Capitals, das eine Zeitlang ausgestanden, berechnet wird; und wo man, um sich von der Richtigkeit der Rechnung zu überzeugen, hinterher aus dem gefundenen Zinse, dem pr. C. und der Zeit das Capital wieder sucht. Von dieser Art sind die bey dem 7ten §. stehenden Fragen, und für sie fliessen unmittelbar aus der Erklärung des Zinses folgende Sätze:

a Je grösser bey einerley Zeit und pr. C. ein Capital angenommen wird, desto grösser ist auch der Zins, und je kleiner bey einerley Zeit und pr. C. das Capital ist, desto kleiner ist auch der Zins; und umgekehrt: Je grösser bey einerley Zeit und pr. C. der Zins seyn soll, desto grösser muß auch das Capital seyn, und je kleiner bey gleicher Zeit und gleichem pr. C. der Zins angesetzt wird, desto kleiner ist auch das dazu nöthige Capital.

b Je grösser bey einerley Capital und pr. C. die Zeit ist, welche das Capital aussteht, desto grösser ist auch der Zins, und je kleiner bey einerley Capital und pr. C. diese Zeit ist, desto kleiner ist auch der Zins; und umgekehrt: Je grösser bey einerley Capital und pr. C. der Zins seyn soll, desto grösser ist die dazu erforderliche Zeit, und je kleiner der Zins ist, der verlangt wird, desto kleiner kann diese Zeit seyn.

Diese beyden Sätze sind im strengsten Verstande zu nehmen, so wie solches in der Vorrede bey der Betrachtung der Grössen, die in einem ordentlichen geometrischen Verhältnisse stehen, gezeigt worden ist. Ueberhaupt wird das in der Vorrede gesagte Allgemeine von nun an vorausgesetzt; daher man dasselbe entweder zuvor sich bekannt machen, oder bey vorkommenden Dunkelheiten daraus Raths erholen muß.

§. 11.

Jetzt also so gleich zur Beantwortung einiger besonderer Fragen.

a (§. 7.) Wie viel Zins geben 2356 Rthlr. 12 gr. a 5 pr. C. in einem Jahre? — Die Rechnuug ist

2356 Rthlr. 12 gr. $\times \frac{5}{100} = \frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5}$

589 Rthlr. 3 gr.

117 Rthlr. 19 gr. $9\frac{3}{5}$ pf.

b (§. 7.)

b (§. 7.) Wie viel Zins erhält man von 3640 Rthl. 18 gr. 6 pf. a 5 pr. C. in $3\frac{1}{4}$ Jahre? — Die Rechnung ist

3640 Rthl. 18 gr. 6 pf. $\times \frac{5}{100} \times 3\frac{1}{4} = \frac{1}{20} \times 3\frac{1}{4} = \frac{1}{4 \times 5} \times 3\frac{1}{4}$

910 Rthl.	4 gr.	$7\frac{1}{2}$ pf.
182 Rthl.	—	$11\frac{1}{10}$ pf.
546 Rthl.	2 gr.	$9\frac{3}{10}$ pf.
45 Rthl.	12 gr.	$2\frac{31}{40}$ pf.
591 Rthl.	15 gr.	$\frac{3}{40}$ pf.

c Wie viel Capital braucht man, um in einem Jahre 117 Rthl. 19 gr. $9\frac{3}{5}$ pf. zu erhalten, wenn 5 pr. C. gerechnet werden? — Die Rechnung ist

117 Rthl. 19 gr. $9\frac{3}{5}$ pf. $\times \frac{100}{5} = 20 = 5 \times 4$

589 Rthl.	3 gr.	—
2356 Rthl.	12 gr.	

d Wie viel Capital braucht man, um a 5 pr. C. in $3\frac{1}{4}$ Jahre 591 Rthl. 15 gr. $\frac{3}{40}$ pf. Zins zu erhalten? — Die Rechnung ist

591 Rthl. 15 gr. $\frac{3}{40}$ pf. $\times \frac{100}{5} : 3\frac{1}{4} = \frac{20}{3\frac{1}{4}} = \frac{5 \times 4 \times 4}{13}$

2958 Rthl.	3 gr.	$\frac{3}{8}$ pf.
11832 Rthl.	12 gr.	$1\frac{1}{2}$ pf.

13 -- 47330 | Rthl. — 6 pf.
1881 |
21 | 3640 Rthl.
240 |
216 |
8 | 18 gr.
78 |
1 | 6 pf.

Diese

Diese beyden letzten Fragen bey c und d sind die bey a und b umgekehrt, so daß a und c, ferner b und d einander wechselsweise zur Probe dienen.

§. 12.

Ich kann nicht umhin, ehe ich weiter gehe, von einem Buche zu reden, welches lediglich in der Absicht geschrieben ist, Berechnungen des Zinses, wie im vorhergehenden §. enthalten sind, so viel als irgend möglich, zu erleichtern. Der Titel dieses Buchs ist: Paul Friedrich Hessens vollständige Intereß-Tabellen, worin von 1000 Millionen Thaler bis zu 1 Pfennig Capital, jährlich, wöchentlich und täglich, bis zu 20 Jahr, alle vorfallende Interessen, wie die Erklärung deutlich besagt, geschwind und accurat zu finden seyn; nebst Capital-Tabellen, welche jährlich, wöchentlich und täglich die einzunehmenden oder auszugebenden Interessen nachweisen; ingleichen hiesige (Berliner) Banco-Tabellen, in welchen die Banco-Pfund zu Friedrichsd'or und Courant in drey unterschiedlichen Sätzen berechnet werden. Sämmtliche Tabellen sind mit doppelten Proben bewiesen und auf das accurateste ausgearbeitet. Berlin 1771. Wer sollte sich wohl von einem Buche mit dergleichen Titel nicht recht sehr viele Vortheile versprechen? wer bey der anschei-

anscheinenden Weitläuftigkeit und Schwierigkeit des Unternehmens sich nicht wundern, daß der Verfasser für jeden Fehler, der innerhalb Jahresfrist nach der Herausgabe entdeckt werden würde, 10 Ducaten hat versprechen können? Man urtheilt indeß anders, wenn man dieses Buch, so wohl in Ansehung seiner Einrichtung und der Art seiner Verfertigung, als in Ansehung des davon zu machenden Gebrauchs näher betrachtet.

§. 13.

Um zuerst von den Intereßtabellen zu reden, so ist ihre Einrichtung folgende. Es sind auf 141 Seiten die Interessen von 1000, 900, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 und 1 Million, ferner von 900, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 und 1 Tausend, desgleichen von 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 und 1 Hundert und von 99, 98, 97, 96 u. s. w. bis 1 Thaler; nach diesen von 23, 22, 21 u. s. w. bis 1 Groschen, und endlich von 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 Pfennig, a 1, 4, 5 und 6 pr. C. auf $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 und 20 Jahr, so wie auch auf 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,

8, 9,

8, 9, 10, 20, 30, 40, 50 Wochen und 1, 2, 3, 4, 5 und 6 Tage berechnet worden.

§. 14.

Was ferner die Verfertigung dieser Intereßtabellen betrifft, so besteht der größte Theil der Arbeit im Addiren und leichten Multipliciren; und sie ist daher zwar mühsam und zeitraubend, aber auf keine Art und Weise schwer. Weiß man z. B. wie viel Zins eine Million Thaler a 1, 4, 5 und 6 pr. C. auf $\frac{1}{4}$ Jahr giebt, und dies ist nicht schwer zu finden; so kann man auf die gedachte Art, durch Addiren und leichtes Multipliciren nemlich, bald berechnen, wie viel Interessen, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 und 1000 Millionen a 1, 4, 5 und 6 pr. C. in eben derselben Zeit geben. Ist man so weit gekommen, so läßt sich ferner auf eben die Art berechnen, wie viel Interessen alle gedachte Summen bey den erwähnten pr. C. in $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 und 20 Jahren tragen. Eben so hat man nur nöthig, von Einer Million die Interessen a 1, 4, 5 und 6 pr. C. für eine Woche zu wissen, um mit nicht mehrerer Schwierigkeit die Interessen aller angeführten Summen erst für eben die Zeit, und dann auch für 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40 und

und 50 Wochen zu finden; und nicht anders verhält es sich mit den Interessen der gedachten Summen für einzele Tage. Ja man darf in Ansehung der pr. C. nur wissen, wie viel bey 1 pr. C. gegeben werde, um daraus das nöthige für 4, 5 und 6 pr. C. mit der größten Bequemlichkeit durch eine Multiplication desselben mit 4, 5 oder 6 herzuleiten. Auf eine ähnliche Art nun, als es hier von den Millionen gezeigt worden, kann man auch mit 1000 Rthl., 100 Rthl., 1 Rthl., 1 gr. und 1 pf. verfahren. Es ist selbst bey dergleichen Tabellen eine ausserordentlich leichte Sache zu erfahren, ob man sich bey ihrer Verfertigung geirret habe oder nicht; doch dies zu zeigen, kann bey der Ueberflüssigkeit der Tabellen selbst von keinem Nutzen seyn.

§. 15.

Wie wenig Vortheil diese Tabellen in der That gewähren, wird aus dem, was ich nun von ihrem Gebrauche sagen will, hinlänglich erhellen. Es sind dieselben eben nicht zu verwerfen, wenn einmal die Interessen a 1, 4, 5 und 6 pr. C. berechnet werden sollen, und dann das Capital, wovon die Interessen zu berechnen sind, ganz und nicht bloß theilweise in denselben enthalten ist. Wird z. B. gefragt, wie viel Interessen 55 Rthl. in 7 Wochen a 5 pr. C. geben; so findet man S. 84 unten 8 gr. 10$\frac{520}{1825}$ pf.: und dies Aufsuchen ist, wenn die Tabellen

zur

zur Hand sind, bequemer und eher geschehen, als anderweitiges Ausrechnen. Allein oft findet ein anderes pr. C. statt, z. B. $2\frac{1}{2}$, 3, wie jetzt bey der Berlinischen Banque; und der Geldsummen, welche in den Tabellen nur theilweise enthalten sind, ist bey weitem der größte Theil. Es lassen sich daher viele Fälle gedenken, wo man vermittelst dieser Tabellen auf eine weitläuftigere Art und mit mehrerm Zeitverluste das verlangte suchen muß, als es ohne dieselbe geschehen kann. So werde z. B. gefragt wie oben §. 11.

a Wie viel Zins geben 2356 Rthl. 12 gr. a 5 pr. C. in einem Jahre? Man findet in den Tabellen

Seite.		vom Capital.		den Zins zu 5 pr. C.
47	—	2000 Rthl.	—	100 Rthl.
53	—	300 Rthl.	—	15 Rthl.
87	—	50 Rthl.	—	2 Rthl. 12 gr.
117	—	6 Rthl.	—	— 7 gr. $2\frac{2}{5}$ pf.
128	—	— 12 gr.	—	— — $7\frac{4}{20}$ pf.
also bet. der Zins von		2356 Rthl. 12 gr.	—	117 Rthl. 19 gr. $9\frac{3}{5}$ pf.

b Wie viel Zins erhält man von 3640 Rthl. 18 gr. 6 pf. a 5 pr. C. in $3\frac{1}{4}$ Jahre? Man findet in den Tabellen

Seite.	vom Capital.	für die Zeit von.	den Zins zu 5 pr. C.
47	3000 Rthl.	3 Jahren	450 Rthl.
—	—	$\frac{1}{4}$ Jahr	37 Rthl. 12 gr.
51	600 Rthl.	3 Jahren	90 Rthl.
—	—	$\frac{1}{4}$ Jahr	7 Rthl. 12 gr.
94	40 Rthl.	3 Jahren	6 Rthl.
—	—	$\frac{1}{4}$ Jahr	12 gr.
124	18 gr.	3 Jahren	2 gr. 8$\frac{8}{20}$ pf.
—	—	$\frac{1}{4}$ Jahr	2$\frac{14}{20}$ pf.
139	6 pf.	3 Jahren	$\frac{72}{80}$ pf.
—	—	$\frac{1}{4}$ Jahr	$\frac{6}{80}$ pf.
also aller Zins von	3640 Rthl. 18 gr. 6 pf.	in 3$\frac{1}{4}$ J.	591 Rthl. 15 gr. $\frac{3}{40}$ pf.

Man vergleiche hiermit die Ausrechnung eben derselben Exempel §. 11.

§. 16.

Noch umständlicher wird der Gebrauch dieser Tabellen, wenn ausserdem ein in ihnen nicht berechnetes pr. C. statt findet. Wäre z. B. in den eben beantworteten Fragen das pr. C. 2$\frac{1}{2}$; so müßte das gefundene noch mit 2 dividirt werden. Doch dies wäre gerade einer von den leichtesten Fällen. Wie aber, wenn z. B. der Zins von 546 Rthl. 8 gr. 6 pf. a 4$\frac{3}{4}$ pr. C. auf 1 Jahr und 3 Monat und 5 Tage berechnet werden sollte? So viel Zeit, als zur Beantwortung dieser und anderer ähnlichen Fragen vermittelst der Hessischen Tabellen erfordert wird, ist nicht

immer in der Gewalt dessen, dem dergleichen Fragen vorgelegt werden, und dessen Pflicht ihre Beantwortung ist. Auch darf man nicht denken, daß man sich bey dem Gebrauche solcher Tabellen leichter vor Fehlern hüten könne. Hesse selbst muß Proben des nach den Tabellen gefundenen empfehlen, und wer es versuchen will, wird auch in diesem Stück den angeblichen Vortheil verschwinden sehen.

§. 17.

Was nun ferner die Capitaltabellen anbetrifft, so hat es damit die Bewandniß, daß man darin die Capitalien findet, die erfordert werden, um a 1, 4, 5 und 6 pr. C. so wohl jährlich, als wöchentlich und täglich, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 und 11 ₰, ferner 1, 2, 3, 4, 5, 6 u. s. w. bis 23 gr, desgleichen 1, 2, 3, 4 u. s. w. bis 100 Rthl, wie auch 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000 Rthl u. s. w. Interessen zu geniessen. Es würde eine unnütze und überflüssige Arbeit seyn, die wenige Brauchbarkeit dieser Tabellen zu zeigen, zumal da man sich derselben höchst selten bedienen kann, um in den vorkommenden Fällen von dem Zinse auf das Capital zurück zu schliessen. Es stehen dieselben von Seite 144 bis 155.

§. 18.

Es ist Zeit die Hessischen Tabellen zu verlassen, da nach dem davon gesagten hoffentlich Niemand ihrem Gebrauche

brauche einen Werth beylegen wird, zumal da es immer eine Art von Schande ist, bloß um der Bequemlichkeit willen, ohne Zeit zu ersparen und ohne sich dadurch vor Fehltritten zu sichern, zu Tabellen seine Zuflucht zu nehmen. Dahingegen aber hoffe ich denen, welche häufig mit der Berechnung der Zinsen zu thun haben, keinen unangenehmen Dienst zu erweisen, wenn ich den §. 10 und 11 bereits betrachteten und mit Beyspielen belegten Fall, jetzt in der Absicht noch genauer durchnehme, um wo möglich noch mehrere Vortheile zur geschwinden Ausrechnung an die Hand zu geben.

§. 19.

Ich theile zu dem Ende alle hieher gehörige Aufgaben in leichtere und schwerere ein. Jene enthalten ein Capital, dessen Theile sich entweder durch eine blosse Multiplication oder durch eine blosse Division aus 100 zusammensetzen lassen, und wovon der Zins für eine nicht sehr zusammengesetzte Zeit berechnet werden soll. Diese enthalten ein Capital, wobey entweder die gedachte Eigenschaft nicht statt findet, oder wovon der Zins für eine sehr zusammengesetzte Zeit berechnet werden soll, oder es sind beyde Umstände vereiniget. So ist z. B. der Fall leicht, wenn gefragt wird: Wie viel Zins geben 2550 Rthl. a 5 pr. C. in 1, 2 oder 3 Jahren? u. d. gl. schwer hingegen der: Wie viel Zins geben 3576 Rthl. in $1\frac{3}{4}$

Jahren? Die leichtern Fälle muß derjenige, der oft Zins zu berechnen hat, wie man sagt, im Kopfe ausrechnen; bey den schwerern ist das Aufschreiben erlaubt und nothwendig: zu Tabellen kann ich nicht rathen, wofern es nicht etwa solche sind, als nachher beschrieben werden sollen.

§. 20.

Um die schwereren Fälle zuerst zu betrachten, so kann aus dem 10ten und 11ten § vorausgesetzt werden,

a daß man, um von einem Capitale nach einem gewissen pr. C., und zwar nach diesem allein, den Zins zu berechnen, nichts weiter nöthig habe, als das Capital mit oder nach einem Bruche, dessen Zähler das gegebene pr. C. und der Nenner 100 ist, oder mit irgend einem andern ihm gleichen Bruche zu multipliciren. Z. E. Wie viel Zins geben 5695 Rthl. 18 gr. 9 pf. a 5 pr. C. in einem Jahre? Die Rechnung ist entweder

1. 5695 Rthl. 18 gr. 9 pf. × $\frac{5}{100}$

Rthl. 284|78 Rthl. 21 gr. 9 pf.
312

gr. 18|93
195

pf. 11|25 oder $\frac{1}{4}$; oder
100

2. 5695

2. $\dfrac{\dfrac{5695 \text{ Rthlr } 18 \text{ gr } 9 \text{ pf}}{1423 \text{ Rthlr } 22 \text{ gr } 8\frac{1}{4} \text{ pf}}}{284 \text{ Rthlr } 18 \text{ gr } 11\frac{1}{4} \text{ pf}} \times \dfrac{1}{4 \times 5}$; oder

3. $\dfrac{5695 \text{ Rthlr } 18 \text{ gr } 9 \text{ pf}}{284 \text{ Rthlr } 18 \text{ gr } 11\frac{1}{4} \text{ pf}} \times \dfrac{1}{20}$.

Wenn man nemlich 5695 Rthlr durch 20 dividirt, so erhält man 284 Rthlr und $\frac{15}{20}$ Rthlr, d. h. $\frac{3}{4}$ Rthlr oder 18 gr. Die übrigen 18 gr und 9 pf durch 20 dividirt, geben $\frac{18}{20}$ gr = $\frac{9}{10}$ gr = $10\frac{8}{10}$ pf; dazu $\frac{9}{20}$, so bekommt man $11\frac{1}{4}$ pf.

§. 21.

Betrachtet man die vorhergehende dreyfache Ausrechnung genau, so findet man, daß selbst die erste eben nicht viel Zeit erfordert, weil man, um mit 100 zu dividiren, nur jedesmal nöthig hat, zwey Ziffern zur Rechten abzuschneiden; und es kann daher diese Art von denen, die sich daran gewöhnt haben, füglich beybehalten werden. Die zweyte Art indeß, wobey man das Capital bloß durch die Zahl zu dividiren hat, welche angiebt, wie vielmal das Capital grösser ist als der Zins, und wo man diese Division nach und nach verrichtet, ist vortheilhafter. Die dritte Art, bey der man mit der ganzen eben beschriebenen Zahl dividirt, scheint noch vor-

züglicher zu seyn, sie ist es aber in der That nur in einigen Fällen.

Wenn man den Divisor 20 in die beyden Divisoren 4 und 5 zerfällt, um mit diesem die nöthige Division nach und nach zu verrichten; so ist es freylich in Rücksicht auf den Quotienten selbst einerley, in welcher Ordnung man diese Divisoren gebrauche. Wenn aber die zu dividirende Grösse in Thalern, Groschen und Pfennigen besteht, wie hier; so ist es vortheilhafter mit der 4 den Anfang zu machen, weil man dabey den Rest der Thaler bequemer in Groschen, und den Rest der Groschen in Pfennigen angeben kann, als bey der 5. Aus gleichem Grunde müßte man bey ähnlichen Umständen, wenn man den Divisor 21 in 3 und 7 zerfällte, mit der 3 den Anfang machen, u. s. w. Ausserdem ist es auch vortheilhafter, anfänglich mit den kleinen Divisoren zu dividiren, und allmählich zu dem größten fortzugehen.

Gesetzt, daß eine Summe sich auf 0 oder 5 endigt, so ist es leicht, dieselbe auf einmal mit 20 zu dividiren. Wer übersieht z. B. im Exempel nicht gleich, daß 5695 mit 20 dividirt $284\frac{3}{4}$, und 3640 mit 20 dividirt 182 gebe? Dies sind daher ein Paar Fälle, wo die Unterlassung der Zerfällung eines zusammengesetzten Divisors vortheilhafter ist.

§. 22.

Ist also der Zins eines Capitals bloß nach dem pr. C. zu berechnen, so dividire man das Capital bey

pr. C.

pr. C.		durch
1	— — —	100
$1\frac{1}{4}$	— — —	$80 = 2 \times 8 \times 5$
2	— — —	$50 = 2 \times 5 \times 5$
$2\frac{1}{2}$	— — —	$40 = 8 \times 5$
5	— — —	$20 = 4 \times 5$.

Bey einem andern pr. C. kan man nicht durch die Division allein seinen Endzweck erreichen, sondern man muß da entweder das Capital bey

pr. C.		multipliciren mit		und das Product dividiren durch
$1\frac{1}{2}$	— —	3	— —	200
$1\frac{3}{4}$	— —	7	— —	400
$2\frac{1}{4}$	— —	9	— —	400
$2\frac{3}{4}$	— —	11	— —	400
3	— —	3	— —	100
$3\frac{1}{4}$	— —	13	— —	400
$3\frac{1}{2}$	— —	7	— —	200
$3\frac{3}{4}$	— —	3	— —	80
4	— —	4	— —	100
$4\frac{1}{4}$	— —	17	— —	400
$4\frac{1}{2}$	— —	9	— —	200
$4\frac{3}{4}$	— —	19	— —	400
$5\frac{1}{4}$	— —	21	— —	400
$5\frac{1}{2}$	— —	11	— —	200
$5\frac{3}{4}$	— —	23	— —	400
6	— —	6	— —	100

An statt 200 kann man, wenn man will, jedesmal 2×100, an statt 400 ferner 4×100, und 8×10 an statt 80 nehmen; bisweilen ist der Vortheil, den man dadurch erhält, nicht ganz unbeträchtlich.

oder man multiplicirt, welches oft noch besser ist, jedesmal das gegebene Capital mit dem pr. C. selbst, und dividirt das Product durch 100. Wenn man nach der Tabelle verfahren will, so ist es bekannter Maassen gleich viel, ob man zuerst multiplicirt oder dividirt, wenn man nur den gehörigen Multiplicator und Divisor beybehält; man kann hier verfahren, wie es einem am vortheilhaftesten scheint.

§. 23.

Um das gesagte wenigstens noch mit einem Beyspiele zu belegen, so werde gefragt, wie viel Zins 7286 Rthl. 14 gr. a $2\frac{1}{4}$ pr. C. in einem Jahre tragen? — Die Rechnung ist entweder

7286 Rthl. 14 gr. × $\frac{9}{400}$

65579 213	Rthl. 6 gr.
1516	163 Rthl.
9102 13 604	22 gr.
3624	$9\frac{3}{50}$ pf.

oder

oder

$$\frac{7286 \text{ Rthl. } 14 \text{ gr.}}{14573 \text{ Rthl. } 4 \text{ gr.}} \times \frac{2\frac{1}{4}}{100}$$

	1821 —	15 —	6 pf.
Rthl.	163|94 Rthl.	19 gr.	6 pf.
	3 76		
gr.	22|75		
	1 5 6		
pf.	9|06		

$\frac{9|06}{100}$ oder $\frac{3}{10}$

§. 24.

Ist der Zins eines Capitals für eine andere Zeit als ein Jahr zu berechnen, so giebt es dazu verschiedene Wege. Denn

a kann man zuerst nach dem bisherigen den Zins eines Jahres suchen und daraus das verlangte nach den bekannten Regeln entwickeln; oder

b das pr. C. pr. A. in das pr. C. der gegebenen Zeit verwandeln, und dann wie §. 20 verfahren; oder endlich

c das Capital mit der gegebenen Zeit in Jahren bestimmt multipliciren, und mit dem Producte wie mit dem Capitale §. 20 handeln.

Welcher von den beschriebenen Wegen den Vorzug habe, läßt sich nicht allgemein bestimmen; je nachdem die Umstände sind, ist bald dieser bald jener der beste. Die folgenden Exempel werden dies zeigen.

§. 25.

Es werde z. B. gefragt, wie viel Zins 7286 Rthl. 14 gr. a $2\frac{1}{4}$ pr. C. in 4 Jahren tragen? — Die Ausrechnung ist entweder

a daß man zuvörderst den Zins eines Jahres, so wie solches im vorhergehenden 23ten §. geschehen, nemlich

163 Rthl. 22 gr. $9\frac{3}{50}$ pf. suche, und diese
mit 4 multiplicire. Auf diese Art erhält
man 655 Rthl. 19 gr. $\frac{6}{25}$ pf.; oder

b 7286 Rthl. 14 gr. $\times \frac{2\frac{1}{4} \times 4}{100} = \frac{9}{100}$

Rthl. 655|79 Rthl. 6 gr.

3|6

gr. 19|02

4

pf. $\frac{24}{100}$ oder $\frac{6}{25}$; oder

c 7286 Rthl. 14 gr. × 4 × $\frac{2\frac{1}{2}}{100}$

29146 Rthl. 8 gr.

58292 Rthl. 16 gr.
7286 Rthl. 14 gr.

Rthl. 655|79 Rthl. 6 gr.

316

gr. 19|02

4

pf. $\frac{24}{100}$ oder $\frac{6}{25}$.

Wie vortheilhaft vor allen hier die Art b sey, fällt von selbst in die Augen.

§. 26.

1. Wie viel Zins geben 6340 Rthl. 15 gr. a 5 pr. C. in $1\frac{1}{4}$ Jahre?

6340 Rthl. 15 gr. × $\frac{1}{20}$ × $1\frac{1}{4}$

317 Rthl. — 9 pf.
79 — 6 gr. $2\frac{1}{4}$ —

396 Rthl. 6 gr. $11\frac{1}{4}$ pf.

2. Wie

2. Wie viel Zins geben 3224 Rthl. 12 gr. a 3 pr. C. in $2\frac{2}{3}$ Jahren?

3224 Rthl. 12 gr. $\times \frac{8}{3} \times \frac{3}{100} = \frac{8}{100}$

Rthl. 257|96 Rthl.

384

gr. 23|04

Pf. $\frac{48}{100}$ oder $\frac{12}{25}$.

3. Wie viel Zins geben 3224 Rthl. 12 gr. a 3 pr. C. in $1\frac{1}{4}$ Jahre?

3224 Rthl. 12 gr. $\times 1\frac{1}{4} \times \frac{3}{100}$

806 — 3 —

4030 Rthl. 15 gr.

Rthl. 120|91 Rthl. 21 gr.

364

gr. 22|05

Pf. $\frac{60}{100}$ oder $\frac{3}{5}$.

Versucht man es, diese Exempel auf eine andere Art auszurechnen, so findet man alle diese andern Arten weitläuftiger, als die hier gebrauchten. Um jedesmal beym ersten Anblick so gleich bestimmen zu können, welcher Weg der kürzeste seyn werde; muß man öfters Aufgaben auf alle mög-

mögliche Arten auflösen, und die Rechnungen alsdann unter einander vergleichen.

§. 27.

Gesetzt, daß jemand nach diesem allen doch noch Tabellen sich wünschte, um sich derselben in Fällen, die den §. 23 u. f. behandelten, ähnlich sind, bedienen zu können; so würde ich zu solchen rathen, als §. 22 für die wenig zusammengesetzten Fälle da gewesen, jedoch mit einer doppelten Veränderung. Einmal müßten darin, um den Raum zu ersparen, die Zahlen, nach welchen das gegebene Capital entweder multipliciret, oder dividiret, oder zugleich multipliciret und dividiret werden sollte, anzeigermäßig (dieser Ausdruck ist in der Vorrede erklärt) gesetzt, und dann jeder aus grossen Zahlen bestehende Anzeiger in einen gleichen aus kleinern Zahlen bestehenden verwandelt werden, so daß die beste Ordnung und die bequemste Art des Verfahrens ohne langes Suchen in die Augen fiele. Eine solche Tabelle leistete zwar nicht den Dienst, daß man bey ihrem Gebrauche bloß zu addiren hätte, man müßte dabey multipliciren und dividiren; allein sie wäre mit einem Blicke zu übersehen und zu der jedesmal nöthigen Multiplication und Division würde bey einer leicht zu erhaltenden Fertigkeit bey weitem so viel Zeit nicht gehören, als zu der erforderlichen Addition bey dem Gebrauche der Hessischen Tabellen.

§. 28.

§. 28.

Um so wohl von dieser Art Tabellen eine Probe zu geben, als ihre Verfertigung zu zeigen; so sey das pr. C. pr. A. 5. Hier ist, um aus dem Capital den Zins zu finden,

für die Zeit von	der Anzeiger zur Veränderung des Capitals		
Mon. 1 Tage —	$\frac{1}{7200}$ =	$\frac{1}{100\times8\times9}$ =	$\frac{1}{800\times9}$
— 2 Tagen —	$\frac{1}{3600}$ =	$\frac{1}{100\times4\times9}$ =	$\frac{1}{400\times9}$
$\frac{1}{10}$ od. 3 — —	$\frac{1}{2400}$ =	$\frac{1}{4\times6\times100}$ =	$\frac{1}{6\times400}$
— 4 — —	$\frac{1}{1800}$ =	$\frac{1}{100\times2\times9}$ =	$\frac{1}{200\times9}$
$\frac{1}{6}$ oder 5 — —	$\frac{1}{1440}$ =	$\frac{1}{2\times12\times12\times5}$ =	$\frac{1}{12\times12\times10}$
$\frac{1}{5}$ oder 6 — —	$\frac{1}{1200}$ =	$\frac{1}{12\times100}$ =	$\frac{1}{1200}$
— 7 — —	$\frac{7}{7200}$ =	$\frac{7}{100\times8\times9}$ =	$\frac{7}{800\times9}$
— 8 — —	$\frac{1}{900}$ =	$\frac{1}{100\times9}$ =	$\frac{1}{900}$
$\frac{3}{10}$ od. 9 — —	$\frac{1}{800}$ =	$\frac{1}{100\times8}$ =	$\frac{1}{800}$
$\frac{1}{3}$ od. 10 — —	$\frac{1}{720}$ =	$\frac{1}{4\times6\times6\times5}$ =	$\frac{1}{8\times9\times10}$
— 11 — —	$\frac{11}{7200}$ =	$\frac{11}{100\times8\times9}$ =	$\frac{11}{800\times9}$
$\frac{2}{5}$ od. 12 — —	$\frac{1}{600}$ =	$\frac{1}{6\times100}$ =	$\frac{1}{600}$
— 13 — —	$\frac{13}{7200}$ =	$\frac{13}{100\times8\times9}$ =	$\frac{13}{800\times9}$
— 14 — —	$\frac{7}{3600}$ =	$\frac{7}{100\times4\times9}$ =	$\frac{7}{400\times9}$
$\frac{1}{2}$ od. $\frac{1}{2}$ M. od. 15 —	$\frac{1}{480}$ =	$\frac{1}{8\times12\times5}$ =	$\frac{1}{6\times8\times10}$
— 16 — —	$\frac{1}{450}$ =	$\frac{1}{2\times5\times5\times9}$ =	$\frac{1}{5\times9\times10}$
— 17 — —	$\frac{17}{7200}$ =	$\frac{17}{100\times8\times9}$ =	$\frac{17}{800\times9}$
$\frac{3}{5}$ od. 18 — —	$\frac{1}{400}$ =	$\frac{1}{4\times100}$ =	$\frac{1}{400}$

für

für die Zeit von	der Anzeiger zur Veränderung des Capitals.		
Mon. 19 Tage —	$\frac{19}{7200}$ =	$\frac{19}{100\times 8\times 9}$ =	$\frac{19}{800\times 9}$
$\frac{2}{3}$ od. 20 — —	$\frac{1}{360}$ =	$\frac{1}{6\times 12\times 5}$ =	$\frac{1}{12\times 30}$
$\frac{7}{10}$ od. 21 — —	$\frac{7}{2400}$ =	$\frac{7}{4\times 6\times 100}$ =	$\frac{1}{6\times 400}$
— 22 — —	$\frac{11}{3600}$ =	$\frac{11}{100\times 4\times 9}$ =	$\frac{11}{400\times 9}$
— 23 — —	$\frac{23}{7200}$ =	$\frac{23}{100\times 8\times 9}$ =	$\frac{23}{800\times 9}$
$\frac{4}{5}$ od. 24 — —	$\frac{1}{300}$ =	$\frac{1}{3\times 100}$ =	$\frac{1}{300}$
$\frac{5}{6}$ od. 25 — —	$\frac{1}{288}$ =	$\frac{1}{6\times 6\times 8}$ =	$\frac{1}{6\times 6\times 8}$
— 26 — —	$\frac{13}{3600}$ =	$\frac{13}{100\times 4\times 9}$ =	$\frac{13}{400\times 9}$
$\frac{9}{10}$ od. 27 — —	$\frac{3}{800}$ =	$\frac{3}{8\times 100}$ =	$\frac{3}{800}$
— 28 — —	$\frac{7}{1800}$ =	$\frac{7}{100\times 2\times 9}$ =	$\frac{7}{200\times 9}$
— 29 — —	$\frac{29}{7200}$ =	$\frac{29}{100\times 8\times 9}$ =	$\frac{29}{800\times 9}$
1 M. oder 30 —	$\frac{1}{240}$ =	$\frac{1}{4\times 12\times 5}$ =	$\frac{1}{6\times 8\times 5}$
1 und 1 — —	$\frac{31}{7200}$ =	$\frac{31}{100\times 8\times 9}$ =	$\frac{31}{800\times 9}$
1 — 2 — —	$\frac{1}{225}$ =	$\frac{1}{5\times 5\times 9}$	
1 — 3 — —	$\frac{11}{2400}$ =	$\frac{11}{4\times 6\times 100}$ =	$\frac{11}{6\times 400}$
1 — 4 — —	$\frac{17}{3600}$ =	$\frac{17}{100\times 4\times 9}$ =	$\frac{17}{400\times 9}$
1 — 5 — —	$\frac{7}{1440}$ =	$\frac{7}{2\times 12\times 12\times 5}$ =	$\frac{7}{12\times 12\times 10}$
1 — 6 — —	$\frac{1}{200}$ =	$\frac{1}{2\times 100}$ =	$\frac{1}{200}$
1 — 7 — —	$\frac{37}{7200}$ =	$\frac{37}{100\times 8\times 9}$ =	$\frac{37}{800\times 9}$
1 — 8 — —	$\frac{19}{3600}$ =	$\frac{19}{100\times 4\times 9}$ =	$\frac{1}{6\times 600}$
1 — 9 — —	$\frac{13}{2400}$ =	$\frac{13}{4\times 6\times 100}$ =	$\frac{13}{6\times 400}$
1 — 10 — —	$\frac{1}{180}$ =	$\frac{1}{6\times 6\times 5}$ =	$\frac{1}{3\times 6\times 10}$
1 — 11 — —	$\frac{41}{7200}$ =	$\frac{41}{100\times 8\times 9}$ =	$\frac{41}{800\times 9}$

für

für die Zeit von				der Anzeiger zur Veränderung des Capitals.	
1 Jahre und		12 Tagen	—	$\frac{31}{6\times100}$	—
1 —		13 —	—	$\frac{373}{100\times8\times9}$	—
1 —		14 —	—	$\frac{187}{100\times4\times9}$	—
1 —		15 —	—	$\frac{5}{8\times12}$	—
1 —		16 —	—	$\frac{47}{100\times9}$	—
1 —		17 —	—	$\frac{377}{100\times8\times9}$	—
1 —		18 —	—	$\frac{21}{4\times100}$	—
1 —		19 —	—	$\frac{379}{100\times8\times9}$	—
1 —		20 —	—	$\frac{19}{6\times12\times5}$	—
1 —		21 —	—	$\frac{127}{4\times6\times100}$	—
1 —		22 —	—	$\frac{191}{100\times4\times9}$	—
1 —		23 —	—	$\frac{383}{100\times8\times9}$	—
1 —		24 —	—	$\frac{4}{3\times5\times5}$	—
1 —		25 —	—	$\frac{77}{2\times12\times12\times5}$	—
1 —		26 —	—	$\frac{193}{100\times4\times9}$	—
1 —		27 —	—	$\frac{43}{8\times100}$	—
1 —		28 —	—	$\frac{199}{100\times4\times9}$	—
1 —		29 —	—	$\frac{389}{100\times8\times9}$	—
1 Jahr	1 Monat		—	$\frac{13}{4\times12\times5}$	—
1 —	1 —	1 Tag		$\frac{391}{100\times8\times9}$	—
1 —	1 —	2 —		$\frac{49}{100\times9}$	—
1 —	1 —	3 —		$\frac{131}{4\times6\times100}$	—
1 —	1 —	4 —		$\frac{197}{100\times4\times9}$	—
1 —	1 —	5 —		$\frac{79}{2\times12\times12\times5}$	— u. s. w.

§. 30.

§. 30.

Wollte man die Tabelle §. 28 auf die angefangene Art bis zu einem Jahre, und die §. 29 enthaltene, auch so wie sie angefangen ist, bis zu zwey Jahren, und dann von einem Viertheiljahr zum andern bis zu 20 Jahren fortsetzen; so erhielte man noch nicht voll 800 Anzeiger, welche auf 4 Seiten in groß Quart Platz haben und also sehr leicht zu übersehen seyn würden. Würde nun aber auch der Vortheil von dem Gebrauche einer solchen Tabelle wichtig genug seyn? Es kann nicht schaden, in Hinsicht auf die Beantwortung dieser Frage ein Paar Exempel durchzunehmen.

§. 31.

1. Wie viel Zins geben 5937 Rthl. 16 gr. a 5 pr. C. in 1 Jahre 1 Monate und 3 Tagen? — Nach der Tabelle a ist die Rechnung hier folgende:

5937 Rthl. 16 gr. × $\frac{131}{4 \times 6 \times 100}$

17811

5937

65 — 12

21 — 20

777834 Rthl. 8 gr.

194458 Rthl. 14 gr.

Rthl. 324|09 Rthl. 18 gr. 4 pf.

36

gr. 2|34

72

pf. 4|12 / 100 oder $\frac{3}{25}$.

b Ohne Tabelle steht das Exempel

5937 Rthlr 16 gr $\times \frac{1}{20} \times (1 + \frac{1}{12} + \frac{1}{120}) = \frac{1}{4 \times 5} \times (1 + \frac{1}{12} + \frac{1}{120})$

1484 Rthlr 10 gr

---

296 Rthlr 21 gr $2\frac{2}{5}$ pf
24 — 17 — $9\frac{1}{5}$ pf
2 — 11 — $4\frac{26}{50}$ pf

---

324 Rthlr 2 gr $4\frac{3}{25}$ pf.

2. Wie viel Zins geben 786 Rthlr 15 gr à 5 pr. C. in 1 Jahre und 29 Tagen? — Die Rechnung ist

a nach der Tabelle

786 Rthlr 15 gr $\times \frac{389}{100 \times 8 \times 9}$

```
        7074
       6288
      2358
         194 — 12
          48 — 15
---------------------------
Rthlr  3059|97 Rthlr  3 gr
          388
gr      23|31
            62
pf        3|72     oder 18/25
          100
---------------------------
   382 Rthlr 11 gr 10 193/200
---------------------------
    42 Rthlr 11 gr 11 1593/1800 oder 177/200 pf.
```

b ohne

b ohne Tabelle;

786 Rthl. 15 gr. $\times \frac{1}{4\times7} \times 1\frac{29}{300}$

196 Rthl. 15 gr. 9 pf.

39 Rthl. 7 gr. $11\frac{2}{5}$ pf.
3 — 4 — $\frac{291}{600}$

42 Rthl. 11 gr. $11\frac{531}{600}$ oder $\frac{177}{200}$ pf.

Die addirten 3 Rthl. 4 gr. $\frac{291}{600}$ pf. erhält man aus

39 Rthl. 7 gr. $11\frac{2}{5}$ pf. $\times \frac{29}{300} = \frac{29}{6\times5\times10}$

351
78
8 — 11
1 — 2 — 7
$11\frac{3}{5}$

1140 Rthl. 14 gr. $6\frac{3}{5}$ pf.

190 Rthl. 2 gr. $5\frac{1}{10}$

31 Rthl. 16 gr. $4\frac{51}{60}$

3 Rthl. 4 gr. $\frac{291}{600}$ pf.

Bey dem ersten Exempel ist es ziemlich gleich, ob man mit Hülfe der Tabelle oder ohne dieselbe rechnet: bey dem zweyten Exempel hingegen wird man mit Hülfe der Tabelle ehe zu seinem Zwecke gelangen. Der größte Vortheil der Tabelle ist, daß man durch sie der Mühe des Aufsu-

chens der Multiplicatoren und Divisoren überhoben wird, und bey ihrem Gebrauche, wenn man die Fertigkeit im Multipliciren und Dividiren sich erworben hat, welche in der Vorrede von Rechnern gefordert wird und mit Recht gefordert werden kann, nicht leicht einem Irrthum ausgesetzt ist.

§. 32.

Es ist übrigens die Verfertigung einer solchen Tabelle gar nicht schwer. Denn wenn man den Anzeiger zur Veränderung des Capitals für einen Tag gefunden hat, so darf man nur anfänglich seinen Nenner unverändert lassen, und den Zähler immer um 1 vermehren. Wenn man auf die Art bis zu 360 im Zähler gekommen ist, so hat man alle Anzeiger für jede Zeit, die ein Jahr nicht übersteigt; und auf gleiche Art kann man nachher auch die Fortsetzung machen. Ist man hierin so weit gekommen, als man es für nöthig erachtet; so nimmt man den Anzeiger für $\frac{1}{4}$ Jahr, und macht daraus, so weit als man will, auf eine ähnliche Art die Anzeiger für $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{4}$ u. s. w. Jahr. Ist auch dies geschehen, so muß man die Anzeiger auf die möglich kleinsten Zahlen bringen und zerfällen, wozu die Regeln in der Vorrede bewährt sind, und dann endlich neben einem jeden die gehörige Zeit setzen. Bey diesem letzten ist zu merken, daß jeder Monat 30 Tage, und das Jahr 360 gerechnet werden müsse.

§. 33.

Was nun die oben §. 19 gedachten leichten Fälle betrifft, so muß man dabey nicht nur zu keiner Tabelle seine Zuflucht nehmen, sondern nicht einmal nöthig haben, dieselben aufzuschreiben; und es hält auch in der That nicht schwer, sich diese Fertigkeit zu verschaffen. Das erste, was man in dieser Absicht zu thun hat, ist, daß man sich den Zins von 100 und den Theilen von 100, z. B. 50, 10, 5, $2\frac{1}{2}$ und 1, recht geläufig bekannt mache; und das zweyte, daß man den Zins von 100, oder das pr. C. nicht bloß für 1 Jahr, sondern auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$ Jahr, und allenfalls auch für einen Tag eben so merke. Zerlegt man nach diesem das Capital, dessen Zins man berechnen soll, in Gedanken in Theile von 100, 50, 10, 5, $2\frac{1}{2}$ und 1; so findet man nach einiger Uebung in den hieher gehörigen Fällen sehr leicht und bald den gesammten Zins im Kopfe,

Es ist bewundernswürdig, wie weit es bisweilen Personen in der Fertigkeit im Kopfe zu rechnen bringen, und diejenigen besitzen dieselbe oft im höchsten Grade, die ohne Anweisung in der Rechenkunst gehabt zu haben, oft gezwungen gewesen sind, Rechnungsfragen zu beantworten, und sich also selbst einen Weg zu erfinden. Wenn jemand vom Anfang seiner Unterweisung an sorgfältig zu dieser Fertigkeit gebildet würde; so müßte er es darin natürlicher Weise noch weiter als sich selbst überlassen bringen. Das gewöhnlichste Hülfsmittel zum Ausrechnen im Kopfe ist ein dem beschrie-

denen ähnliches Verfahren, wovon ich aus mehrern Erfahrungen überzeugt bin.

§. 34.

Gesetzt z. B. es werde gefragt:

a Wie viel Zins geben 3675 Rthlr a 5 pr. C. in einem Jahre? — — Hat man sich das im vorhergehenden §. angeführte bekannt gemacht, so denkt man hier: 3000 Rthlr geben 150 Rthlr, 600 Rthlr geben 30 Rthlr, also 150 Rthlr und 30 Rthlr, sind 180 Rthlr, dazu den Zins von 50 Rthlr oder $2\frac{1}{2}$ Rthlr, und von 25 Rthlr, oder 1 Rthlr 6 gr, macht 183 Rthlr 18 gr.

b Wie viel Zins geben 225 Rthlr in 3 Monaten? Man findet ausserordentlich leicht 11 Rthlr 6 gr für ein Jahr, und also 2 Rthlr 19 gr 6 pf für 3 Monat oder $\frac{1}{4}$ Jahr.

§. 35.

Je nachdem das pr. C. beschaffen ist, ist es gut, sich bald von diesen bald von jenen Theilen von 100 den Zins eines Jahres bekannt zu machen. Bey 4 und 8 pr. C. z. B. wären diese Theile 75, 50, 25, 5, 1, bey $2\frac{1}{2}$ aber 80, 50, 40, 20, 10, 5, 1 u. s. w. Sorgfältige Betrachtung einzeler Fälle und Vergleichung mehrerer möglicher Arten ist auch bey dieser Sache einem jeden anzurathen.

§. 36.

§. 36.

Ausser dem bisher betrachteten wichtigsten Falle der gemeinen Zinsrechnung giebt es nun noch auch andere, die zwar nicht ganz übergangen werden dürfen, aber doch keine so weitläuftige Behandlung erfordern, indem sie seltner vorkommen. Es gehören dahin folgende:

a Wenn man aus dem Zinse, den ein Capital in einer gewissen Zeit und bey einem gegebenen pr. C. trägt, den Zins finden soll, den es bey einem andern pr. C. tragen würde; z. B. Wie viel Zins erhält man von einem Capitale a $6\frac{1}{4}$ pr. C. wenn es in eben der Zeit a 5 pr. C. 324 Rthlr 6 gr Zins trägt?

b Wenn man aus dem pr. C., zu welchem ein Capital aussteht, und dem Zinse, welchen dasselbe in einer gewissen Zeit trägt, ein anderes pr. C. finden soll, bey welchem es einen andern gegebenen Zins in eben der Zeit tragen könnte; z. B. Wie groß muß das pr. C. seyn, um von einem Capitale, davon man a $6\frac{1}{4}$ pr. C. 405 Rthlr 7 gr 6 pf Zins erhält, in eben der Zeit nur 324 Rthlr 6 gr zu erhalten?

Dieser zweyte Fall ist der vorhergehende erste umgekehrt, und beyde muß man wissen, um jedesmal die Probe zu machen.

§. 37.

Der zur Ausrechnung der hieher gehörigen Exempel nöthige Satz ist:

Je grösser bey einerley Capital und Zeit das pr. C. ist, desto grösser ist auch der Zins, und je kleiner bey einerley Capital und Zeit das pr. C. ist, desto kleiner ist auch der Zins; und umgekehrt: Je grösser bey einerley Capital und Zeit der Zins seyn soll, desto grösser muß auch das pr. C. seyn, und je kleiner bey einerley Capital und Zeit der Zins ist, desto kleiner kann auch das pr. C. seyn.

Die Anmerkung bey §. 10 gehört auch hieher.

§. 38.

Die Ausrechnung der §. 36 angeführten Fragen ist also:

a

324 Rthl. 6 gr. $\times \frac{6\frac{1}{4}}{5} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$

81 Rthl. 1 gr. 6 pf.

405 Rthl. 7 gr. 6 pf.

b

$6\frac{1}{4} \times \frac{324 \text{ Rthl. } 6 \text{ gr.}}{405 \text{ Rthl. } 7\frac{1}{2} \text{ gr.}}$

1945 Rthl. 12 gr. $9727\frac{1}{2}$

81 — $1\frac{1}{2}$

2026 Rthl. $13\frac{1}{2}$ gr.

8104

48637

19455) 97275 | 5 pr. C.
42 2

§. 39.

c §. 36. Wenn man aus der Zeit des Ausstehens eines Capitals und seinem pr. C. die Zeit finden soll, welche das Capital, um gleichen Zins zu tragen, bey einem andern pr. C. würde ausstehen müssen; und umgekehrt.

d Wenn man aus einem Capitale und seinem pr. C. ein anderes Capital finden soll, welches bey einem andern pr. C. in gleicher Zeit eben denselben Zins trage; und umgekehrt.

§. 40.

Die für diese Fälle nöthigen Sätze sind

zu c. Je grösser bey einerley Capital und Zins die Zeit gesetzt wird, desto kleiner muß das pr. C. angenommen werden, und je kleiner bey einerley Capital und Zins die Zeit gesetzt wird, desto grösser muß das pr. C. seyn; und umgekehrt: Je grösser bey einerley Capital und Zinse das pr. C., desto kleiner die Zeit, und je kleiner das pr. C., desto grösser die Zeit.

zu d. Je grösser bey einerley Zeit und Zins das Capital ist, desto kleiner kann das pr. C. seyn, und je kleiner bey einerley Zeit und Zins das Capital ist, desto grösser muß das pr. C. seyn; und umgekehrt; Je grösser bey einerley Zeit und Zins das pr. C., desto kleiner das Capital, und je kleiner das pr. C. desto grösser das Capital.

Diese

Diese Sätze sind im strengsten Verstande zu nehmen, und ich setze auch hier voraus, was in der Vorrede bey der Betrachtung der Grössen, die in einem verkehrten geometrischen Verhältnisse stehen, gesagt worden ist.

§. 41.

Beyspiele zu dem Falle c sind:

Wie lange muß ein Capital a 6 pr. C. stehen, um eben so viel Zins zu tragen, als es a 5 pr. C. in $1\frac{1}{2}$ Jahre bringen würde? — Die Rechnung ist hier

$$\frac{\frac{1\frac{1}{2}\ \text{Jahr} \times \frac{5}{6}}{7\frac{1}{2}}}{1\frac{1}{4}\ \text{Jahr.}}$$

Zu wie viel pr. C. muß ein Capital ausgeliehen werden, um in $1\frac{1}{4}$ Jahre eben so viel Zins zu geben, als 5 pr. C. in $1\frac{1}{2}$ Jahre? — Die Rechnung ist

$$\frac{5\ \text{pr. C.}}{6\ \text{pr. C.}} \times \frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}} = \frac{6}{5}$$

Beyspiele aber zu dem Falle d:

Wie groß muß ein Capital seyn, um a 5 pr. C. eben so viel Zins zu tragen, als 3425 Rthlr a 6 pr. C. — Die Rechnung ist

$$\frac{\frac{3425\ \text{Rthlr}\ \frac{5}{6}}{570\frac{5}{6}\ \text{Rthlr}}}{2854\frac{1}{6}\ \text{Rthlr.}}$$

Wie

Wie groß muß das pr. C. seyn, um von 3425 Rthlr eben so viel Zins zu erhalten, als $2854\frac{1}{6}$ Rthlr a 6 pr. C. tragen? — Die Rechnung ist

$$\begin{array}{r|l} 6 & \text{pr. C.} \quad \frac{2854\frac{1}{6}}{3425} \\ \hline 17125 & \\ 1 & 5 \text{ pr. C.} \end{array}$$

§. 42.

Bisweilen sind die Fragen von der Art, daß man zu ihrer Beantwortung zwey von den angeführten Sätzen zum Grunde legen muß. Z. E. Zu wie viel pr. C. müssen 1000 Rthlr ausgethan werden, um davon in $4\frac{1}{2}$ Jahre eben so viel Zins zu erhalten, als man von 400 Rthlr a 5 pr. C. in $13\frac{1}{2}$ Jahre empfangen kann? — Die Rechnung ist

$$5 \text{ pr. C.} \times \frac{2}{5} \times \frac{13\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \times 3$$

$$\begin{array}{l} 5 \\ \hline 2 \\ \hline 6 \text{ pr. C.} \end{array}$$

Es liegen bey diesem Exempel die Sätze c und d §. 39 zum Grunde. Ueber die Verfahrungsart in Fällen dieser Gattung ist allgemein in der Vorrede geredet worden.

§. 43.

Es sind nunmehr die zusammengesetzten Fälle der gemeinen Zinsrechnung, welche oben §. 7 kenntlich gemacht worden sind, zu betrachten. Nöthig ist es

daben

haben nicht, daß zuvörderst die Classen derselben vestgesetzt werden, zumal da man derselben sehr leicht eine sehr grosse Menge machen könnte; sondern es kommt einzig und allein darauf an, daß an einigen Beyspielen die leichteste Verfahrungsart gezeiget werde. Um dies zu können, muß ich einige Sätze voraussschicken.

§. 44.

1. Es ist in Ansehung des Zinses völlig einerley, ob man, vorausgesetzt, daß das pr. C. nicht geändert werde, und wenn keine Zeit besonders bestimmt ist, allezeit ein Jahr zu verstehen sey, ob man, sage ich, den Zins von dem gegebenen Capitale und der vestgesetzten Zeit, oder von dem Producte aus dem Capitale und der Zahl der Zeit nach Jahren bestimmt, berechne. So findet z. B. kein Unterschied statt zwischen dem Zinse von 4000 Rthl. in 3 Jahren und zwischen dem Zinse von 12000 Rthl. in einem Jahre; er ist bey 5 pr. C. 600 Rthl. in dem einen so wohl als in dem andern Falle.

2. Ist es auch in Ansehung des Zinses einerley, wenn auf die Zeit nicht gesehen wird, ob man den Zins eines Capitals nach dem angegebenen pr. C., oder den Zins des Products aus dem gedachten Capitale und pr. C., als eines Capitals, das a 1 pr. C. steht, berechne. Es ist z. B. gleich, ob man den Zins von 600 Rthl. a 5 pr. C., oder von 3000 Rthl. a 1 pr. C. nimmt, denn in beyden Fällen ist der Zins 30 Rthl.

3. End=

3. Endlich ist es in Ansehung des Zinses gleich, ob man denselben von einem gegebenen Capitale nach dem bestimmten pr. C. und der vestgesetzten Zeit, oder von dem Producte aus dem Capitale und dem pr. C. und der Zeit in Jahren ausgedruckt, als von einem Capitale a 1 pr. C. und auf 1 Jahr, berechne. Es findet z. B. kein Unterschied statt, man mag den Zins von 800 Rth a 4 pr. C. in 3 Jahren, oder den Zins von 9600 Rth a 1 pr. C. in 1 Jahre rechnen, in beyden Fällen ist er 96 Rth.

Es kann nicht schwer fallen, sich von der Richtigkeit dieser Sätze allgemein zu überzeugen, da aus dem vorhergehenden und aus der Natur der Sache selbst bekannt ist, daß der Zins mit dem Capitale, mit dem pr. C. und mit der Zeit genau ab und zunehme. Es muß also gleich viel seyn, ob man ein einfaches Capital und eine zwiefache Zeit, oder das zwiefache Capital und die einfache Zeit; ein einfaches Capital und eine dreyfache Zeit, oder das dreyfache Capital und die einfache Zeit u. s. w. nehme. Auf gleiche Art verhält es sich mit den übrigen Fällen.

§. 45.

Vermittelst dieser Sätze ist man im Stande, jeden zusammengesetzten Fall der gemeinen Zinsrechnung in einen einfachen zu verwandeln. Es werde z. B. gefragt: wie viel Zins man in allem von 3500 Rth a 5 pr. C. in $\frac{3}{4}$ Jahren, von 2600 Rth a 4 pr. C. in $1\frac{1}{2}$ Jahre, von 1500 Rth a $3\frac{1}{2}$ pr. C. in einem Jahre, und von 753 Rth a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 2 Jahren erhalte? Man kann die Rechnung folgender Gestalt machen. Es sind

3500 Rthl.	a 5 pr. C.	auf $\frac{3}{4}$ Jahr	so viel als	13125 Rthl.	}	a 1 pr. C. auf 1 Jahr
2600 Rthl.	a 4	— — $1\frac{1}{2}$	— —	15600 Rthl.	}	
1500 Rthl.	a $3\frac{1}{2}$	— — 1	— —	5250 Rthl.	}	
753 Rthl.	a $2\frac{1}{2}$	— — 2	— —	3765 Rthl.	}	

Also alle genannte Capitalien so viel als 37740 Rthl. a 1 pr. C. auf ein Jahr.

Hievon ist nun weiter leicht auszurechnen, daß der Zins 377 Rthl. 9 gr. $7\frac{1}{5}$ pf. betrage, und dies ist der gesammte verlangte Zins. Denn es geben

Capital				an Zins
3500 Rthl.	a 5 pr. C.	in $\frac{3}{4}$ Jahren		$131\frac{1}{4}$ Rthl.
2600 Rthl.	a 4	— $1\frac{1}{2}$	—	156 Rthl.
1500 Rthl.	a $3\frac{1}{2}$	— 1	—	$52\frac{1}{2}$ Rthl.
753 Rthl.	a $2\frac{1}{2}$	— 2	—	$37\frac{13}{25}$ Rthl.

und also alle Capitalien zusammen $377\frac{2}{5}$ Rthl.

§. 46.

Wenn bey dergleichen zusammengesetzten Fragen die Zeit, welche die Capitalien ausstehen, nicht in Jahren, sondern in Monaten oder Tagen gegeben ist; so ist die Reduction aller Capitalien auf eins nicht weniger möglich, und die §. 44 angeführten Sätze können auch hier ganz zum Grunde gelegt werden, wenn man zuvor die Monate und Tage in Brüchen nach Jahren ausdruckt. Das Jahr wird hiebey zu 360 Tagen, und der Monat zu 30 gerech-

gerechnet. Schlägt man diesen Weg mit gehöriger Klugheit ein; so hat man zugleich den Vortheil, mit den möglich kleinsten Zahlen zu rechnen, und am Ende bloß die einfache Regel de Tri nöthig zu haben. Man nehme z. B. die zweyte Frage des 1175 §. der gemeinen Interessenrechnung in von Clausbergs demonstrativen Rechenkunst: Wie viel ist der sämmtliche Zins von 1500 fl auf 3 Monate, von 1800 fl auf 5 Monate, von 1000 fl auf 9 Monate, von 2000 fl auf 1 Jahr, und von 3000 fl auf 2 Jahr, allenthalben 6 pr. C. gerechnet? Rechnet man hier

1500 fl	auf $\frac{1}{4}$ Jahr	ist so viel als		375 fl	auf 1 Jahr
1800 fl	— $\frac{5}{12}$	—	—	750 fl	
1000 fl	— $\frac{3}{4}$	—	—	750 fl	
2000 fl	— 1	—	—	2000 fl	
3000 fl	— 2	—	—	6000 fl	

und alles in allem also so viel als 9875 fl auf 1 Jahr; und suchet nun ferner den Zins

$$\frac{9875 \text{ fl} \times \frac{6}{100}}{\text{fl } 592\frac{50}{100}}$$

oder $\frac{1}{2}$: so wird die Vergleichung dieser Rechnung mit der von Clausbergischen, so gleich folgenden, das gesagte hinlänglich bestätigen.

§. 47.

Will man die Monate und Tage nicht nach Jahren ausdrucken, so kann man auch, nachdem man zuvor, wenn Zeiten von verschiedenen Benennungen da sind, dieselben auf gleiche Benennung gebracht hat, die gegebenen Capitalien auf eins zurückbringen, dessen Zeit 1 Monat oder ein Tag ist, und dann hievon den Zins nach den bekannten Regeln suchen. So kann man z. B. das Exempel §. 46 auf folgende Art rechnen:

1500 fl	auf 3 Mon.	=	4500 fl		auf 1 Monat
1800 fl	- 5 —	=	9000 fl		
1000 fl	- 9 —	=	9000 fl		
2000 fl	- 12 —	=	24000 fl		
3000 fl	- 24 —	=	72000 fl		

alles zusammen also = 118500 fl auf 1 Monat; wovon der Zins a 6 pr. C. ist

$$118500 \text{ fl} \times \frac{6}{100 \times 12} = \frac{1}{100 \times 2}$$

$592\frac{1}{2}$ fl.

Wie man verfahre, wenn Zeiten in Tagen vorkommen, braucht hoffentlich nicht durch Exempel gezeigt zu werden.

§. 48.

Auf die beschriebene Art nun, doch so daß man dabey sorgfältig die Bestimmungen der Zeit in Brüchen vermeidet, wird man gewöhnlicher Weise gelehret, die zusam-

zusammengesetzten Fälle der gemeinen Zinsrechnung zu berechnen. Man lese z. B. von Clausbergs demonstr. Rechenkunst 4ten Theil §. 1175 bis 1179, Joh. Gust. Karstens Lehrbegriff der gesammten Mathematik, 2ten Theils 13ten Abschn. Fr. Chr. Lor. Karstens Rechenkunst (Bützow und Wismar 1775) S. 338 f. u. a. Man gelangt auf diesem Wege allerdings zum wahren Ziele; allein **ist dieser Weg** auch **allezeit der bequemste und kürzeste?** Gesetzt es würde gefragt: Wie viel Zins erhält man in allem von 600 Rthlr in 6 Monaten, von 359 Rthlr 12 gr in 3 Monaten, von 750 Rthlr 18 gr in 1 Jahre 4 Monaten und 3 Tagen, von 250 Rthlr in 2 Monaten und 2 Tagen, und von 1075 Rthlr in 1 Jahre, allenthalben 5 pr. C. pr. A. gerechnet? so würde die beschriebene Art doch ohnstreitig mit einer sehr grossen Weitläuftigkeit verbunden seyn; und dergleichen zusammengesetzte Fragen kommen gleichwol häufig vor.

§. 49.

Mir scheint es daher nicht gut, alle nur mögliche zusammengesetzte Fragen der gemeinen Zinsrechnung auf einerley Art behandeln zu wollen; sondern ich halte es für besser, diese Fragen,

a bisweilen durchaus theilweise zu beantworten, und die einzeln Resultate am Ende zu vereinigen;

b andere hingegen auf verschiedene einfachere, aber doch an sich noch immer zusammengesetzte, Fragen zuvor zu reduciren, diese einzeln nach dem bisherigen zu beantworten, und die Resultate dann zu vereinigen;

c die übrigen auf die beschriebene Art zu behandeln.

Bey der §. 46 und 47 betrachteten Frage z. B. ist diese letzte gewöhnliche Art gut, ohnerachtet die bey a vorgeschlagene nicht viel nachsteht. Bey der §. 48 gedachten hingegen ist die Art, der bey a Erwähnung geschehen, ohnstreitig besser; man könnte hier aber auch 600 Rthlr auf 6 Monate, 359 Rthlr 12 gr auf 3 Monate, und 1075 Rthlr auf 1 Jahr, und nach diesem 750 Rthlr 18 gr auf 1 Jahr 4 Monate und 3 Tage, und 250 Rthlr auf 2 Monate und 2 Tage, und zwar jene Capitalien auf eins auf 1 Monat, und diese auf ein Capital auf 1 Tag reduciren, und nach B. b verfahren.

Welche Art nun jedesmal die beste sey? dies stets richtig und schnell zu beurtheilen wird Uebung erfordert, und insbesondere Ausrechnung einzeler Fälle auf alle mögliche Arten und sorgfältige Vergleichung der betretenen Wege unter einander.

Wider die Bestimmungen der Zeit in Brüchen, die bereits §. 45 gebraucht und §. 46 mit einer Einschränkung empfohlen sind, läßt sich wohl mit Grunde nichts vorbringen. Ich weiß zwar, daß viele die Vermeidung der Brüche für vortheilhaft halten; allein welches sind, alles genau erwogen, diese Vortheile? In der Vorrede habe ich mich hierüber weitläuftiger erklärt.

§. 50.

§. 50.

Wenn ein Capital, das eine Zeitlang ausgestanden, wiedergegeben werden soll; so entsteht die Frage: Wie hoch in dieser Zeit das Capital gewachsen, und wie viel also der Schuldner in allem zu bezahlen habe? Man sieht bald, daß hier nach der Summe des Capitals und der Zinsen gefragt werde, und daß man, dergleichen Fragen zu beantworten, von dem bekannten Capitale nur den Zins zu suchen und denselben zu dem Capitale selbst zu addiren habe. Es werde z. B. gefragt: Wie viel erhält man statt 3450 Rthlr, welche $1\frac{3}{4}$ Jahr a 5 pr. C. ausgestanden? — Die Rechnung ist. Der Zins von 3450 Rthlr a 5 pr. C. auf $1\frac{3}{4}$ Jahr ist

3450 Rthlr $\times \frac{1}{20} \times 1\frac{3}{4} = \frac{7}{80}$

43$\frac{1}{8}$ Rthlr

301$\frac{7}{8}$ Rthlr. Zu diesem Zinse addirt das Capital der 3450 Rthlr

so erhält man 3751$\frac{7}{8}$ Rthlr.

So wie sich diese Art gleichsam von selbst darbietet, so ist sie auch in den allermeisten Fällen die bequemste und beste.

§. 51.

Freylich kann man auch nach der Voraussetzung, daß ein Capital in einer gewissen Zeit durch den

Zins sich in eben dem Verhältnisse vermehren müsse, als es 100 Rthlr in eben der Zeit durch das pr. C. thun, die ganze Summe mit einem Male finden. Z. B. 4560 Rthlr sollen mit 5 pr. C. pr. A. nach einem Jahre wiedergegeben werden, und es wird gefragt, wie viel in allem zu bezahlen sey? — Die Rechnung kann seyn

$$4560 \text{ Rthlr} \times \tfrac{21}{20}$$

9120

95760

4788 Rthlr.

Allein man muß dabey die angeführte Voraussetzung, deren Wahrheit aus der Natur der Sache erhellet, ja nicht aus den Augen verlieren. Denn wollte man z. B. die Frage §. 50 nach der Regel Quinque beantworten und rechnen

$$3450 \text{ Rthlr} \times \tfrac{21}{20} \times 1\tfrac{3}{4} = \tfrac{21 \times 7}{80}$$

6900

72450

507150

$6339\tfrac{3}{8}$ Rthlr.

so müßte man nothwendiger Weise auf ein falsches Facit kommen, indem man so der Zeit, die bloß auf den Zins ein=

einfließt, auch auf das Capital selbst einen Einfluß verstattet hätte. Will man daher diesen Weg einschlagen, so muß man, wo es nöthig ist, vor allen Dingen das pr. C. für die gegebene Zeit suchen, und dann nach der einfachen Regel de Tri rechnen. Die wahre Berechnung des angeführten Falls wäre also

$$3450 \text{ Rthlr} \times \frac{87}{80}$$

$$43\frac{1}{8} \text{ Rthlr}$$

$$301\frac{7}{8}$$

$$345$$

$$3751\frac{7}{8} \text{ Rthlr.}$$

Ich hätte dieses nicht angeführt, wenn ich nicht aus Erfahrung wüßte, wie leicht ungeübte Rechner es übersehen.

§ 52.

Es kommen bisweilen Berechnungen des Zinses vor, bey welchen kein pr. C., sondern an dessen statt der Zins einer gewissen Summe gegeben ist; z. B. wenn man wissen wollte, wie viel der Zins eines Jahres von 1000 Rthlr seyn würde, im Fall dieselben auf den wucherhaften Zins zu 1 Gr. wöchentlich von 1 Rthlr ausgethan würden? Nimmt man in dergleichen Fällen statt des pr. C. den gegebenen Zins, und statt 100 die Zahl des gleichfals gegebenen Capitals, so lassen sie sich durchaus nach obigen Regeln behan-

behandeln. Die Rechnung des angeführten Exempels z. B. ist

$$1000 \text{ Rthlr.} \times \frac{1}{288} \times 50$$

8 0 0 0 0
3 2 2 4(6 | 173 Rthlr. 14 gr. 8 pf.
2 1 8 0
7 0(7
2 4
2
(1

§. 53.

Wenn man besseres Geld gegen schlechteres, Gold z. B. gegen Courant, vertauscht, so erhält man über die Summe, welche man giebt, noch etwas gewisses, und diesen Ueberschuß nennt man Agio oder Aufgeld. Die Grösse des Aufgeldes bestimmt man, wie die Grösse des Zinses, entweder nach pr. C., oder so daß man das Aufgeld auf irgend eine Summe angiebt. Man sagt z. B. Gold giebt gegen Courant $6\frac{2}{3}$ pr. C., oder der Louisd'or thut 8 gr. Nach diesem sieht man sehr leicht, daß die Berechnung des Aufgeldes mit der Berechnung des einfachen Zinses auf einerley Gründen ruhe, und also nach der gemeinen Zinsrechnung eben keiner besondern Auseinandersetzung bedürfe.

§. 54.

§. 54.

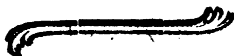
Man unterscheidet auch, und mit Recht, zwischen Interesse und Zins, so daß man dem Worte Interesse eine weitläuftigere Bedeutung giebt, und darunter sodann allen Gewinn versteht, der aus der Nutzung einer Sache entspringt; die Interessen in der mehrern Zahl aber sind mit dem Zinse einerley. Ausser der oben angeführten Bedeutung hat nun aber auch das Wort Zins noch verschiedene andere. Man gebraucht es z. B. von jährlichen Abgaben und von Renten, und oft sind es Sachen und nicht Geld, welche abgegeben werden müssen. Man erinnere sich hier des Erbzinses, des Getreydezinses, des Viehzinses u. s. w. Da indeß von diesen Arten des Zinses theils in einer andern Rücksicht als von den Zinsen im eigentlichsten Verstande bisher geschehen, wenn davon vollständig geredet werden soll, gehandelt werden muß, theils die an diesem Orte etwa zu zeigende Berechnung derselben keine besondere Regeln erfordert; so ist hier davon weiter zu reden nicht nöthig.

§. 55.

Was die jedesmalige Grösse des pr. C. bey dem Zinse im eigentlichsten Verstande anbetrifft, so kommt es dabey auf die Verabredung zwischen dem Gläubiger und dem Schuldner, auf die im Umlaufe sich befindende Menge des Geldes, auf den Gebrauch den man davon

machen, und den Nutzen, den man davon ziehen kann, an, und es ist daher die Grösse des pr. C. an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten verschieden. 5 pr. C. sind allgemein und nach den Gesetzen erlaubt, über 6 pr. C. zu nehmen ist wuchermässig. Man nennt das pr. C. übrigens auch das Zinsmaaß, und bestimmt seine Grösse auch so, daß man angiebt, was für ein Theil vom Capitale gegeben werde. Zum 40ten Pfennig also und a $2\frac{1}{2}$ pr. C., zum 32ten Pfennig und a $3\frac{1}{8}$ pr. C., zum 24ten Pfennig und a $4\frac{1}{6}$ pr. C., zum 20ten Pfennig und a 5 pr. C. sind gleichbedeutende Ausdrücke.

Noch einige auch hieher gehörige Anmerkungen findet man am Ende der Zinseszinsrechnung.



Zinses-

Zinseszinsrechnung.

§. 56.

Zinseszins und Zinseszinsrechnung sind oben §. 4 und 5 erklärt worden, und es ist daher auch hier das erste, daß die zur Zinseszinsrechnung gehörigen Fälle vestgesetzt und kenntlich gemacht werden.

Anstatt der Benennung Zinseszinsrechnung gebraucht man auch folgende: zusammengesezte Zins- oder Interessenrechnung, Berechnung des Zinses auf Zins, Anatocismus.

§. 57.

Aber wozu die Zinseszinsrechnung, da die Gesetze dem Gläubiger verbieten, von seinem Schuldner Zins auf Zins zu fordern? Es haben diese Frage unter andern Unger in seinen Beyträgen zur Mathesi forensi, 1tes Stück, Abhandl. V. §. 3 (Göttingen 1746) und Florencourt in den Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst (Altenburg 1781) S. 8. beantwortet, und das vornehmste daraus ist folgendes.

a Die Absicht des Verbots des Zinseszinses ist, den Untergang des Schuldners oder einen zu grossen Druck desselben zu verhindern. So bald also diese

Absicht

Absicht aufhört, so fällt auch das Verbot weg, und dergleichen Fälle giebt es.

b Die Gesetze gebieten in gewissen Fällen selbst, die einkommenden Zinsen als ein neues Capital auf Interessen auszuthun, wie bey Tutelen und Curatelen.

c Soll jemand, der Zinseszins genommen, verurtheilt werden, so ist vor allen Dingen auszumachen, wie viel er durch Rechnung des Zinseszinses zu viel genommen, und dazu ist diese Rechnung nöthig.

d Bey den Jahrrenten, Leibrenten u. s. w. bezahlen Staaten Zinseszins. Dazu kann man nun noch setzen.

e Daß die Regeln der Zinseszinsrechnung bey vielen andern Rechnungen zum Grunde liegen, und in der Zinseszinsrechnung gleichwohl am leichtesten eingesehen werden können.

§. 58.

Die Nutzbarkeit und Nothwendigkeit der Zinseszinsrechnung also als ausgemacht vorausgesetzt, so sind die zu ihr gehörigen Fälle folgende.

a Kann gefragt werden: Wie hoch ein Capital bey einem gegebenen pr. C. in einer bestimmten Zeit durch den Zinseszins wachse? Man will z. B. wissen, um wie viel 2000 Rthl in 5 Jahren durch den Zinseszins a 5 pr. C. vermehret werden.

b Kann

b Kann zu bestimmen seyn: Was für ein Capital erfordert werde, um aus demselben bey einem gegebenen pr. C. durch den Zinseszins in einer gewissen Zeit ein bestimmtes grösseres Capital zu erhalten? Man will z. B. wissen, wie viel Geld man à 5 pr. C. auf Zinseszins anzulegen habe, um in 10 Jahren dafür 5000 Rthlr zu bekommen.

c Kann zu wissen verlangt werden: Wie groß das pr. C. seyn müsse, bey welchem ein gegebenes Capital in einer bestimmten Zeit eine ebenfalls bestimmte Grösse erreichen könne? Man fragt z. B. Zu wie viel pr. C. muß ich 1000 Rthlr austhun, um durch Zinseszins dieselben in 7 Jahren bis auf 1500 Rthlr zu vermehren?

§. 59.

Was für einer von den angeführten Fällen auch statt finden mag, so muß dabey vor allen Dingen ausgemacht seyn, wie weit die Zinstermine von einander entfernt seyn sollen. Oft wird der Zins nur alle Jahr abgetragen, oft wird er alle halbe Jahr, und oft in vierteljährigen Terminen entrichtet. Bey der gemeinen Zinsrechnung kommt darauf nichts an; wie sehr man aber in der Zinseszinsrechnung darauf zu sehen Ursache habe, kann die Vergleichung derer von den folgenden Fragen lehren, welche nach verschiedenen Zinsterminen beantwortet worden.

§. 60.

§. 60.

Um nun die §. 58 angeführten Fälle genauer zu betrachten und von dem bey a erwähnten anzufangen, so bedarf es kaum einer Anzeige, daß man diesen Fall auch, allein meistentheils auf eine sehr mühsame und dem Irrthume sehr ausgesetzte Art, durch öftere Wiederholung der einfachen Regel de Tri auflösen könne. Ein Beyspiel stehe indessen hier, damit das unbequeme dieses Weges ganz sichtbar werde. Es werde also gefragt: Wie viel Zinseszins erhält man von 1000 Rthlr. a 5 pr. C. in 4 Jahren? Es wird hier, so wie auch stets in der Folge, wenn nicht ausdrücklich etwas anders bestimmt worden, vorausgesetzt, daß der Zins alle Jahr bezahlt werden soll. — Die Rechnung ist entweder:

Man erhält	von		an Zins
im 1ten Jahre	1000 Rthlr.	— —	50 Rthlr.
- 2 — —	1050 Rthlr.	— —	52 Rthlr. 12 gr.
- 3 — —	1102 Rthlr. 12 gr.	—	55 Rthlr. 3 gr.
- 4 — —	1157 Rthlr. 15 gr.	—	57 Rthlr. 21 gr. $1\frac{4}{5}$ pf.
		Summa	215 Rthlr. 12 gr. $1\frac{4}{5}$ pf.

oder:

Es werden		Rthlr.		durch den Zins
nach dem 1ten Jahre	—	1000 Rthlr.	—	1050 Rthlr.
— 2 diese	—	1050	— —	$1102\frac{1}{2}$ Rthlr.
— 3 diese	—	$1102\frac{1}{2}$	— —	$1157\frac{5}{8}$ Rthlr.
— 4 diese	—	$1157\frac{5}{8}$	— —	$1215\frac{81}{160}$ Rthlr.

und von dieser letzten Summe abgezogen 1000 Rthlr.

so bleiben an Zins $215\frac{81}{160}$ Rthlr.

Es

Es ist hier ein sehr leichter Fall gewählt worden, und doch wird ein jeder, der die Ausrechnung desselben recht überdenkt, das von dem betretenen Wege gesagte dadurch hinlänglich bestätiget finden. Wie nun vollends, wenn die Anzahl der Jahre grösser genommen und z. B. auf 10 Jahre gesetzt worden wäre? Wie wenn man statt 1000 Rthlr eine andere Summe, z. B. 1216 Rthlr 8 gr 6 pf hätte berechnen sollen? Genug also hievon und zu bessern Wegen.

§. 61.

Es ist daher nothwendig, daß man zur Beantwortung der häufig vorkommenden Frage: Wie hoch wächst ein Capital bey einem gegebenen pr. C. in einer bestimmten Zeit durch den Zinseszins? einen bequemern Weg aufsuche. Man hat dergleichen mehrere. Einige sind allgemein faßlich und betretbar, andere aber nur für den, der die Logarithmen zu brauchen gelernt, und logarithmische Tafeln bey der Hand hat. Da ich von den Logarithmen und ihrem Gebrauche in der Vorrede gesprochen habe, so werde ich das nöthige von der Auflösung des angeführten Falls vermittelst der Logarithmen ebenfalls berühren.

§. 62.

Bey einer genauen Betrachtung der jetzt abzuhandelnden Fragen findet man bald, daß man sich dabey der zusammengesetzten Regel de Tri mit grossem Vortheile bedienen könne. So sehr nemlich jede 100 Rthlr des

Haupt-

Hauptstuhls in dem 1ten Jahre durch den Zins wachsen, eben so wachsen auch in dem 2ten Jahre jede 100 Rthlr der Summe dieses Hauptstuhls und des ersten Zinses, in dem 3ten Jahre jede 100 Rthlr der Summe des Hauptstuhls des ersten und des zweyten Zinses, in dem 4ten jede 100 Rthlr der Summe des Hauptstuhls des ersten, zweyten und des dritten Zinses u. s. w. Nach dem in der Vorrede über die zusammengesetzte Regel de Tri gesagten, wäre die Rechnung der §. 60 da gewesenen Frage

$$1000 \text{ Rthlr} \times \frac{21^4}{20^4} = \frac{194481}{160000}$$

```
19448 1000 |
  328      | 1215 Rthlr
  ---
  324
  ---
 1944 |
   32 |
   48 | 12 gr.
  --- |
  288 |
   12 | 1 4/5 pf. und also der Zins 215 Rthlr 12 gr. 1 4/5 pf.
```

Die Vortheile, welche man bey dieser Art in Vergleichung gegen die vorhergehende hat, sind, daß man

a viel geschwinder und mit weit weniger Mühe zu seinem Endzwecke gelangt, und

b der Gefahr zu irren so sehr bey weitem nicht ausgesetzt ist.

Bis-

Bisweilen kann diese Art so leicht seyn, daß sie unter allen die beste ist. Wie leicht erhebt man nicht z. B. 21 und 20 auf jede verlangte Dignität, da alle Arbeit in einer Multiplication mit 2 und einer leichten Addition bestehen kann? Ist daher das pr. C. 5, so kann man sich ihrer ohne Bedenken bedienen, oder es müßte die Anzahl der Jahre sehr groß seyn. Wenn hingegen 4 pr. C. gerechnet werden, so daß statt $\frac{21}{20}$ der Anzeiger $\frac{26}{25}$ genommen werden muß, so wird allerdings, so wie auch meistentheils bey einem andern pr. C. als 5, die nöthige Erhebung zu Dignitäten beschwerlicher.

§. 63.

Man muß aber, wenn man sich hier der zusammengesetzten Regel de Tri bedienen will, jederzeit erst das durch den Zinseszins vermehrte Capital, und dann durch Abzug des Hauptstuhls, wenn man denselben besonders verlangt, den Zinseszins suchen. Der Grund hievon liegt in dem §. 62 angeführten Satze von der Vergrösserung eines Capitals durch den Zinseszins. Thut man dies nicht, sondern sucht man so gleich den Zins, so erhält man den ersten Zins, oder den Zins des Capitals selbst in dem ersten Jahre oder Termine, den zweyten Zins, oder den Zins des gedachten ersten Zinses in dem zweyten Jahre oder Termine, ferner den dritten, vierten, fünften Zins u. s. w. je nachdem man den Anzeiger in der ersten, oder zweyten,

oder dritten, oder vierten, oder fünften Dignität u. s. w. genommen hat. Es sollen z. B. 1000 Rt a 5 pr. C. auf Zinseszins ausgethan seyn, und der Zins von Jahr zu Jahr gerechnet werden; so erhält man durch folgende Rechnungen

1. 1000 Rt $\times \frac{1}{20}$

50 Rt, den ersten Zins.

2. 1000 Rt $\times \frac{1}{20^2} = \frac{1}{400}$

$2\frac{1}{2}$ Rt, den zweyten Zins.

3. 1000 Rt $\times \frac{1}{20^3} = \frac{1}{8000}$

$\frac{1}{8}$ Rt, den dritten Zins.

4. 1000 Rt $\times \frac{1}{20^4} = \frac{1}{160000}$

$\frac{1}{160}$ Rt, den vierten Zins.

5. 1000 Rt $\times \frac{1}{20^5} = \frac{1}{3200000}$

$\frac{1}{3200}$ Rt, den fünften Zins u. s. w.

§. 64.

Ohnerachtet aber die Findung des zweyten, dritten, vierten Zinses u. s. w. selten allein das vorgesetzte Ziel ist und seyn kann, so kann dieselbe doch mit-

telba-

telbarer Weise sehr vortheilhaft werden. Denn einmal ist es gewöhnlicher Weise eine leichte Arbeit, von einem gegebenen Capitale nach und nach den ersten, zweyten, dritten, vierten Zins u. s. w. zu suchen. Bey 5 pr. C. z. B. dividirt man das Capital selbst durch 20, um den ersten Zins zu finden; die Division dieses ersten Zinses durch 20 giebt den zweyten Zins, die Division des zweyten Zinses durch 20 den dritten Zins, die Division des dritten Zinses durch 20 den vierten Zins u. s. w. Bey $2\frac{1}{2}$ pr. C. erhält man den ersten, zweyten, dritten, vierten Zins u. s. w. durch eine ähnliche Division mit 40, und auf eine ähnliche Art in vielen andern Fällen. Zweytens besteht der gesammte Zinseszins eines Capitals auf eine leicht zu bestimmende Art aus dem ersten, zweyten, dritten Zinse desselben u. s. w. jeden nach der Zahl der Zinstermine eine bestimmte Anzahl Male genommen. Weiß man also die gedachten verschiedenen Zinse eines Capitals, und wie vielmal ein jeder in dem gesammten Zinseszinse enthalten ist, so kann man diesen letztern durch die Multiplication und Addition finden. Allezeit ist zwar dieser Weg nicht zu empfehlen; oft aber hat er vortheilhaftes genug, um einer weitern Auseinandersetzung werth zu seyn.

§. 65.

Zuerst also die Frage: Wie vielmal ist der erste, zweyte, dritte, vierte Zins u. s. w. jedesmal in

dem gesammten Zinseszinse enthalten? Folgende Tabelle zeigt die Theile des Zinseszinses von 1000 Rth a 5 pr. C. in zwey, drey, vier, fünf und sechs Jahren.

Jahre,	1tes,	2tes,	3tes,	4tes,	5tes,	6tes
Zins,	50 Rth,	50 Rth,	50 Rth,	50 Rth,	50 Rth,	50 Rth,
		$2\frac{1}{2}$,	$2\frac{1}{2}$,	$2\frac{1}{2}$,	$2\frac{1}{2}$,	$2\frac{1}{2}$,
			$2\frac{1}{2}$,	$2\frac{1}{2}$,	$2\frac{1}{2}$,	$2\frac{1}{2}$,
			$\frac{1}{8}$,	$2\frac{1}{2}$,	$2\frac{1}{2}$,	$2\frac{1}{2}$,
				$\frac{1}{8}$,	$2\frac{1}{2}$,	$2\frac{1}{2}$,
				$\frac{1}{8}$,	$\frac{1}{8}$,	$2\frac{1}{2}$,
				$\frac{1}{8}$,	$\frac{1}{8}$,	$\frac{1}{8}$,
				$\frac{1}{160}$,	$\frac{1}{8}$,	$\frac{1}{8}$,
					$\frac{1}{8}$,	$\frac{1}{8}$,
					$\frac{1}{8}$,	$\frac{1}{8}$,
					$\frac{1}{8}$,	$\frac{1}{8}$,
					$\frac{1}{160}$,	$\frac{1}{8}$,
					$\frac{1}{160}$,	$\frac{1}{8}$,
					$\frac{1}{160}$,	$\frac{1}{8}$,
					$\frac{1}{160}$,	$\frac{1}{8}$,
					$\frac{1}{3200}$,	$\frac{1}{8}$,
						$\frac{1}{160}$, zehnmal
						$\frac{1}{3200}$, fünfmal
						$\frac{1}{64000}$.

Die

Die Theile des 1ten und 2ten Jahres zusammen genommen machen den Zinseszins von 1000 Rthlr. a 5 pr. C. in zwey Jahren aus. Die Theile des 1ten, 2ten und 3ten Jahres zusammen genommen geben diesen Zinseszins in drey Jahren. Die Theile des 1ten, 2ten, 3ten und 4ten Jahres zusammen genommen geben denselben in vier Jahren u. s. w. Ferner ist hier der erste Zins, 50 Rthlr., der zweyte, $2\frac{1}{2}$ Rthlr., der dritte $\frac{1}{8}$ Rthlr., der vierte $\frac{1}{160}$ Rthlr., der fünfte $\frac{1}{3200}$ Rthlr., und der sechste $\frac{1}{64000}$ Rthlr. Es enthält also

a. der Zinseszins zweyer Jahre 2 erste und 1 zweyten Zins.

b. der Zinseszins dreyer Jahre 3 erste, 3 zweyte und 1 dritten Zins.

c. der Zinseszins von vier Jahren 4 erste, 6 zweyte, 4 dritte und 1 vierten Zins.

d. der Zinseszins von fünf Jahren 5 erste, 10 zweyte, 10 dritte, 5 vierte und 1 fünften Zins.

e. der Zinseszins von 6 Jahren 6 erste, 15 zweyte, 20 dritte, 15 vierte, 6 fünfte und 1 sechsten Zins.

§. 66.

Um dies noch weiter bestimmen zu lernen, betrachte man folgende Reihen.

0)	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11,	12,
1)	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,
2)	—	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11,
3)	—	—	1,	3,	6,	10,	15,	21,	28,	36,	45,	55,
4)	—	—	—	1,	4,	10,	20,	35,	56,	84,	120,	165,
5)	—	—	—	—	1,	5,	15,	35,	70,	126,	210,	330,
6)	—	—	—	—	—	1,	6,	21,	56,	126,	252,	462,
7)	—	—	—	—	—	—	1,	7,	28,	84,	210,	462,
8)	—	—	—	—	—	—	—	1,	8,	36,	120,	330,
9)	—	—	—	—	—	—	—	—	1,	9,	45,	165,
10)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,	10,	55,
11)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,	15,
12)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,

In dieser Tabelle enthält die Reihe, welche mit 0 bezeichnet ist, Zahlen, welche die Termine anzeigen sollen; die 1te, 2te, 3te, 4te Reihe u. s. w. aber Zahlen, aus welchen man erkennen kann, wie vielmal der 1te, 2te, 3te, 4te Zins u. s. w. in jedem Termine gerechnet werden müsse. Die Richtigkeit der Tabelle vorausgesetzt, so erhellet daraus:

a daß der erste Zins für jeden Termin einfach gerechnet werden müsse, und also in dem Zinseszinse allezeit so vielmal enthalten sey, als Zinstermine gegeben sind.

b daß der zweyte Zins erst in dem zweyten Termine, der

dritte

dritte Zins erst im dritten Termine, der vierte Zins, erst im vierten Termine u. s. w. anfange, und also die Zahl der Termine für den zweyten Zins um eins, die Zahl der Termine für den dritten Zins um zwey, die Zahl der Termine für den vierten Zins um drey kleiner sey als die Zahl aller Termine, u. s. w.

c daß der zweyte, dritte, vierte Zins u. s. w. nur in ihrem ersten Termine einfach, in allen übrigen aber vielfach, und zwar ein jeder dieser Zinse in einem andern Grade vielfach als jeder andere sey.

§. 67.

Von der Richtigkeit der §. 66 angeführten Tabelle überzeugt man sich durch eine genaue Betrachtung der Natur der Sache bald. Denn

a das Capital selbst, von welchem man die ersten Zinse erhält, bleibt einfach, und man kann also für jeden Termin den ersten Zins auch nur einfach rechnen.

b der erste Zins aber, von welchem man, nachdem er zum Capitale geschlagen worden, die zweyten Zinse erhält, bleibt nicht einfach, sondern vergrössert sich mit jedem Termine um sich selbst. Folglich muß man den zweyten Zins für seinen ersten Termin einfach, für den zweyten zweyfach, für den dritten dreyfach u. s. w. rechnen.

c der zweyte Zins, von welchem man, nachdem er zum Capitale geschlagen worden, die dritten Zinse erhält, bleibt also noch weniger einfach, sondern wird in seinem zweyten Termine um sein zweyfaches, in dem dritten Termine um sein dreyfaches, in dem vierten Termine um sein vierfaches u. s. w. vermehrt. Folglich muß man den dritten Zins in seinem zweyten Termine dreyfach, in dem dritten sechsfach, in dem vierten zehnfach u. s. w. rechnen.

d auf eine ähnliche Art fortgegangen ergiebt sich, was nach der Tabelle von dem vierten, fünften, sechsten Zinse u. s. w. zu behaupten ist.

§. 68.

Die leichteste Art, eine Tabelle, wie §. 66, zu verfertigen, ist folgende. Man schreibt, wie 2) §. 66, so weit als man es für nöthig erachtet, eine Reihe Zahlen, die von 1 anfängt, und in der natürlichen Ordnung der Zahlen aufsteigt. Unter dem zweyten Gliede dieser Reihe fängt man eine andere Reihe ebenfalls von 1 an, und macht das zweyte Glied derselben durch die Addition ihres ersten Gliedes und des zweyten Gliedes der ersten Reihe, das dritte Glied derselben durch die Addition ihres zweyten Gliedes und des dritten Gliedes der ersten Reihe, das vierte Glied derselben durch die Addition ihres dritten Gliedes und des vierten Gliedes der ersten Reihe

Reihe u. s. w. Ferner fängt man unter dem zweyten Gliede der zweyten Reihe eine dritte Reihe von 1 an, und macht das zweyte Glied derselben durch die Addition ihres ersten Gliedes und des zweyten Gliedes der zweyten Reihe, das dritte Glied derselben durch die Addition ihres zweyten Gliedes und des dritten Gliedes der zweyten Reihe, das vierte Glied derselben durch die Addition ihres dritten Gliedes und des vierten Gliedes der zweyten Reihe u. s. w. Dann fängt man unter dem zweyten Gliede der dritten Reihe eine vierte Reihe von 1 an, macht auf eine ähnliche Art die übrigen Glieder derselben, und sucht nachher auf ähnliche Weise die übrigen nöthigen fünfte, sechste u. s. w. Reihen zu erhalten. Die erste von den auf diese Art entstandenen Reihen enthält die Zahlen, welche anzeigen, wie vielfach jedesmal der zweyte Zins zu rechnen sey, die zweyte Reihe enthält die ähnlichen Zahlen für den dritten Zins, die dritte Reihe für den vierten Zins u. s. w. Die Zahl des jedesmal zu denkenden Termins ist immer um 1 grösser als die Zahl in der ersten Reihe, welche anzeigt, wie vielmal der zweyte Zins zu rechnen sey.

§. 69.

Wie findet man nun aber auf eine leichte Art, wie vielmal bey jeder gegebenen Anzahl von Terminen der erste, zweyte, dritte Zins u. s. w. in dem gesammten Zinseszinse enthalten sey? Eine Tabelle, wie die §. 66, vor-

ausgesetzt, so könnte man sich, wenn man keinen bessern Weg kennte, durch die Addition helfen. Wollte man z. B. wissen, wie vielmal der Zinseszins von 9 Terminen den ersten, zweyten, dritten Zins u. s. w. enthielte; so gäbe die Summe der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 das vielfache des zweyten Zinses, die Summe der Zahlen 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28 das vielfache des dritten Zinses, die Summe der Zahlen 1, 4, 10, 20, 35, 56 das vielfache des vierten Zinses, die Summe der Zahlen 1, 5, 15, 35, 70 das vielfache des fünften Zinses, die Summe der Zahlen 1, 6, 21, 56 das vielfache des sechsten Zinses, die Summe der Zahlen 1, 7, 28 das vielfache des siebenten Zinses, und die Summe der Zahlen 1, 8 das vielfache des achten Zinses an. Der erste Zins wird nach dem §. 66 a berührten so vielmal gerechnet, als Zinstermine gegeben sind, und der letzte Zins ist in dem gesammten Zinseszinse, welches leicht einzusehen, jederzeit nur einmal enthalten. Es enthält also der Zinseszins von 9 Terminen

a	den ersten Zins		9	mal
b	—	zweyten —	36	—
c	—	dritten —	84	—
d	—	vierten —	126	—
e	—	fünften —	126	—
f	—	sechsten —	84	—
g	—	siebenten —	36	—
h	—	achten —	9	—
i	—	neunten —	1	—

Allein

Allein man hat nicht nöthig, diese Summen so mühsam zu suchen, wenn man die Tabelle vollständig genug hat, man findet sie unter einander in einer Reihe. Der Grund, warum sie sich auf diese Art in der Tabelle finden, ist aus dem §. 67 gesagten leicht herzuleiten.

§. 70.

Ohne die gedachte Tabelle findet man das verlangte auf folgende Art.

a Man setzt eine Reihe Zahlen auf, die von der Zahl der Termine anfängt, und in der natürlichen Ordnung bis 1 fällt; und schreibt darunter eine andere, die von 1 anfängt, und in der natürlichen Ordnung der Zahlen bis zur Zahl der Termine aufsteigt. Wäre z. B. die Zahl der Termine 9; so wären diese beyden Reihen

9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9

b Dividirt man nach und nach die erste Zahl der obersten Reihe durch die erste Zahl der untersten Reihe; das Product der beyden ersten Zahlen der obersten Reihe durch das Product der beyden ersten Zahlen der untersten Reihe; das Product der drey ersten Zahlen der obersten Reihe durch das Product der drey ersten Zahlen der untersten Reihe; das Product der vier ersten Zahlen der obersten Reihe durch das

das Product der vier ersten Zahlen der untersten Reihe u. s. w. bis zu Ende. Die erhaltenen Quotienten zeigen in der Ordnung, in welcher man sie erhält, an, wie vielmal der erste, zweyte, dritte, vierte Zins u. s. w. in dem gesammten Zinseszinse enthalten sind. In dem angeführten Falle z. B. erhält man

für den 1ten Zins $\frac{9}{1} = 9.$

— 2ten — $\frac{9 \cdot 8}{1 \cdot 2} = 36.$

— 3ten — $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 84.$

— 4ten — $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 126.$

— 5ten — $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 126.$

— 6ten — $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 84.$

— 7ten — $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = 36.$

— 8ten — $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} = 9.$

— 9ten — $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = 1.$

§. 71.

§. 71.

Es lassen sich hierbey einige Vortheile anbringen, die ich nicht übergehen darf. Einmal kann man oft die gedachten Quotienten durch eine theilweise in die Factoren des zu dividirenden Products angestellte Division finden, und ausserdem jeden zunächst vorhergehenden schon gefundenen Quotienten bey der Findung des unmittelbar folgenden benutzen. Es ist z. B. gleich, ob ich $\frac{9.\ 8.\ 7.\ 6.\ 5}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5}$, oder $\frac{9.\ 8.\ 7.\ 6}{1.\ 2.\ 3.\ 4}$, oder $\frac{9.\ 8.\ 7.\ 2}{1.\ 2.\ 4}$, oder $\frac{9.\ 2.\ 7.\ 2}{1.\ 2}$ oder 9. 2. 7. nehme. Hier ist nach und nach auf die vorhin beschriebene Art durch 5, 3, 4, 2 dividiret worden, welches ohnstreitig vortheilhafter ist, als wenn erst das Product aus 9, 8, 7, 6 und 5 gesucht, und solches entweder nach und nach durch 2, 3, 4 und 5, oder mit einem Male durch das zuvor gesuchte Product aller dieser Zahlen dividirt worden wäre. Hat man ferner z. B. $\frac{9.\ 8}{1.\ 2}$ schon in 36 verwandelt; so kann man statt $\frac{9.\ 8.\ 7}{1.\ 2.\ 3}$ natürlicher Weise $36 \times \frac{7}{3}$ oder 12. 7, d. h. 84, und nun statt $\frac{9.8.7.6}{1.2.3.4}$ folgendes $84 \times \frac{6}{4}$, oder 21. 6, d. h. 126 nehmen, und so in den meisten Fällen ohne Mühe, geschwinde und sicher seinen Endzweck erreichen.

Ausser

Ausser diesem ergiebt sich aus der Betrachtung der im vorhergehenden § unter a stehenden und aller ihnen ähnlichen Reihen, daß die aus ihnen, nach dem bey b gesagten, entstehenden Quotienten anfänglich nur und bis auf einen gewissen Grad wachsen, dann aber auf eben dieselbe Art wieder abnehmen, und der letzte allezeit gleich 1 ist. Ist die Anzahl der Glieder der gedachten Reihen ungerade, so kommt unter den Quotienten auch der größte derselben zweymal vor; ist aber diese Anzahl gerade, so erhält man den größten Quotienten nur einmal. Folgende Reihen z. B.

8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8

geben folgende Quotienten:

8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1.

Weiß man daher die erste Hälfte der hier zu suchenden Quotienten, so hat man durch die Umkehrung der Ordnung derselben und Hinzufügung einer 1 am Ende auch die andere Hälfte, vorausgesetzt, daß man nach dem gesagten den größten Quotienten entweder einmal oder zweymal nehme.

§. 72.

Nun sey die Frage zu beantworten: Wie viel Zinseszins geben 10000 Rthlr a 5 pr. C. in 4 Jahren? die Zinstermine von Jahr zu Jahr angenommen. Es giebt hier 4 Zinse.

Der

Der 1te ist 500 Rthlr
— 2te — 25 —
— 3te — $1\frac{1}{4}$ —
— 4te — $\frac{1}{16}$ —

Diese verschiedene Zinse sind in dem gesammten Zinseszinse enthalten,

der 1te $\frac{4}{1}$ mal, d. h. 4 mal
— 2te $\frac{4.3}{1.2}$ — — 6 —
— 3te also — — 4 —
— 4te — — — 1 —

Folglich besteht der gesammte Zinseszins von 10000 Rthlr a 5 pr. C. in 4 Jahren und 4 Zinsterminen

1 aus	4 × 500 Rthlr	=	2000 Rthlr	
2 —	6 × 25 —	=	150 —	
3 —	4 × $1\frac{1}{4}$ —	=	5 —	
4 —	1 × $\frac{1}{16}$ —	=	—	— 1 gr 6 pf

oder 2155 Rthlr 1 gr 6 pf.

Da es hier darauf ankam, den gegangenen Weg deutlich zu beschreiben, so hat bey diesem Exempel manches mit hingesetzt werden müssen, was sonst entweder gar nicht, oder doch nicht so weitläuftig aufgeschrieben zu werden braucht. Bedenkt man dies, so wird es nicht schwer halten, sich davon zu überzeugen, daß die befolgte Art, wenigstens bey dem ausgerechneten Exempel, keiner andern nachzusetzen sey.

Oft

Oft hat sie indeß beträchtliche Vortheile, welche zu zeigen zuvor die Beantwortung einer andern Frage nöthig ist.

§. 73.

Wie viel Zinseszins geben 16000 Rthl. a 5 pr. C. in 10 Jahren? die Zinstermine ebenfalls von Jahr zu Jahr angenommen. Es finden hier 10 Zinse statt.

Der	1te	ist	—	800	Rthl.
—	2te	—	—	40	—
—	3te	—	—	2	—
—	4te	—	—	$\frac{1}{10}$	—
—	5te	—	—	$\frac{1}{200}$	—
—	6te	—	—	$\frac{1}{4000}$	—
—	7te	—	—	$\frac{1}{80000}$	—
—	8te	—	—	$\frac{1}{1600000}$	—
—	9te	—	—	$\frac{1}{32000000}$	—
—	10te	—	—	$\frac{1}{640000000}$	—

Diese verschiedene Zinse sind in dem gesammten Zinseszinse enthalten

der	1te		$\frac{10}{1}$ mal,	d. h.	10 mal	
—	2te	$10.\frac{9}{2}$	—	—	45	—
—	3te	$45.\frac{8}{3}$	—	—	120	—
—	4te	$120.\frac{7}{4}$	—	—	210	—
—	5te	$210.\frac{6}{5}$	—	—	252	—
—	6te	also —	—	—	210	—
—	7te	— —	—	—	120	—
—	8te	— —	—	—	45	—
—	9te	— —	—	—	10	—
—	10te	— —	—	—	1	—

Der

Der gesammte Zinseszins von 16000 Rthlr. a 5 pr. C. in 10 Jahren und 10 Terminen besteht also:

1 aus	10	$\times$	800	Rthlr.	=	8000	Rthlr.
2 —	45	$\times$	40	—	=	1800	—
3 —	120	$\times$	2	—	=	240	—
4 —	210	$\times$	$\frac{1}{10}$	—	=	21	—
5 —	252	$\times$	$\frac{1}{200}$	—	=	$1\frac{52}{200}$	
6 —	210	$\times$	$\frac{1}{4000}$	—	=	$\frac{210}{4000}$	
7 —	120	$\times$	$\frac{1}{80000}$	—	=	$\frac{120}{80000}$	
8 —	45	$\times$	$\frac{1}{1600000}$		=	$\frac{45}{1600000}$	
9 —	10	$\times$	$\frac{1}{32000000}$		=	$\frac{10}{32000000}$	
10 —	1	$\times$	$\frac{1}{640000000}$		=	$\frac{[illegible]}{640000000}$	

oder — — — $10062\frac{209978201}{640000000}$ Rthlr., oder ohngefähr $10062\frac{1}{3}$ Rthlr.

Wenn man dieses Exempel nach folgendem Aufsatze: 16000 Rthlr. $\times \frac{21^{10}}{20^{10}}$, rechnen will, so hat man, um 21^{10} zu entwickeln und seinen Werth 16679880978201 zu finden, wie man es auch immer anfangen mag, eine weitläuftige Multiplication nöthig. Das übrige nöthige aber ist freylich eben nicht sehr zusammengesetzt.

§. 74.

Einer der wichtigsten Vortheile bey dieser Art zu rechnen ist, daß man da, wo nicht die allergrößte Schärfe verlangt wird, dieselbe noch sehr verkürzen kann.

Von dem 6ten Zinse an beträgt z. B. §. 73 die ganze Summe der Zinse so wenig, daß eine ohngefähre Schätzung derselben sehr leicht und hinlänglich ist. Ist eine solche ohngefähre Schätzung derjenigen Zinse, deren Summe unbedeutend ist, erlaubt, so ist es vortheilhaft, vor der Bestimmung des ersten, zweyten, dritten Zinses u. s. w. die Zahlen zu suchen, welche anzeigen, wie vielmal jede Art der Zinse in dem gesammten Zinseszinse enthalten ist. Ist dies geschehen, so kann man bey der Bestimmung der verschiedenen einzeln Zinse leicht beurtheilen, welche von denselben zusammengenommen nur ohngefähr geschätzt zu werden brauchen, und man hat alsdann nicht nöthig, diese Zinse alle wirklich zu suchen. In den §. 73 berechneten Exempel hätte der 6te, 7te, 8te, 9te und 10te Zins ungesucht bleiben können.

Ist das zu berechnende Capital so wohl als das gegebene pr. C. so beschaffen, daß man die einzeln Zinsen leicht finden kann; so hat die betrachtete Art der Berechnung des Zinseszinses vorzüglich einen Werth.

§. 75.

Es ist hier auch noch ein anderer Vortheil möglich, den von Clausberg Dem. Rechenk. S. 1251 §. 1249 eine ganz besondere Art der Auflösung der Aufgabe nennt, der aber eigentlich nichts anders als eine blosse Abkürzung der eben beschriebenen Art der Rechnung ist. Die Wahrheit dieser Behauptung ist daraus klar, weil man dabey eben-

falls

falls die verschiedenen Zinse, welche zusammengenommen den gesuchten Zinseszins ausmachen, findet, und daraus den gesammten Zinseszins zusammensetzt; und der statt findende Unterschied ist, daß man nicht, wie vorhin, erst jede Art der Zinse einfach und dann ihr vielfaches sucht, sondern das vielfache derselben so gleich findet. Es ist dieser Vortheil allerdings einer genauern Betrachtung werth, zumal da er nach dem bisherigen nicht mehr schwer seyn kann.

§. 76.

Betrachtet man das §. 70 gesagte genau, so überzeugt man sich leicht davon,

a daß der gesammte erste Zins eines Capitals, das auf Zinseszins ausgethan ist, jedesmal dem bey gleichem pr. C. von eben demselben Capitale zu erhaltenden einfachen Zinse eines Jahres oder eines Termines, so vielmal genommen als Zinstermine sind, gleich sey. Man vergleiche die Exempel §. 72 und 73.

b daß der gesammte zweyte Zins eines Capitals, das auf Zinseszins aussteht, jedesmal dem bey halb so grossem pr. C. von dem gesammten ersten Zinse zu erhaltenden einfachen Zinse eines Jahres oder eines Termins, einmal weniger genommen als Zinstermine sind, gleich sey.

Steht z. B. ein Capital zu 5 pr. C. und 4 Jahre; so ist der einfache Zins eines Jahres, welcher dem einfachen ersten Zinse gleich ist, $\frac{1}{20}$ des Capitals, und der in dem Zinseszinse enthaltene gesammte erste Zins $\frac{4}{20}$ desselben. Der zweyte einfache Zins ist $\frac{1}{20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{1}{20}$ des gesammten ersten Zinses, und der in dem Zinseszinse enthaltene gesammte zweyte Zins $\frac{4 \times 3}{2 \times 20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{3}{2 \times 20}$ des gesammten ersten Zinses. Steht ein Capital zu 5 pr. C. und 10 Jahre; so ist der in dem Zinseszinse enthaltene gesammte erste Zins $\frac{10}{20}$ des Capitals, der gesammte zweyte Zins aber $\frac{10 \times 9}{2 \times 20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{9}{2 \times 20}$ des gesammten ersten Zinses. Steht endlich ein Capital zu 6 pr. C. und 5 Jahre; so ist der einfache erste oder einjährige Zins $\frac{3}{50}$ des Capitals, und der in dem Zinseszinse enthaltene gesammte erste Zins $\frac{3 \times 5}{50}$ desselben. Der einfache zweyte Zins ist $\frac{3 \times 3}{50 \times 50}$ des Capitals, oder $\frac{3}{50}$ von dem gesammten ersten Zinse, und der in dem Zinseszinse enthaltene gesammte zweyte Zins $\frac{3 \times 3}{50 \times 50} \times \frac{5 \times 4}{2}$ des Capitals, oder $\frac{3 \times 4}{2 \times 50}$ des gesammten ersten Zinses.

c daß der gesammte dritte Zins eines Capitals, das auf Zinseszins aussteht, jedesmal dem bey $\frac{1}{3}$ des gegebenen pr. C. von dem gesammten zweyten Zinse zu erhaltenden einfachen Zinse eines Jahrs oder eines Termines, zweymal weniger genommen als Zinstermine sind, gleich sey.

Alle unter b angeführte Beyspiele und in eben der Ordnung genommen; so ist

1. im

1. im ersten Falle, der einfache dritte Zins $\frac{1}{20 \times 20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{1}{20}$ des gesammten zweyten Zinses, und de[r] in dem Zinseszinse enthaltene gesammte dritte Zins $\frac{4 \times 3 \times 2}{2 \times 3 \times 20 \times 20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{2}{3 \times 20}$ des gesammten zweyten Zinses.

2. im andern Falle, der gesammte dritte Zins $\frac{10 \times 9 \times 8}{2 \times 3 \times 20 \times 20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{8}{3 \times 20}$ des gesammten zweyten Zinses.

3. im dritten Falle, der einfache dritte Zins $\frac{3 \times 3 \times 3}{50 \times 50 \times 50}$ des Capitals, oder $\frac{3}{50}$ des gesammten zweyten Zinses, und der in dem Zinseszinse enthaltene gesammte dritte Zins $\frac{3 \times 3 \times 3}{50 \times 50 \times 50} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{2 \times 3}$ des Capitals, oder $\frac{3 \times 3}{3 \times 50}$ des gesammten zweyten Zinses.

Auf eine ähnliche Art kann man nun fortfahren, um für den gesammten in dem jedesmaligen Zinseszinse enthaltenen vierten, fünften, sechsten Zins u. s. w. das nöthige zu bestimmen.

§. 77.

Hat man also bey einer Aufgabe den Anzeiger der Veränderung des Capitals zur Findung des einfachen Zinses eines Jahres oder eines Termins gesucht, und multiplicirt darauf seinen Zähler nach und nach mit der Zahl der Termine und allen auf dieselbe in absteigender natürlicher Ordnung bis 1 folgenden Zahlen, den Nenner hingegen auch nach und nach mit eben diesen Zahlen, aber in umgekehrter Reihe dieselben genommen; so erhält man dadurch

a den Anzeiger der Veränderung des Capitals zur Findung des in dem Zinseszinse enthaltenen gesammten ersten Zinses.

b den Anzeiger der Veränderung des gefundenen gesammten ersten Zinses zur Findung des in dem Zinseszinse enthaltenen gesammten zweyten Zinses.

c den Anzeiger der Veränderung des gefundenen gesammten zweyten Zinses zur Findung des in dem Zinseszinse enthaltenen gesammten dritten Zinses, u. s. w. Bey 5 pr. C. z. B. und 4 Jahren sind diese Anzeiger in der gedachten Ordnung: $\frac{4}{20}$, $\frac{3}{40}$, $\frac{2}{60}$, $\frac{1}{80}$, oder $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{40}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{80}$; bey 5 pr. C. und 10 Jahren folgende: $\frac{10}{20}$, $\frac{9}{40}$, $\frac{8}{60}$, $\frac{7}{80}$, $\frac{6}{100}$, $\frac{5}{120}$, $\frac{4}{140}$, $\frac{3}{160}$, $\frac{2}{180}$, $\frac{1}{200}$ 2c. welche man ebenfalls, wo es nützlich ist, auf kleinere Zahlen bringen kann, z. B. $\frac{10}{20}$ auf $\frac{1}{2}$, $\frac{8}{60}$ auf $\frac{2}{15}$ u. s. w.; bey 6 pr. C. und 5 Jahren endlich sind diese Anzeiger $\frac{15}{50}$, $\frac{12}{100}$, $\frac{9}{150}$, $\frac{6}{200}$, $\frac{3}{250}$.

§. 78.

Nach diesen Voraussetzungen nun die §. 72 und 73 enthaltenen Fragen zu beantworten; so ergiebt sich

a in Ansehung der Frage §. 72

für

für den ges. 1ten Zins $\frac{1}{5} \times 10000$ Rthlr. $= 2000$ Rthlr.

— — 2ten — $\frac{3}{40} \times 2000$ — $=$ 150 —

— — 3ten — $\frac{1}{30} \times 150$ — $=$ 5 —

— — 4ten — $\frac{1}{80} \times 5$ — $=$ — 1 gr. 6 pf.

also der ges. Zinseszins von 10000 Rthlr. $=$ 2155 Rthlr. 1 gr. 6 pf. a 5 pr. C. in 4 Jahren.

b in Ansehung der Frage §. 73.

für den ges. 1ten Zins $\frac{1}{2} \times 16000 = 8000$ Rthlr.

— — 2ten — $\frac{9}{40} \times 8000 = 1800$ —

— — 3ten — $\frac{8}{60} \times 1800 = 240$ —

— — 4ten — $\frac{7}{80} \times 240 = 21$ —

— — 5ten — $\frac{6}{100} \times 21 = 1\frac{26}{100}$

— — 6ten — $\frac{1}{24} \times \frac{126}{100} = \frac{126}{2400}$ od. $\frac{21}{400}$

— — 7ten — $\frac{1}{35} \times \frac{21}{400} = \frac{21}{14000} \cdot \frac{3}{2000}$

— — 8ten — $\frac{3}{160} \times \frac{3}{2000} = \frac{1}{320000}$

— — 9ten — $\frac{1}{90} \times \frac{9}{320000} = \frac{1}{3200000}$

— — 10ten — $\frac{1}{200} \times \frac{1}{3200000} = \frac{1}{640000000}$

also der ges. Zinseszins von 16000 Rthlr. $= 10062\frac{200879201}{640000000}$ Rthlr. a 5 pr. C. in 10 Jahren.

§. 79.

Hiezu mag nun noch die Beantwortung der Frage kommen: Wie viel Zinseszins geben 10000 Rthlr. a 6 pr. C. in 5 Jahren? die Zinstermine von Jahr zu Jahr angenommen. In Ansehung dieser Frage ergiebt sich nach dem bisherigen

für den ges. 1ten Zins	$\frac{3}{10}$	$\times$ 10000 Rthl.	=	3000 Rthl.
— — 2ten	— $\frac{6}{50}$	$\times$ 3000	— =	360
— — 3ten	— $\frac{3}{50}$	$\times$ 360	— =	$21\frac{3}{5}$
— — 4ten	— $\frac{3}{100}$	$\times \frac{108}{5}$	— =	$\frac{324}{500}$
— — 5ten	— $\frac{3}{250}$	$\times \frac{324}{500}$	— =	$\frac{972}{125000}$

also der gesammte Zins von 10000 Rthl. = $3382\frac{7993}{31250}$ Rthl. a 6 pr. C. in 5 Jahren.

§. 80.

Aus einer sorgfältigen Erwägung des bisher gesagten, und insbesondere aus einer aufmerksamen Betrachtung der in den beyden vorhergehenden §§. beantworteten Fragen ergiebt sich, daß die so eben beschriebene Art der Rechnung allerdings eine wahre und brauchbare Abkürzung des vor ihr beschriebenen Weges enthalte. Man hat dabey statt zweyer Arten von Zahlen, einmal nemlich derer, welche die verschiedenen in dem gesammten Zinseszinse enthaltenen Zinse selbst angeben, und zweytens derer, welche anzeigen, wie vielmal jeder dieser Zinse in dem gesammten Zinseszinse begriffen sey, nur eine Art, nemlich die §. 77 beschriebenen Anzeiger zu suchen, und die Findung dieser Anzeiger ist ausserdem ausserordentlich leicht. Uebrigens kann man auch hier, wenn nicht die größte Schärfe verlangt wird, die bey der unabgekürzten Art mögliche, erlaubte und beschriebene ohngefähre Schätzung der letztern unbedeutenden Zinse anwenden.

§. 81.

§. 81.

Nun muß ich (s. §. 61) von der Art, die erste Gattung der Fragen der Zinseszinsrechnung (s. §. 58) zu beantworten, reden, wobey man sich der Logarithmen bedient. Ich setze dabey alles das voraus, was von der Beschaffenheit und dem Gebrauche der Logarithmen in der Vorrede angeführt worden ist, und merke ausserdem noch vorläufig folgendes an.

So groß der Vortheil ist, den man in der Zinseszinsrechnung von dem Gebrauche der Logarithmen in solchen Fällen zu erwarten hat, wo die Zahl der Zinstermine eine beträchtliche Grösse hat; so unbedeutend wird derselbe, wenn wenig Zinstermine, z. B. 3 oder 4 da sind, ja es verwandelt sich oft der gesuchte Vortheil in zeitraubende Unbequemlichkeit. Wollte man daher in diesem Falle sich der Logarithmen bedienen, so würde man der Absicht, um welcher willen sie berechnet und in Tafeln gebracht sind, der Absicht nemlich der Erleichterung und Verkürzung der Rechnungen, gerade zuwider handeln. Es kann also das folgende auch nur bey der Beantwortung solcher Fragen nützlich seyn, in welchen eine beträchtliche Zahl der Termine 8 oder 10 u. s. w. z. B. vorkommen; da aber diese Fragen häufig sind, so bleibt dasselbe gleichwohl wichtig.

Marcus Martini zeigt in seinem arithmetischen Wegweiser, oder vollständigen practischen Anweisung zur Rechenkunst, Berlin 1776. in der gemeinen Zinsrechnung S. 234 f. daß man selbst viele Aufgaben der gemeinen Zinsrechnung, sehr leicht nebst allen Exempeln der Regel de Tri durch die logarithmische Tabellen verfertigen könne. Man findet daselbst auch folgende Aufgaben: Einer lehnet 900 Rthl. zu 5 *pr.* C. auf 1 Jahr aus, wie viel wird er mit Capital und Zins wieder empfangen? Einer lehnet dem andern zu 6 *pr.* C. auf 8 Monat 4000 Rthl., was betragen die Zinsen? vermittelst der Logarithmen aufgelöset. So weit kann man kommen, wenn man Vortheile, die nur unter gewissen Umständen Vortheile sind, als allgemeine Vortheile betrachtet, so weit, sage ich, kann man durch diesen Fehltritt verleitet werden, daß man zur Ausrechnung solcher Fälle, die sich im Kopfe berechnen lassen, logarithmische Tabellen vorschlägt oder verlangt. Bey den Aufgaben, die Martini in der Zinseszinsrechnung vermittelst der Logarithmen auflöset, steht ein Capital 20 Jahre aus, und da ist allerdings der Gebrauch der Logarithmen vortheilhaft.

Ich bediene mich bey logarithmischen Rechnungen des vortreflichen Recueil de Tables logarithmiques, trigonometriques et autres necessaires dans les Mathematiques pratiques, von J. C. Schulzen, Mitgliede der Königl. preußl. Academie der Wissenschaften, welcher zu Berlin 1778 in 2 Octavbänden herausgekommen ist.

§. 82.

Gesetzt also, daß man die §. 78 b. und §. 73 bereits auf eine zwiefache Art beantwortete Frage: Wie

viel

viel Zinseszins geben 16000 Rℓ à 5 pr. C. in 10 Jahren? die Zinstermine von Jahr zu Jahr angenommen; nun auch vermittelst der Logarithmen beantworten wollte; so würde, da man die Summe des Capitals und des Zinseszinses bey der gesetzten Zeit nach dieser Formel 16000 Rℓ $\times \frac{21^{10}}{20^{10}}$, und den Zinseszins durch Abziehung des Capitals von dem erhaltenen findet, die Rechnung seyn:

L. 21 = 1,3222193
davon subtr. L. 20 = 1,3010300

so kommt L. $\frac{21}{20}$ = 0,0211893, wovon

der L. $\frac{21^{10}}{20^{10}}$ das 10fache, also = 0,2118930
dazu addirt, L. 16000 = 4,2041200

so erhält man 4,4160130

den Logarithmen von 26062,31 u. w.
hievon abgezogen 16000

bleiben 10062,31 Rℓ Zinseszins.

Ganz genau wird freylich der Zinseszins hier selten gefunden, allein in den im Leben vorkommenden Fällen sind die Umstände mehrentheils von der Art, daß der statt findende Fehler nur die Tausendtheile treffen darf, und

und diese sind z. B. bey Thalern eben nicht oft in Anschlag zu bringen.

§. 83.

Mehrere Exempel halte ich nicht für nöthig, den Gebrauch der Logarithmen bey der Auflösung der bisher betrachteten Aufgaben der Zinseszinsrechnung zu erläutern. Was solche Fälle betrifft, als Leonh. Euler im ersten Theile seiner lesenswürdigen vollständigen Anleitung zur Algebra, Petersburg, 1771, im 3ten Abschn. im 13ten Capitel §. 549 abhandelt: Ein Capital von 1 Rl. zu 5 pr. C. bleibt 500 Jahr lang stehen, da inzwischen die jährliche Zinse immer dazu geschlagen werden: es frägt sich, wie groß dieses Capital nach 500 Jahren seyn werde? was dergleichen Fälle anbetrifft, so wird sich weiter unten eine bequeme Gelegenheit finden, das dazu erforderliche beyzubringen. Es wird Zeit, von den zur Zinseszinsrechnung, und zwar zu den bereits betrachteten Fragen derselben, gehörigen Tabellen zu reden.

§. 84.

Es giebt deren verschiedene Arten. In dem 1ten Stücke der Ungerischen oben genannten Beyträge findet sich eine nach S. 182. Sie ist auf 5 pr. C. und 50, jährige

jährige Termine eingerichtet, und enthält auf zwey Seiten, die man mit einem Blicke übersehen kann, das Capital, welches man durch den Zinseszins nach 1, 2, 3, 4 u. s. w. bis 50 Jahren von 1 Rthl. erhält, und zwar in Rthl., Mgr. und Pf. Diese Tabelle ist derjenigen ähnlich, welche Süßmilch vom Deparcieux entlehnt hat. Es ist dieselbe in der Sammlung der Tabellen, die dem 2ten Theile seiner göttlichen Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, Berlin 1778 angehängt ist, die 27te, und zeigt: wie sich 100 Livres nach einer gewissen Anzahl von Jahren vermehrt haben, wenn man den Zins und den Zins vom Zins darin mit einbegreift. Der Zins ist ebenfalls zu 5 pr. C. gerechnet, und die Termine ein Jahr von einander entfernt angenommen worden, auch geht diese Tabelle, wie jene, bis 50 Jahr.

§. 85.

Um dasjenige, was ich von der Verfertigung und dem Gebrauche dieser Tabellen zu sagen habe, gehörig deutlich machen zu können, will ich von jeder den Anfang hersetzen. Der Anfang der Ungerischen Tabelle ist

1 Thaler

1 Thaler verinteressiret sich Zinsen auf Zinsen gerechnet zu 5 pr. C.			
In Jahren	Rthl.	Mgr.	₰
I	1	1	$6\frac{2}{5}$
II	1	3	$5\frac{13}{25}$
III	1	5	$5\frac{29}{230}$
IV	1	7	$6\frac{21}{32}$
V	1	9	$7\frac{21}{100}$
VI	1	12	$1\frac{149}{160}$

Der Anfang der Deparcieusischen Tabelle bey Süßmilch aber

Jahre	Livres	Sous	Deniers
1	105	0	0
2	110	5	0
3	115	15	1
4	121	11	0
5	127	12	0
6	134	0	3

§. 86.

§. 86.

Die Verfertigung beyder Tabellen und aller ihnen ähnlichen ist mühsam, und für jedes Jahr wird eine besondere Rechnung erfordert. Man kann sich hier nicht, nachdem man den Zins für eine kleine Zeit gefunden hat, so wie bey den ähnlichen Tabellen der gemeinen Zinsrechnung, durch eine blosse Addition oder Multiplication helfen, um daraus den Zins für grössere Zeiten herzuleiten; es lehret dies die Natur der Sache und eine genaue Betrachtung der vorstehenden Tabellen. Uebrigens sind die Regeln, welche man jedesmal zu befolgen hat, bereits hinlänglich erklärt worden, und es ist also nur noch zu bemerken, daß man sich hier auch, ohne merklichen Nachtheil, der öftern Anwendung der einfachen Regel de Tri bedienen könne.

§. 87.

Der Gebrauch dieser Tabellen besteht darin, daß man, wenn dieselben zur Hand sind, daraus das nöthige nimmt, um den verlangten Zinseszins eines Capitals, das zu 5 pr. C. aussteht, und wovon die Zinsen von Jahr zu Jahr gerechnet werden, durch einmalige Anwendung der Regel de Tri zu finden. Der Anzeiger der Veränderung des Capitals zur Findung des Zinseszinses hat nemlich zum Nenner, in der Ungerischen Tabelle stets 1, und in der Deparcieuxischen stets 100, und zum

zum Zähler in beyden die Zahl, welche neben der gegebenen Anzahl der Jahre steht. Würde z. B. gefragt, wie viel 2000 Rthl. a 5 pr. C. in 5 Jahren Zins geben; so wäre der Aufsatz

1. nach der Ungerischen Tabelle

$$2000\ \text{Rthl.} \times \frac{1\ \text{Rthl.}\ 9\ \text{Mgr.}\ \frac{21}{100}\ \text{₰}}{1\ \text{Rthl.}}$$

2. nach der Deparcieusischen Tabelle

$$2000\ \text{Rthl.} \times \frac{127\ \text{Liv.}\ 12\ \text{So.}}{100\ \text{Liv.}}.$$

Auf die aus diesen Aufsätzen erhellende Art kann man aber allerdings verfahren, denn es ist auch bey dem Zinseszinse, wenn Zeit und pr. C. nicht geändert werden, der Zinseszins so vielmal grösser, als das Capital vielfach genommen wird, und desto kleiner, je kleiner man das Capital voraussetzt.

§. 88.

Es fällt aus den im vorhergehenden §. befindlichen Aufsätzen schon in die Augen, daß zur völligen Beantwortung der zugehörenden Frage gleichwohl oft noch weitläuftige Rechnungen nöthig sind; und dies wird die Ausrechnung selbst noch deutlicher zeigen. Wenn nun vollends dazu kommt, wie bey dem gegenwärtigen Falle, daß die Tabellen fehlerhaft sind? — Es ist die Rechnung nach der Ungerischen Tabelle

2000

2000 Rthl. × 1 Rthl. 9 Mgr. 7 $\frac{91}{100}$ ₰
1 Rthl.

73582000
183955
30659 $\frac{1}{6}$
2554 $\frac{67}{72}$ Rthl.

1 Rthl.	1 Rthl.
45 Mgr.	36 Mgr.
367 ₰	288 ₰
36791	28800 = 100 × 6 × 12.

Oder nach der Deparcieusischen Tabelle:

$$2000 \text{ Rthl.} \times \frac{127 \text{ L. } 12 \text{ S.}}{100 \text{ L.}}$$

1
2552 Rthl.

127 L.	100 L.
2552 S.	2000 S.

Wie weitläuftig ist die nach den Tabellen noch nöthige Rechnung! und welch ein Unterschied zwischen beyden gefundenen Zinseszinsen! Nach der zusammengesetzten Regel de Tri gerechnet, wird das Exempel folgendes:

$$2000 \text{ Rthl.} \times \frac{21^5}{20^5} = \frac{4084101}{3200000}.$$

8168202000
27228
12 1
1
| 2552 $\frac{9}{16}$ Rthl.

Der gedachte Unterschied rühret daher, daß in der Ungerischen Tabelle bey 5 Jahren 1 Rthl. 9 Mgr. 7 $\frac{56}{100}$ ₰,

und in der Süßmilchschen 127 L. 12 S. 6 D. stehen sollte.

§. 89.

Das bisherige vorausgesetzt, so ist eine vollständige Beurtheilung der beschriebenen Tabellen, die wegen des Gebrauchs nothwendig ist, den man von ihnen zu machen Gelegenheit haben kann, leicht. Bey dem am Ende des vorhergehenden §. angezeigten Fehler verweile ich nicht, er ist zufällig, und trifft das Wesen der Tabellen nicht; aber folgendes verdient erwogen zu werden. Es sind in der Ungerischen Tabelle die Brüche der ₰ nicht ganz gesetzt, und in der Süßmilchschen Tabelle fehlen die Brüche der Den. durchaus. Fände daher auch der angezeigte Fehler nicht statt; stünde in der Ungerischen auch bey 5 Jahren 1 Rthl. 9 Mgr. $7\frac{56}{100}$ ₰, und in der Süßmilchschen 127 L. 12 S. 6 Den.: so fehlten doch in jener 0,00909 ₰ und in dieser $\frac{303}{400}$ Den. Nun bedeuten zwar diese Fehler bey den Summen, wobey sie ausgelassen sind, nicht so viel, daß sie da nicht ausgelassen werden könnten; allein man schließt von diesen Summen oft auf andere, die von ihnen das vielfache sind, und dann vermehrt sich der Fehler der Tabellen in der Rechnung in eben dem Grade. $\frac{3}{4}$ Den. × 20 z. B. 1 S. 3 Den.; so viel und drüber betrüge beym Gebrauche der Süßmilchschen Tabellen der Fehler bey 2000 Liv., und um so viel sich zu versehen, muß wenigstens zu vermeiden seyn. Wenn

man

man sich also dieser oder ähnlicher Tabellen bedienen wollte, so müßten darin ausserdem, daß sie durchaus ohne Druck- und Uebereilungsfehler seyn müßten, auch die Brüche bey den niedrigsten Münzsorten vollständig hinzugefügt worden seyn. Wäre dies geschehen, so könnte man bey dem Gebrauche die Brüche entweder ganz weglassen, oder einen Theil derselben, oder die ganzen Brüche nehmen, je nachdem die Umstände es erfordern.

§. 90.

Besser als die bisher betrachtete Art sind solche Tabellen, als von Clausberg in der schon öfters berührten demonstrativen Rechenkunst S. 1244 bis zu 20 Jahren für 5 pr. C. gegeben hat, ob sie sich gleich in Ansehung des Gebrauchs, den man davon zu machen hat, von den vorhergehenden nicht unterscheiden. Die Clausbergische Tabelle ist folgende.

Ein Capital von 100000000 giebt mit Zinseszins à 5 pr. C. nach 1 Jahre 105000000

— 2 —		110250000
— 3 —		115762500
— 4 —		121550625
— 5 —		127628156
— 6 —		134009564
— 7 —		140710042
— 8 —		147745544

—	9	—	155132822
—	10	—	162889463
—	11	—	171033936
—	12	—	179585633
—	13	—	188564916
—	14	—	197993162
—	15	—	207892820
—	16	—	218287461
—	17	—	229201834
—	18	—	240661926
—	19	—	252695022
—	20	—	265329773

Von der Verfertigung dieser Art Tabellen ist nach §. 86 nicht weiter nöthig zu reden.

§. 91.

Den Gebrauch der zehntheiligen Brüche vorausgesetzt, so läßt sich diese Tabelle leicht in folgende verwandeln. Wenn ein Capital a 5 pr. C. auf Zinseszins aussteht; so ist für

den Zinseszins und das Capital	der Anzeiger der Veränderung des Capitals
von 1 Jahr	1,05
— 2 —	1,1025
— 3 —	1,157625
— 4 —	1,21550625

— 5 —		1,27628156
— 6 —		1,34009564
— 7 —		1,40710042
— 8 —		1,47745544
— 9 —		1,55132822
— 10 —		1,62889463 u. s. w.

Man könnte auch diese Anzeiger durch die Verwandelung der Ausdrücke $\frac{21}{20}$, $\frac{21^2}{20^2}$, $\frac{21^3}{20^3}$, $\frac{21^4}{20^4}$, u. s. w. in zehntheilige Brüche, und, wenn man wollte, noch weiter als hier geschehen finden; zu einer grössern Genauigkeit führet wenigstens dieser Weg, denn es kann dabey das ausgelassene bey dem einen Anzeiger nie auf den andern einfliessen. Je nachdem in den vorkommenden Aufgaben ein grosses oder kleines Capital statt findet, je nachdem muß man von den Anzeigern viel Zahlen nehmen, oder kann mit wenigen auskommen. Das §. 87 und 88 stehende Exempel wäre, wenn man diese Tabelle gebrauchte,

$$2000 \text{ Rthl.} \times 1{,}27628156$$
$$\overline{2552{,}563\,12 \text{ Rthl.}}$$

oder

$$2000 \text{ Rthl.} \times 1{,}276281$$
$$\overline{2552{,}562 \text{ Rthl.}}$$

Der Fehler bey der 2ten Ausrechnung kann nicht 0,002 eines Rthlr betreffen, und kommt also nicht in Anschlag. Bey dieser Einrichtung der Tabelle hat man den Nenner des Anzeigers nicht zu schreiben, und dieser Vortheil ist nicht zu verachten.

§. 92.

Man kann sich aber auch einer logarithmischen Tabelle bedienen, die den Vorzug vor allen übrigen hat, daß sie sich leicht und geschwind verfertigen läßt. Um zuvörderst die Beschaffenheit und Verfertigung einer solchen Tabelle zu beschreiben, so sey das pr. C., zu welchem sie gehören soll, 5. Die Tabelle muß die Logarithmen der Anzeiger der Veränderung des Capitals zur Findung des Capitals nebst dem Zinse und Zinseszinse enthalten. Fängt man von 1 Jahre an, so sind alle folgende Logarithmen, und zwar nach der Zahl der Jahre, zu welchen sie gehören, das vielfache von dem ersten, und wie man den ersten finde, ist bekannt. Man thut aber wohl, wenn man sich hier solcher Logarithmen bedient, die auf mehr als 7 Decimalstellen berechnet worden sind. Da also

$$\begin{array}{rl} L.\ 21 = & 1,3222192947339 \\ \text{und } L.\ 20 = & 1,3010299956639 \\ \hline \end{array}$$

so ist $L. \frac{21}{20} = 0,0211892990699$, und es ergiebt sich daher für den Zinseszins zu 5 pr. C. folgende Tabelle.

Zahl

Zahl der Jahre			Logarithmen des Anzeigers der Veränderung des Capitals
1	—	—	0,021189299069938
2	—	—	0,042378598139876
3	—	—	0,063567897209814
4	—	—	0,084757196279752
5	—	—	0,105946495349690
6	—	—	0,127135794419628
7	—	—	0,148325093489566
8	—	—	0,169514392559504
9	—	—	0,190703691629442
10	—	—	0,211892990699380
11	—	—	0,233082289769318
12	—	—	0,254271588839256
13	—	—	0,275460887909194
14	—	—	0,296650186979132
15	—	—	0,317839486049070
16	—	—	0,339028785119008
17	—	—	0,360218084188946
18	—	—	0,381407383258884
19	—	—	0,402596682328822
20	—	—	0,423785981398760
21	—	—	0,444975280468698
22	—	—	0,466164579538636
23	—	—	0,487353878608574
24	—	—	0,508543177678512

25	—	—	0,5297324726748450
26	—	—	0,5509217758183888
27	—	—	0,5721110748883326
28	—	—	0,5933003739582764
29	—	—	0,6144896730282202
30	—	—	0,6356789720981640 u. s. w.

§. 93.

Der Gebrauch dieser Tabelle besteht darin, daß man daraus den jedesmal nöthigen Logarithmen des Anzeigers nimmt. Die Summe dieses Logarithmen und des Logarithmen des Capitals ist der Logarithme der Zahl, welche die Grösse des Capitals anzeigt, zu welcher das gegebene in der bestimmten Zeit durch den Zinseszins zu 5 pr. C. gewachsen ist. Man hat aber bey diesem Gebrauche nur dann nöthig, die Logarithmen in mehr als 7 Decimalstellen zu nehmen, wenn die Anzahl der Termine sehr groß angenommen wird.

In den Schulzischen logarithmischen Tabellen ist der Logarithme von 20 gleich 1,3010300, und mußte daselbst auch so groß gesetzt werden, und aus eben dem Grunde ist der Logarithme von 21 gleich 1,3222193 angenommen worden. Hätte man indeß bey der Tabelle §. 92 diese Logarithmen zum Grunde gelegt, so hätten daraus in der Folge beträchtliche Fehler entstehen können, wovon sich ein jeder leicht überzeugen kann.

§. 94.

Was man auch für einer Tabelle sich bediene, es ist aber der Gebrauch derselben, insbesondere der beyden letztern, jedem der oft Zinseszinse zu berechnen hat, anzurathen; so findet man jederzeit die Summe des Capitals und des Zinseszinses. Will man daher den Zinseszins allein wissen, so muß noch von dem gefundenen das gegebene Capital abgezogen werden.

§. 95.

Wenn der Zinseszins zu einem andern pr. C. berechnet werden soll, so werden dazu auch andere Tabellen erfordert. Es ist aber nicht nöthig von diesen Tabellen mehr zu sagen, als daß man sie durchaus auf eine ähnliche Art verfertigen könne, und daß alle dabey nöthige Veränderung blos den zu nehmenden Anzeiger treffe. Auch kann man, die logarithmische Tabelle ausgenommen, dieselben aus jeder schon verfertigten durch bloße Multiplication und Division erhalten. Aus der Tabelle §. 91 z. B. erhält man die nöthige für 6 pr. C., wenn man alle Anzeiger derselben mit $\frac{6}{5}$ multiplicirt. Auf eine ähnliche Art verfährt man in den übrigen Fällen.

§. 96.

Was nun den Fall betrifft, wenn die Zinstermine nicht von Jahr zu Jahr, sondern von einem

halben oder Viertheiljahr zum andern vestgesetzt werden; so macht derselbe zwar einige, aber keine grosse Veränderung der bisher erklärten Regeln nothwendig. So vielmal kleiner nemlich der Zeitraum zwischen zwey Zinsterminen angenommen wird, eben so vielmal kleiner wird auch das für jeden Zinstermin zu rechnende pr. C., und dagegen die Zahl der Termine, wenn die Zeit des Ausstehens des Capitals dieselbe bleibt, eben so vielmal grösser. Stehen z. B. 1000 Rthlr, wie §. 60, a 5 pr. C. 4 Jahr, und soll der Zins alle halbe Jahr berechnet und zum Capitale geschlagen werden; so ist das pr. C. für jeden Termin $\frac{5}{2}$, oder $2\frac{1}{2}$, und die Zahl aller Zinstermine in 4 Jahren 2×4, oder 8. Man hat also in dem gedachten Falle nur nöthig, jedesmal erst nach den statt findenden Angaben die Zahl der Zinstermine, und das für jeden Termin zu rechnende pr. C. vest zu setzen, und alsdann nach den bisherigen Regeln zu verfahren. Das angeführte Exempel z. B. giebt nach der beschriebenen Bestimmung die Frage: Wie viel Zinseszins geben 1000 Rthlr a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 8 Terminen? zu deren Beantwortung bereits alles erforderliche gesagt worden ist.

§. 97.

Die Beantwortung kann nemlich durch folgende Rechnungen erhalten werden.

a Mit Hülfe der zusammengesetzten Regel de Tri

1000 Rthlr

$$1000 \text{ Rthlr} \times \frac{41^8}{40^8} = \frac{7984925229121}{6553600000000}$$

7984925229121000	1218 Rthlr
14313094	
1207778	
165660	
8714	
390	
26	

10561716484

6337029 8904	$9\frac{4387898904}{6553600000}$ gr.
98238	
4497	
38	

Der Zinseszins allein ist also 218 Rthlr 9 gr. und ohngefehr 8 ₰.

b Auf die ferner erklärte Art

1. ohne die hinterher gezeigte Verkürzung

Von 1000 Rthlr a $2\frac{1}{2}$ pr. C. beträgt

der 1te Zins 25 Rthlr

— 2te - - $\frac{5}{8}$

— 3te - - $\frac{1}{64}$

— 4te - - $\frac{1}{2560}$

— 5te - - $\frac{1}{102400}$

— 6te - - $\frac{1}{4096000}$

— 7te - - $\frac{1}{163840000}$

— 8te - - $\frac{1}{6553600000}$

Ferner

Ferner ist in dem gesammten Zinseszinse von 1000 Rthl a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 8 Terminen enthalten

der 1te Zins	8mal	=	200 Rthl	
— 2te —	28 —	=	$17\frac{1}{2}$	
— 3te —	56 —	=	$\frac{7}{8}$	
— 4te —	70 —	=	$\frac{7}{256}$	
— 5te —	56 —	=	$\frac{7}{12800}$	
— 6te —	28 —	=	$\frac{7}{1024000}$	
— 7te —	8 —	=	$\frac{1}{20480000}$	
— 8te —	1 —	=	$\frac{1}{6553600000}$	

und der ges. Zinseszins von 1000 Rthl a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 8 Term. 218 Rthl $9\frac{4387898904}{6553600000}$ gr.

Man kann hier, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, $\frac{7}{12800}$, $\frac{7}{1024000}$, $\frac{1}{20480000}$ und $\frac{1}{6553600000}$ vom Anfang an weglassen.

2. mit dieser Verkürzung

Für 1000 Rthl a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 8 Terminen sind die nöthigen Anzeiger der Veränderung so wohl des Capitals als der nach und nach zu erhaltenden gesammten verschiedenen Zinse in der bekannten Ordnung $\frac{8}{40}$, $\frac{7}{80}$, $\frac{6}{120}$, $\frac{5}{160}$, $\frac{4}{200}$, $\frac{3}{240}$, $\frac{2}{280}$, $\frac{1}{320}$, oder $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{80}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{80}$, $\frac{1}{140}$, $\frac{1}{320}$; und die in dem verlangten Zinseszinse enthaltene gesammte verschiedene Zinse

1.	$\frac{1}{5}$ ×	1000 Rthlr	=	200 Rthlr
2.	$\frac{7}{80}$ ×	200 —	=	$17\frac{1}{2}$
3.	$\frac{1}{20}$ ×	$17\frac{1}{2}$	=	$\frac{7}{8}$
4.	$\frac{1}{32}$ ×	$\frac{7}{8}$	=	$\frac{7}{256}$

also der ges. Zinseszins von 1000 Rthlr à $2\frac{1}{2}$ pr.C. in 8 Term. = 218 Rthlr 9 gr u. ohngef. 8 Pf.

Der 5te gesammte Zins wäre $\frac{1}{50} \times \frac{7}{256}$ Rthlr = $\frac{7}{12800}$ Rthlr, welches zu wenig ist, als daß es in Anschlag kommen könnte. Noch mehr findet dies bey den übrigen ausgelassenen Zinsen statt.

Mit Hülfe logarithmischer Tafeln.

Es ist L. 41 = 1,6127839
und L. 40 = 1,6020600

also L. $\frac{41}{40}$ = 0,0107239, wovon

das 8fache = L. $\frac{41^8}{40^8}$ = 0,0857912, und

dazu den L. 1000 = 3,0000000

so kommt der L. der ges. Zahl = 3,0857912.

Zu diesen Logarithmen findet man in den Tafeln 1218,4 Rthlr, welches bis auf einige Pfennige mit dem obigen übereinstimmet. Man könnte aber auch noch die Hunderttheile der gefundenen Zahl suchen, wo-

durch

durch in dem gegenwärtigen Falle alle erforderliche Genauigkeit erhalten würde.

§. 98.

Endlich ist auch der Fall zu berühren, wenn der Zinseszins eines Capitals bey einer gebrochenen Zahl der Termine zu berechnen gegeben wird. Es gehöret dahin die Frage: Wie viel Zinseszins erhält man von 10000 Rthlr. a 5 pr. C. in $3\frac{3}{4}$ Jahren? die Zinstermine von Jahr zu Jahr angenommen. Alle dergleichen Aufgaben lassen sich vorzüglich auf eine dreyfache Art auflösen. Denn

a kann man vermittelst der zusammengesetzten Regel de Tri seinen Endzweck erreichen. In diesem Falle ist die zur Beantwortung der aufgeworfenen Frage nöthige Rechnung:

$$10000 \text{ Rthlr.} \times \frac{21^3}{20^3} \times \frac{83}{80} = \frac{768663}{640000}$$

7686630000 11 2	12010 Rthlr.
92	
552 70 4	8 gr.
480 62 3	$7\frac{1}{2}$ pf.

Wegen

Wegen des letzten Factors des Anzeigers, $\frac{83}{80}$, sehe man §. 51 nach. Der Zinseszins übrigens allein kann aus dem gefundenen leicht hergeleitet werden.

b Kann man stückweise zuvörderst die Summe suchen, zu welcher das gegebene Capital in den ganzen Terminen steigt, und dann aus dieser Summe das eigentlich verlangte finden. Bey der vorhergehenden Frage stehen zu bleiben, so ist

$$10000 \text{ Rthlr} \times \frac{21^3}{20^3} \left(= \frac{9261}{8000}\right) = 11576\tfrac{1}{4} \text{ Rthlr}$$

Nun findet man aus $11576\frac{1}{4}$ Rthlr das obige also:

$11576\frac{1}{4}$ Rthlr $\times \frac{83}{80}$

34728¾
92610

960828¾ | 12010 Rthlr
112

690
5 | 8 Gr 7½ Pf.

c Kann man sich der Logarithmen bedienen, und zwar in dem schon berechneten Exempel auf folgende Art.

Es

$$\text{Es ist L. } 21 = 1{,}3222193$$
$$\text{und L. } 20 = 1{,}3010300$$

$$\text{also L. } \frac{21}{20} = 0{,}0211893$$

$$\text{und L. } \frac{21^3}{20^3} = 0{,}0635679$$

$$\text{Ferner ist L. } 83 = 1{,}9190781$$
$$\text{und L. } 80 = 1{,}9030900$$

$$\text{also L. } \frac{83}{80} = 0{,}0159881$$

$$\text{und L. } \frac{21^3}{20^3} + \text{L. } \frac{83}{80} = 0{,}0795560$$
$$\text{dazu L. } 10000 = 4,$$

so kommt = 4,0795560; wozu man aus den Tafeln bey Anwendung der Regeln von der Findung der zu gegebenen Logarithmen gehörigen Zahlen, wenn die Logarithmen nicht genau in den Tafeln stehen, die Zahl 12010,36 findet.

Man kann auch, wenn die Umstände es rathen, einen Theil der Ausrechnung mit Hülfe der Logarithmen, und den andern Theil ohne dieselben vollenden. Man könnte sich z. B. die Rechnung bey b sehr erleichtern, wenn man 11576¼ Rthl. vermittelst der logarithmischen Tafeln suchte. Uebrigens durften der Vollständigkeit wegen die gebrochenen Zinstermine zwar nicht völlig übergangen werden; allein weitläuftiger davon zu

reden

reden, wäre überflüßig, da die Fälle, wo sie statt finden, ausserordentlich selten sind.

§. 99.

Ich komme zu der zweyten Hauptfrage der Zinseszinsrechnung, zur Bestimmung des Capitals, das erfordert wird, um aus demselben bey einem gegebenen pr. C. durch den Zinseszins in einer gewissen Zeit ein bestimmtes grösseres Capital zu erhalten. Auch diese Bestimmung ist wichtig, da die Frage: Wie viel Geld muß man anlegen, um durch den Zinseszins zu einem gewissen pr. C. dasselbe in einer bestimmten Zeit zu einer verlangten und gegebenen Summe zu erhöhen; unter gewissen Umständen oft vorkommen kann: und es ist daher auch hier nöthig, die Art der Beantwortung dieser Frage vollständig zu beschreiben.

§. 100.

Um von dem Falle anzufangen, wenn die Zahl der Termine eine ganze Zahl, und das pr. C. für jeden einzeln Termin gegeben ist; so muß, da die anzulegende Summe, multiplicirt mit derjenigen Dignität des Anzeigers der Veränderung des Capitals zur Findung des Zinses, deren Exponent der Zahl der Termine gleich ist, die verlangte und gegebene Summe geben muß, umgekehrt diese bekannte Summe, multiplicirt mit dem

umgekehrten Anzeiger eben derselben Dignität jene anzulegende Summe geben. So werden z. B. aus 16000 Rthlr a 5 pr. C. in 10 Jahren, bey jährigen Terminen und Zinseszins $26062\frac{200978201}{640000000}$ Rthlr, und diese Summe erhält man durch Entwickelung des Ausdrucks,

$$16000 \text{ Rthlr} \times \frac{21^{10}}{20^{10}};$$

umgekehrt muß man also aus $26062\frac{200978201}{640000000}$ Rthlr jene 16000 Rthlr wieder finden, wenn man diesen Ausdruck entwickelt,

$$26062\frac{200978201}{640000000} \text{ Rthlr} \times \frac{20^{10}}{21^{10}}.$$

Der Grund hievon liegt in den Sätzen: Ein Product, durch den einen seiner Factoren dividirt, ist dem andern Factor gleich; und: Ein Quotient, mit dem Divisor multiplicirt, giebt den Dividend; und die angeführte Behauptung ist also hinlänglich bewiesen.

§. 101.

Bey der Aehnlichkeit, welche der zweyte Hauptfall der Zinseszinsrechnung mit dem ersten Hauptfalle hat, kann es nicht anders seyn, es müssen die Aufgaben desselben auf eben dieselbe und auf eben so verschiedene Art aufgelöset werden können, als die zu dem ersten Hauptfalle gehörigen und bisher betrachteten Aufgaben. Die Art also, wegen ihrer Weitläuftigkeit, bey Seite gesetzt, welche die ein-

einfache Regel de Tri mehrere Male anwendet; so bleiben folgende übrig.

a. Die Auflösung vermittelst der zusammengesetzten Regel de Tri. Die Ausrechnung des §. 100 stehenden Exempels ist dabey

$26062\frac{200978201}{640000000}$ Rthlr $\times \frac{20^{10}}{21^{10}}$. Da nun

20^{10} so viel ist als 10240000000000, und

21^{10} so viel ist als 16679880978201; so erhält man aus $26062\frac{200978201}{640000000}$ Rthlr $\times$ 10240000000000 die Summe von 266878095651216000 Rthlr, und

aus $\frac{266878095651216000}{16679880978201}$ Rthlr endlich

16000 Rthlr, die nöthige Summe, um durch Anlegung derselben auf Zinseszins zu 5 pr. C. in 10 Jahren und bey jährigen Terminen $26062\frac{200978201}{640000000}$ Rthlr zu erhalten.

Kürzer ist zwar diese Art als die gänzlich ausgelassene; allein wie weitläuftig nicht doch noch? Man überlege nur die nöthigen Multiplicationen und Division, die, den Raum zu ersparen, nicht hingesetzt sind. Ist indeß die Zahl der Termine nicht so groß, so ist auch die nöthige Arbeit so vielfach nicht, und man kann sich daher dieser Art bey einer geringen Anzahl von Terminen schon bedienen.

§. 102.

b Kann man auch auf folgende Art zu seinem Zwecke gelangen. Man rechnet: Wenn ein Capital 10 Jahre zu 5 pr. C. und bey jährigen Terminen auf Zinseszins aussteht; so besteht der gesammte Zinseszins aus zehn verschiedenen Arten Zinsen, und es ist

				vom Capital
der 1te Zins	— — —	—		$\frac{1}{2}$
— 2te	— vom 1ten Zinse		$\frac{9}{40}$	$\frac{9}{80}$
— 3te	— — 2 -	—	$\frac{4}{30}$	$\frac{3}{200}$
— 4te	— — 3 -	—	$\frac{7}{80}$	$\frac{21}{16000}$
— 5te	— — 4 -	—	$\frac{3}{50}$	$\frac{63}{800000}$
— 6te	— — 5 -	—	$\frac{1}{24}$	$\frac{21}{6400000}$
— 7te	— — 6 -	—	$\frac{1}{35}$	$\frac{3}{32000000}$
— 8te	— — 7 -	—	$\frac{3}{160}$	$\frac{9}{5120000000}$
— 9te	— — 8 -	—	$\frac{1}{90}$	$\frac{1}{51200000000}$
— 10te	— — 9 -	—	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{10240000000000}$

Bringt man nun alle für die in dem gesammten Zinseszinse enthaltene einzele Zinse gefundene Theile des Capitals auf einerley Nenner; so erhält man

$$
\begin{array}{r}
5120000000000 \\
1152000000000 \\
153600000000 \\
13440000000 \\
806400000 \\
33600000 \\
960000 \\
18000 \\
200 \\
1 \\
\hline
\end{array}
$$

und also zur Summe $\frac{6439880978201}{10240000000000}$

Dieser Bruch zeigt den Theil der anzulegenden Summe an, welcher dem in dem Capitale enthaltenen Zinseszinse gleich ist. Das anzulegende Capital ist also das Ganze, nach welchem die Bestimmung des gedachten Zinseszinses beurtheilt werden muß; und da dasselbe ausser dem Zinseszinse in dem gegebenen Capitale enthalten ist, so wird dadurch das gegebene Capital gleich $1 + \frac{6439880978201}{10240000000000}$, oder $\frac{16679880978201}{10240000000000}$ des anzulegenden Capitals, und folglich das anzulegende Capital umgekehrt $\frac{10240000000000}{16679880978201}$ von dem gegebenen, im betrachteten Falle von $26062\frac{200978201}{640000000}$ Rt.

Ich habe diese Auflösung nur für 10 Termine und 5 pr. C. eingerichtet. Wie man bey einer andern Zahl der Termine und einem andern pr. C. sich zu verhalten habe, kann aus diesem einzeln Falle leicht abgeleitet werden.

§. 103.

Am Ende erhält man bey dieser Art eben den Anzeiger der Veränderung des gegebenen Capitals zur Findung der anzulegenden Summe, welcher bey a §. 101 aus der Entwickelung des Ausdrucks $\frac{20^{10}}{21^{10}}$ sich ergiebt, und auch da der endliche Anzeiger war. Da dies in der Natur der Sache selbst gegründet ist, und daher beständig statt finden muß; so unterscheidet sich bis jetzt die Auflösung nach §. 102 von der im 101ten §. beschriebenen in nichts weiter, als in der Art diesen endlichen Anzeiger zu finden. Ich gebe gern zu, daß es leichter ist, $\frac{20^{10}}{21^{10}}$ zu entwickeln, als die §. 102 angestellte Rechnung zu machen, indem man zur Entwickelung des Ausdrucks $\frac{20^{10}}{21^{10}}$ nichts als eine leichte, wenn gleich öftere, Multiplication nöthig hat; allein es bleibt nichts desto weniger auch diese zweyte Art wichtig.

§. 104.

Es ist nemlich selten nöthig, zu allen in dem gesammten Zinseszinse enthaltenen einzeln Zinsen die ihnen glei-

chen

chen Theile des Capitals zu suchen; sondern man kann, so bald man auf weniger als ein Tausendtheil kommt, aufhören, und den auf diese Art statt findenden Fehler am Ende der Rechnung verbessern. Würde z. B. gefragt: Wie viel Geld muß man auf Zinseszins zu 5 pr. C. austhun, um bey jährigen Terminen nach 10 Jahren 26062$\frac{1}{3}$ Rthlr zu erhalten? so dürfte man nur rechnen: Es ist

							vom Capital
der 1te Zins	—	—	—	—		—	$\frac{1}{2}$
— 2	—	vom 1ten Zinse			$\frac{9}{40}$	—	$\frac{9}{80}$
— 3	—	—	2	—	$\frac{4}{30}$	—	$\frac{3}{200}$
— 4	—	—	3	—	$\frac{7}{80}$	—	$\frac{21}{16000}$

und also die Summe aller dieser Zinse $\frac{10061}{16000}$.

Dazu nun 1 oder $\frac{16000}{16000}$, so erhält man $\frac{26061}{16000}$, und zum Anzeiger von 26062$\frac{1}{3}$ Rthlr für den gegenwärtigen Fall also, $\frac{16000}{26061}$. Es giebt aber, eine Kleinigkeit nicht geachtet, 26062$\frac{1}{3}$ Rthlr $\times$ $\frac{16000}{26061}$ die Summe von 16000 Rthlr als das zu 5 pr. C. auf Zinseszins anzulegende Capital.

§. 105.

In dem 58ten §. ist die Frage angeführt: Wie viel Geld muß man a 5 pr. C. auf Zinseszins austhun, um bey jährigen Terminen nach 10 Jahren 5000 Rthlr wieder zu erhalten? Die Antwort auf diese Frage findet man durch folgende Rechnung.

5000 Rthlr $\times$ $\frac{16000}{26061}$

80000000 | 3069$\frac{21}{32}$ Rthlr.
22827441
161330
25982
787
1

Rechnet man nun wieder zurück, so ist die Rechnung, wenn man die Logarithmen gebraucht, diese

$$L.\frac{21^{10}}{20^{10}} = 0,2118929$$

$$L.\,3069,7 = 3,4870959, \text{ folglich}$$

$$L.\,3069,7 \times \frac{21^{10}}{20^{10}} = 3,6989888.$$

Sucht man diesen Logarithmen in den Tafeln auf; so findet man dazu die Zahl 5000 und etwas darüber. Es vermehren sich also 3069$\frac{21}{32}$ Rthlr durch den Zinseszins à 5 pr. C. in 10 Jahren zu 5000 Rthlr, und sind daher die gesuchte anzulegende Summe.

§. 106.

Wenn man so, wie §. 104 gelehret worden, verfährt, so dividiret man mit einem kleinern Divisor, als man eigentlich gebrauchen sollte, und daher ist der Quotient grösser, als man ihn bey einer strengen Rechnung findet.

findet. So wie aber das oben im Divisor fehlende sehr wenig beträgt, so ist auch der Ueberschuß bey dem Quotienten nicht sehr beträchtlich; und man erreicht daher einen in den meisten Fällen hinlänglichen Grad der Richtigkeit, wenn man den Quotienten um etwas, aber nicht sehr beträchtliches, vermindert. So sind §. 104 etwa $\frac{1}{4}$, §. 105 aber noch weniger in dem Quotienten aus der Acht gelassen worden, eigentlich aber ist dagegen auch die Summe $3069\frac{2}{3}\frac{1}{2}$ Rthl. noch um etwas zu groß.

§. 107.

c) (s. §. 102) ist die Auflösung vermittelst der Logarithmen übrig, wobey es hinreichend seyn wird, die Art und Weise derselben an dem §. 104 und 105 beantworteten Fragen gezeigt zu haben. Es ist also

1. in Ansehung der Frage §. 104

$$L.\,20 = 1{,}3010300$$
$$L.\,21 = 1{,}3222193$$

$$\text{also } L.\,\frac{20}{21} = -\,1{,}9788107. \text{ Ferner}$$

$$\text{ist } L.\,\frac{20^{10}}{21^{10}} = -\,1{,}7881070$$

$$\text{und } L.\,26062\tfrac{2}{3} = 4{,}4160127, \text{ also}$$

$$L.\,26062\tfrac{2}{3} \times \frac{20^{10}}{21^{10}} = 4{,}2041197; \text{ welcher}$$

um 0,0000003 kleiner ist, als der Logarithme von 16000, der Zahl, welche gefunden werden muß.

... in Ansehung der Frage §. 105.

$$L.\ \frac{20^{10}}{21^{10}} = -1,7881070$$

$$\text{und } L.\ 5000 = 3,6989700$$

$$\text{also } L.\ 5000 \times \frac{20^{10}}{21^{10}} = 3,4870770,$$

welches der Logarithme von mehr als 3069,5, aber weniger als 3069,6 ist; wodurch also das §. 106 am Ende gesagte bestätiget wird.

Bey den gebrauchten negativen Logarithmen bezieht sich das Zeichen (—) allein auf die Einheit. Anstatt dieser negativen Logarithmen könnte man auch solche brauchen, die durchaus negativ wären. So wie der Logarithme von $\frac{21}{20}$ gleich 0,0211892 ist, so wäre dann der Logarithme von $\frac{20}{21}$ gleich —0,0211892, und der Logarithme von $\frac{20^{10}}{21^{10}}$ gleich —0,2118929. Da —0,2118929 + 4,4160127 = 4,2041198 und —0,2118929 + 3,6989700 = 3,4870771; so fällt in die Augen, daß der Gebrauch

brauch der Logarithmen, die durchaus negativ sind, keine Aenderung in dem gefundenen hervorbringen könne.

§. 108.

Da auch der zweyte Hauptfall der Zinseszinsrechnung, so weit als derselbe bis jetzt betrachtet worden ist, unter gewissen Umständen häufig vorkommen kann, §. 99; so ist es gut, auch für ihn Tabellen zu haben, durch deren Gebrauch man sich die Beantwortung der zu demselben gehörenden Fragen erleichtern, und die dazu nöthige Arbeit abkürzen könne. Man hat drey Arten solcher Tabellen, welche also nunmehr zu beschreiben und zu beurtheilen sind.

§. 109.

Von der ersten Art findet sich ein Beyspiel in der schon einmal gedachten Süßmilchschen Sammlung von Tabellen. Süßmilch hat auch diese Tabelle vom Deparcieux entlehnt, und sie zur acht und zwanzigsten gemacht. Man findet darin eine Nachweisung des Capitals, so man geben muß, um nach dem Verlauf einer gegebenen Zahl von Jahren, die nicht über 100 steigt, 100 Livres zu empfangen. Es wird dabey vorausgesetzt, daß das gegebene Capital mit Zinseszins a 5 pr. C. zurückgegeben werden solle. Der Anfang der Tabelle ist folgender.

Jahre.

Jahre.	Livres.	Sous.	Den.
1	95	4	9
2	90	14	1
3	86	7	8
4	82	5	5
5	78	7	1

Die Art der Verfertigung von dergleichen Tabellen ergiebt sich aus dem bisher von dem zweyten Hauptfalle der Zinseszinsrechnung gesagten, verbunden mit dem, was oben von der Verfertigung ähnlicher Tabellen für den ersten Hauptfall berührt worden ist. Was den davon zu machenden Gebrauch anbetrifft, so nimmt man daraus den Zähler des nöthigen Anzeigers, um aus dem gegebenen Capitale die anzulegende Summe zu finden, nach der Zahl der vestgesetzten Jahre, und der zugehörige Nenner ist allemal 100 Liv. Es gilt übrigens von dieser Tabelle, und allen Tabellen gleicher Art, das auch, was von den ähnlichen Tabellen für den ersten Hauptfall der Zinseszinsrechnung gesagt worden ist.

§. 110.

Die zweyte Art der jetzt zu betrachtenden Tabellen, welche auf eine ähnliche Art, als die berührte Deparcieusische verfertiget und gebraucht wird, enthält im ganzen

ganzen Zahlen und Decimaltheilen die Summe, welche man jetzt zahlen muß, um nach dem Verlauf einer gegebenen Zahl von Jahren, die nicht über 100 steigt, 100, z. B. 100 Rthlr zu empfangen. Man findet dergleichen in Florencourts Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst, S. 271 bis 273, für 5, 4 und 3 pr. C. Diese Art der Tabellen hat vor der vorhergehenden viel Vorzüge, und werden noch bequemer zum Gebrauch, wenn man sie, wie leicht geschehen kann, anstatt für 100, für 1 einrichtet.

§. III.

Die dritte Art der Tabellen gehört zu der Auflösung der hieher gehörenden Aufgaben vermittelst der Logarithmen. Man erhält dergleichen

entweder dadurch, daß man den logarithm. $\frac{20}{21}$ = 1,3010299956639812 weniger 1,3222192947339193 = − 1,9788107009300619, wobey sich das Zeichen (—) allein auf die Kennziffer bezieht, nach und nach mit den natürlichen Zahlen bis 100 multipliciret, wo dann stets die Kennziffer allein als negativ zu betrachten ist;

oder dadurch, daß man ein gleiches mit dem log. — 0,0211892990699381 thut, und dann den ganzen Logarithmen als negativ betrachtet und behandelt;

oder

oder endlich, wenn man bereits die ähnliche Tabelle für den ersten Hauptfall verfertiget hat, dadurch, daß man entweder jeden der darin enthaltenen Logarithmen von 1 abzieht, und bey den Resten die Kennzifer nur negativ seyn läßt; oder allen und jeden Logarithmen das Zeichen (—) vorsetzt, und sie ganz als negativ betrachtet. Der Gebrauch dieser Tabellen aber bedarf übrigens keiner weiteren Erläuterung.

§. 112.

Wenn nun (s. §. 100) die Zahl der Termine zwar eine ganze Zahl ist, das pr. C. aber nicht für einen einzeln Termin, sondern für einen Zeitraum von mehrern Terminen gegeben wird; so kann man, nach dem §. 96 gesagten, diesen Fall auf den betrachteten zurückführen, und es ist also auch hievon nicht nöthig, weitläuftig und besonders zu reden. Wird z. B. gefragt: Wie viel Geld muß man a 5 pr. C. auf Zinseszins austhun, um dadurch nach 4 Jahren, und zwar bey halbjährigen Zinsterminen, $1218\frac{2}{5}$ Rthlr zu erhalten; so läßt sich diese Frage in folgende verwandeln: Wie viel Geld muß man a $2\frac{1}{2}$ pr. C. auf Zinseszins austhun, um dadurch nach 8 Terminen $1218\frac{2}{5}$ Rthlr zu erhalten? und nun ist diese Frage von den vorhergehenden nicht weiter unterschieden.

§. 113.

Ist endlich die Zahl der Zinstermine eine gebrochene Zahl; so kehrt man das Product der Anzeiger, nach welchen man aus der anzulegenden Summe das gegebene Capital finden würde, um, und verfährt übrigens nach diesem umgekehrten Anzeiger mit dem gegebenen Capitale auf eine der §. 98 erklärten Arten. Es werde z. B. gefragt: Wie viel Geld muß man anlegen, um durch den Zinseszins a 5 pr. C. bey jährigen Terminen in $3\frac{3}{4}$ Jahren 12010 Rthlr $8\frac{5}{8}$ Gr. zu erhalten? so giebt der §. 98 da gewesene Anzeiger $\frac{21^3}{20^3} \times \frac{83}{80}$ umgekehrt $\frac{20^3}{21^3} \times \frac{80}{83}$, und dies ist der Anzeiger der Veränderung der 12010 Rthlr $8\frac{5}{8}$ Gr., um daraus das gesuchte anzulegende Capital 10000 Rthlr zu finden.

§. 114.

Endlich (s. §. 58) folgt die dritte Hauptfrage der Zinseszinsrechnung: Wie groß muß das pr. C. seyn, bey welchem ein gegebenes Capital in einer bestimmten Zeit, eine ebenfalls bestimmte Grösse erhalten kann? z. B. Zu wie viel pr. C. muß man 1000 Rthlr austhun, um mit dem Zinseszinse nach 7 Jahren 1500 Rthlr wieder zu bekommen? Diese Frage kommt bey weitem so häufig nicht vor, als die beyden ersten Hauptfragen der

Zinses-

Zinseszinsrechnung, und es ist daher auch keine so weitläuftige Betrachtung derselben nöthig.

§. 115.

Ohne Hülfe der Logarithmen wären die hieher gehörenden Aufgaben zwar auf keine Art und Weise unauflösbar, allein der Weg, den man betreten müßte, wäre doch ausserordentlich lang und mühsam, und ohne Tabellen, welche die Anzeiger der Veränderung des Capitals, um aus demselben den Zins zu finden, in einer beträchtlichen Anzahl und in Decimalzahlen enthielten, würde man seinen Endzweck vollends nur nach einer sehr langwierigen Arbeit erhalten. Mit Uebergehung aller andern möglichen Arten will ich also nur von der Beantwortung der angeführten Frage vermittelst der Logarithmen reden.

§. 116.

Wenn man das auf Zinseszins ausgethane Capital mit dem Anzeiger der damit vorzunehmenden nöthigen Veränderung in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Termine gleich ist, multiplicirt, so erhält man dadurch das Capital, zu welchem das angelegte durch den Zinseszins in den angenommenen Terminen wächset. Dividirt man also das durch den Zinseszins vermehrte Capital mit der Summe, woraus es entstanden ist, so erhält man zum Quotienten den gedachten Anzeiger in derjenigen Dignität, deren Exponent der Zahl der Termine

gleich

gleich ist. Gesetzt also, daß man von dem Logarithmen des durch den Zinseszins vermehrten Capitals den Logarithmen des Capitals, woraus jenes erwachsen ist, abzieht, und diese Differenz mit der Zahl der Termine dividirt; so erhält man den Logarithmen des einfachen Anzeigers. Um dies zuvörderst an einem Beyspiele zu erläutern, so diene dazu die §. 114 wieder berührte Frage, doch so, daß dabey die Zinstermine jährig gedacht werden. Es ist also

L. 1500 = 3,1760913
L. 1000 = 3,0000000, und ihre Differenz

oder $L. \frac{1500}{1000} = 0,1760913$. Diese nun dividirt

durch 7, so kommt 0,0251559.

Eigentlich ist nun zwar dieser Logarithme der Logarithme des ganzen einfachen Anzeigers, oder einer ihm gleichen Zahl. Allein da man ihn aus dem Logarithmen des Zählers und dem Logarithmen des Nenners, wenn der Anzeiger bekannt wäre, finden würde, wenn man den Logarithmen des Nenners von dem Logarithmen des Zählers abzöge; und es jetzt um einen Anzeiger zu thun ist, der zum Nenner 100 hat: so darf man nur die zu dem gefundenen Logarithmen und der Kennziffer 2 gehörende Zahl aufsuchen, und von derselben 100 abziehen. Der Rest zeigt das pr. C., welches man sucht, an. Der Lo-

 garith-

garithme 0,0251559 z. B. gehört bey der Kennzifer 2 zu der Zahl, 105, 963, aus welcher man nach Abzug der 100 für das gesuchte pr. C. 5,963 erhält.

§. 117.

Alle bisher betrachtete Fälle sind einfache Fälle der Zinseszinsrechnung gewesen. Ausser ihnen giebt es verschiedene zusammengesetzte Fragen, deren Beantwortungsart ebenfalls nicht übergangen werden darf. Ueberhaupt unterscheiden sich die zusammengesetzte Fragen der Zinseszinsrechnung von den einfachen eben so, als die zusammengesetzte Fälle der gemeinen Zinsrechnung §.7 von den einfachen Aufgaben eben dieser Rechnung sich unterscheiden; und es ist also eine Frage der Zinseszinsrechnung zusammengesetzt, wenn sie die Summe der Zinseszinse mehrere Capitalien zu suchen befiehlt. Diejenigen von diesen Fragen, welche zwar verschiedene Capitalien enthalten, aber einerley Zeit und einerley pr. C. vestsetzen, lassen sich auch hier sehr leicht auf eine einfache Frage zurückführen, und erfordern daher keine besondere Untersuchung. Wer sieht z. B. nicht, daß die Frage: Wie viel Zinseszins erhält man von 1000 Rthl, 350 Rthl und 1475 Rthl, wenn alle drey Capitalien auf 5 pr. C. und 6 Jahr ausstehen? mit dieser gleich sey: Wie viel Zinseszins erhält man von 2825 Rthl a 5 pr. C. in 6 Jahren. Es ist daher hier nur von solchen Fällen die Rede, wo

der

der Zinseszinse mehrerer Capitalien, die auf verschiedene Zeiten und auf verschiedene pr. C. ausgethan sind, zu wissen verlangt wird.

§. 118.

Gesetzt, daß gefragt würde: Wie viel Zinseszins erhält man von 1000 Rthlr a 5 pr. C. und bey jährigen Terminen in 4 Jahren, von 350 Rthlr a $3\frac{1}{4}$ pr. C. und bey halbjährigen Terminen in 5 Jahren, und von 1475 Rthlr a $4\frac{1}{2}$ pr. C. und bey jährigen Terminen in 3 Jahren? so fällt bey einer genauern Betrachtung dieser zusammengesetzten Frage bald in die Augen, daß man nicht anders als durch theilweise Beantwortung der darin enthaltenen einfachen Fragen, und Addition der auf diese Art gefundenen Zinseszinse seinen Endzweck erreichen könne. Eben das gilt von allen andern Fragen, die auf eine ähnliche Art zusammengesetzt sind.

§. 119.

Käme ein Fall vor, wie folgender: Es thut Jemand 1000 Rthlr a 5 pr. C. pr. A. 5 Jahr auf Zinseszins aus, legt aber dazu nach dem 1ten Jahre, 57 Rthlr 12 Gr, nach dem 2ten, 92 Rthlr 3 Gr, und nach dem 3ten, 47 Rthlr 18 Gr, und zwar so, daß dieses zugelegte Geld auf gleiche Art als die 1000 Rthlr verzinset werden sollen; und man sollte nun bestimmen, wie groß sein Capital nach 5 Jahren geworden wäre? käme, sage ich; ein sol-

 cher

cher Fall vor, so würde man am leichtesten auf folgendem natürlichen Wege das gesuchte finden.

Die anfänglich angelegten

	1000 Rthl.	geben
nach dem 1ten Jahre	50 Rthl.	Zins, und ausserdem
werden dazu	57 Rthl. 12 gr.	gelegt, so daß
also nach dem 1ten J.	1107 Rthl. 12 gr.	da sind. Diese geben
nach dem 2ten Jahre	55 Rthl. 9 gr.	Zins, und ausserdem
werden dazu	92 Rthl. 3 gr.	gelegt, so daß
nun	1255 Rthl.	da sind. Diese geben
nach dem 3ten Jahre	62 Rthl. 18 gr.	Zins, und ausserdem
werden dazu	47 Rthl. 18 gr.	gelegt, so daß
nun	1365 Rthl. 12 gr.	da sind. Diese geben
nach dem 4ten Jahre	68 Rthl. 6 gr. 7 1/5 pf.,	und es sind also
nun	1433 Rthl. 18 gr. 7 1/5 pf.	da. Diese geben
nach dem 5ten Jahre	71 Rthl. 16 gr. 6 9/25 pf.,	u. es sind also
nun	1505 Rthl. 11 gr. 1 14/25 pf.	da.

Dieses Beyspiel kann hinreichen zu zeigen, wie man sich in ähnlichen Fällen zu verhalten habe.

§. 120.

Eben so wird folgende Aufgabe aufgelöset. Es werden 10000 Rthl. auf Zinseszins a 5 pr. C. pr. A. auf

4 Jahr

4 Jahr ausgethan, und davon genommen, nach dem 1ten Jahre, 420 Rthlr., nach dem 2ten Jahre, 311 Rthlr. 12 gr., und nach dem 3ten Jahre, 395 Rthlr. 15 gr., und gefragt, wie viel nach 4 Jahren da seyn werde.

Die anfänglich angelegten

10000 Rthlr. geben
nach dem 1ten Jahre 500 Rthlr. Zins, und es sind

---

also nun 10500 Rthlr. da; es werden
aber davon 420 Rthlr. genommen, und

---

es bleiben also 10080 Rthlr. Diese geben
nach dem 2ten Jahre 504 Rthlr., und es sind

---

also nun 10584 Rthlr. da. Hievon
werden 311 Rthlr. 12 gr. genommen, und

---

es bleiben 10272 Rthlr. 12 gr. Diese geben
nach dem 3ten Jahre 513 Rthlr. 15 gr. Zins, und es sind

---

also wieder 10786 Rthlr. 3 gr. da. Hievon
werden 395 Rthlr. 15 gr. genommen, und

---

es bleiben 10390 Rthlr. 12 gr. Diese geben
nach dem 4ten Jahre 519 Rthlr. 12 gr. $7\frac{1}{5}$ pf., und

---

es sind also 10910 Rthlr. 0 gr. $7\frac{1}{5}$ pf. nach dem 4ten Jahre da.

§. 121.

Wenn aber das zu einem auf Zinseszins ausgethanen Capitale hinzugelegte oder davon weggenommene Geld stets eine und dieselbe Grösse behält, und überdem dabey kein Termin ausfällt; so läßt sich die Rechnung abkürzen. Beyspiele hievon sind: Es hat jemand 10000 Rthlr a 5 pr. C. auf Zins ausgethan, er legt zu diesem Capitale alle Jahr nicht nur den Zins, sondern noch ausserdem 100 Rthlr, und fährt damit 6 Jahr fort; wie groß wird sein Capital nach 6 Jahren seyn? und: Es hat jemand 10000 Rthlr a 5 pr. C. auf Zins ausgethan, er nimmt aber alle Jahr 100 Rthlr von dem fälligen Zinse, schlägt das übrige zum Capitale, und fährt auf diese Art 6 Jahr fort; wie groß ist sein Capital am Ende dieser 6 Jahre? Um die Regeln der gedachten Abkürzung gehörig einzusehen, ist eine vorläufige Betrachtung dieser Fälle nöthig.

§. 122.

Wenn man zu einem auf Zinseszins a 5 pr. C. angelegten und 6 Jahr stehenden Capitale alle Jahr 100 Rthlr hinzuthut; so erhält man nach 6 Jahren

1. das

1. das Capital selbst multiplicirt mit — — $\frac{21^6}{20^6}$

2. die 1ten hinzugeth. 100 Rth multiplicirt mit $\frac{21^5}{20^5}$

3. — 2 — — 100 — — — $\frac{21^4}{20^4}$

4. — 3 — — 100 — — — $\frac{21^3}{20^3}$

5. — 4 — — 100 — — — $\frac{21^2}{20^2}$

6. — 5 — — 100 — — — $\frac{21}{20}$

7. — 6 — — 100 — — — 1

Wenn man hingegen von eben demselben Capitale alle Jahr 100 Rth wegnimmt; so hat man am Ende der 6 Jahre nicht das ausgeliehene Capital mit $\frac{21^6}{20^6}$ multiplicirt ganz, sondern es fehlen daran

1. die 1ten weggen. 100 Rth multipl. mit $\frac{21^5}{20^5}$

2. — 2 — — 100 — — — $\frac{21^4}{20^4}$

3. — 3 — — 100 — — — $\frac{21^3}{20^3}$

4. — 4 — — 100 — — — $\frac{21^2}{20^2}$

5. — 5 — — 100 — — — $\frac{21}{20}$

6. — 6 — — 100 — — — 1.

Hieraus ergiebt sich

a für den Fall, wo zu dem anfänglich ausgeliehenen Capitale jährlich noch eine und dieselbe Summe gelegt wird, daß das sämmtliche angelegte und durch den Zinseszins in einer gewissen Zeit vermehrte Capital bestehe

1. aus dem anfänglich ausgethanen Capitale multiplicirt mit dem Anzeiger in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist.

2. aus der jährlich hinzugefügten Summe multiplicirt nach und nach mit dem Anzeiger in allen den Dignitäten, welche auf die gedachte in absteigender natürlicher Ordnung bis auf die Dignität o folgen.

b für den Fall, wo von dem anfänglich ausgeliehenen Capitale jährlich eine und dieselbe Summe weggenommen wird, daß das am Ende der vestgesetzten Zeit vorhandene Capital gefunden werde, wenn man von der Summe a. 1. die Summe a. 2. abzieht.

§. 123.

Die Reihe, $\frac{21^5}{20^5}, \frac{21^4}{20^4}, \frac{21^3}{20^3}, \frac{21^2}{20^2}, \frac{21}{20}, 1,$

ist eine geometrische Reihe, und ihre Summe also $\dfrac{\frac{21^6}{20^6} - 1}{\frac{1}{20}}$, oder $20 \cdot \frac{21^6}{20^6} - 20$. Da es nur gleich viel

viel ist, ob man eine Grösse nach und nach mit allen Gliedern einer geometrischen Reihe multiplicirt und die erhaltenen Producte summirt, oder ob man dieselbe Grösse mit der Summe der geometrischen Reihe multiplicirt; so kann man das §. 122. a. 2. gesagte für den Fall, wenn das pr. C. 5 ist, auch auf folgende Art ausdrucken: aus der Differenz zwischen der jährlich hinzugelegten Summe zwanzigmal genommen und mit dem Anzeiger in der Dignität multiplicirt, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, und der zwanzigmal genommenen jährlichen Summe selbst.

§. 124.

Wenn also ein Capital auf Zinseszins a 5 pr. C. und jährige Termine ausgethan ist, und dazu alle Jahr eine und dieselbe Summe auf gleiche Bedingungen gelegt wird; so findet man das Capital, welches auf diese Art in einer bestimmten Zeit entsteht, wenn man das anfänglich angelegte Capital nebst der jährlich hinzugefügten Summe mit dem Anzeiger $\frac{21}{20}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, multipliciret, und darauf das zwanzigfache der jährlich hinzugefügten Summe abziehe. Die Ausrechnung des §. 121 stehenden Falls geschieht daher nach

$$(10000 \text{ Rthlr} + 20 \times 100 \text{ Rthlr}) \times \frac{21^6}{20^6} - 20 \times 100 \text{ Rthlr},$$

 oder

oder $12000 \text{ Rt} \times \frac{21^6}{20^6} - 2000 \text{ Rt}$

Da nun $L. \frac{21^6}{20^6} = 0{,}1271358$

und $L. 12000 = 4{,}0791812$

so ist $L. 12000 \times \frac{21^6}{20^6} = 4{,}2063170$

u. also $12000 \text{ Rt} \times \frac{21^6}{20^6}$ = zwischen 16081 u. 16082 Rt

Hievon abgezogen $20 \times 100 \text{ Rt} = 2000 \text{ Rt}$

so kommt als das verlangte 14081 bis 14081 Rt.

§. 125.

Wird hingegen von einem Capitale, das auf Zinseszins a 5 pr. C. und jährige Termine aussteht, alle Jahr eine und dieselbe Summe weggenommen; so findet man das Capital, welches unter diesen Bedingungen nach einer gewissen Anzahl von Jahren da ist, wenn man die Differenz zwischen dem anfänglich angelegten Capitale und der jährlich davon genommenen Summe zwanzigmal genommen mit dem Anzeiger $\frac{21}{20}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, multipliciret, und zu dem kommenden Producte die jährlich weggenommene Summe zwanzigmal genommen addirt. Die Ausrechnung des aus §. 121 hieher gehörigen Falls geschicht daher nach

(10000

$$(10000 \text{ Rthlr} - 20 \times 100 \text{ Rthlr}) \times \frac{21^6}{20^6} + 20 \times 100 \text{ Rthlr},$$

$$\text{oder } 8000 \text{ Rthlr} \times \frac{21^6}{20^6} + 2000 \text{ Rthlr}.$$

Da nun $L.\ \frac{21^6}{20^6} = 0,1271358$

und $L.\ 8000 = 3,9030900$

so ist $L.\ 8000 \times \frac{21^6}{20^6} = 4,0302258$

also $8000 \text{ Rthlr} \times \frac{21^6}{20^6} =$ zwischen 10720 und 10721 Rthlr

Hiezu addirt $20 \times 100 =$ 2000

so kommt als das verlangte 12720 bis 12721 Rthlr.

§. 126.

Findet ein anderes pr. C. als 5 statt, und wird in den übrigen Umständen nichts geändert; so darf man, um die zu befolgenden Regeln zu finden, nur statt des Anzeigers $\frac{21}{20}$ den bey dem angenommenen pr. C. sich ergebenden Anzeiger, und statt 20, des Multiplicators der jährlich zugelegten oder weggenommenen Summe, die Differenz zwischen diesem letzten Anzeiger und 1, als einen Divisor betrachtet, setzen. Stünden z. B. 10000 Rthlr bey jährigen Terminen a 6 pr. C. auf Zinseszins, so wäre der Anzeiger $\frac{53}{50}$, und die Differenz zwischen diesem Anzeiger und 1 selbst $\frac{3}{50}$, als Divisor aber betrachtet, $\frac{50}{3}$.

Würde

Würde also die Zeit des Ausstehens des Capitals 6 Jahr gesetzt, und jährlich 100 Rthlr. zugelegt; so müßte man nach folgendem rechnen

$$\left(10000 \text{ Rthlr.} + \tfrac{50}{3} \times 100 \text{ Rthlr.}\right) \times \frac{53^6}{50^6} - \tfrac{50}{3} \times 100 \text{ Rthlr.}$$

$$\text{oder } 11666\tfrac{2}{3} \text{ Rthlr.} \times \frac{53^6}{50^6} - 1666\tfrac{2}{3} \text{ Rthlr.}$$

Würden aber jährlich 100 Rthlr. weggenommen, so müßte die Rechnung nach folgendem Satze angestellet werden.

$$\left(10000 \text{ Rthlr.} - \tfrac{50}{3} \times 100 \text{ Rthlr.}\right) \times \frac{21^6}{20^6} + \tfrac{50}{3} \times 100 \text{ Rthlr.}$$

$$\text{oder } 8333\tfrac{1}{3} \text{ Rthlr.} \times \frac{21^6}{20^6} + 1666\tfrac{2}{3} \text{ Rthlr.}$$

Würden ausser dem pr. C. auch die übrigen Umstände verändert, anstatt der jährigen Termine z. B. halbjährige genommen, oder das jährlich zu dem anfänglich angelegten Capitale hinzugefügte oder davon hinweggenommene Geld zu einem andern pr. C. verzinset, als das Capital selbst; so müßten natürlicher Weise die §. 124 und 125 gegebene Regeln auch noch mehr abgeändert werden. Da indeß dergleichen Fälle selten vorkommen, so ist nicht nöthig, dabey zu verweilen.

§. 127.

Thomas Mortimer führt in seinen Grundsätzen der Handlungs- Staats- und Finanzwissenschaften

1. (Leip-

(Leipzig 1781) S. 607. die Behauptung des Dr. Price's an, daß ein Pfennig Sterling, der zu Christi Geburt zu 5 pr. C. auf Zinseszins ausgeliehen worden, im Jahr 1770 schon auf eine grössere Summe angewachsen wäre, als 150000000 Erden von gediegenem Golde enthielten; wenn er aber auf einfachen Zins ausgeliehen wäre, so würde er (der Zins) nicht höher als auf 7 Schilling $4\frac{1}{2}$ Pfennig angewachsen seyn. So auffallend diese Behauptung beym ersten Anblicke seyn kann; so weicht sie doch von der Wahrheit bey weitem so nicht ab, als man es anfänglich glaubt. Bey 5 pr. C. und einfachem Zinse wird in 20 Jahren der Zins dem Capitale gleich, und in 1770 Jahren also $88\frac{1}{2}$ mal so groß als das Capital. Ein Pfennig Sterling trägt also bey 5 pr. C. und einfachem Zinse in 1770 Jahren genau 7 Schilling und $4\frac{1}{2}$ Pfennig Sterling Zins, den Schilling zu 12 Pfennigen gerechnet. Um zu finden, wie hoch ein Pfennig Sterling in 1770 Jahren durch Zinseszins a 5 pr. C. anwachse; nehme man

$$\text{L. } \tfrac{21}{20} = 0{,}0211892990699 38, \text{ und}$$
multiplicirt denselben mit 1770

so erhält man 37,505059353790260.

Dieser Logarithme gehört zu einer Zahl, die aus 38 Zifern besteht, und wovon die ersten Zifern 3199 sind. Ein Pfennig Sterling kann also in 1770 Jahren durch

5 pr.

5 pr. C. Zinseszins fast 32 Sextillionen Pfennig Sterling, oder nach unserm Gelde fast 230 Sextillionen Pfennige werden. Welch eine ungeheure Summe? Rechnet man nun ferner den Durchmesser der Erde 1720 Meilen und die Meile 23630 rheinländische Schuh, so erhält man 2662560000 Cubicmeilen für den körperlichen Inhalt einer Erde, und 150000000 Erden enthalten; also 399384000000000000 Cubicmeilen, oder, da eine jede Cubicmeile 1319444614700 Cubicfuß enthält 526965067997344800000000000000 Cubicfuß; und diese Zahl noch mit 1728 multiplicirt, so kommen für den Inhalt von 150000000 Millionen Erden in Cubiczollen 910595637499411814400000000000000 Cubiczoll. Diese Zahl nun gegen die obige 32 Sextillionen Pfennig Sterling gehalten, so ergiebt sich, daß, die Richtigkeit der Priceischen Behauptung vorausgesetzt, der Werth eines Cubiczoll Goldes etwa 3500 Pfennig Sterling sey. Es ist also die Zahl von 150000000 Erden allerdings zu groß, aber eine Null abgeschnitten, oder 15000000 Erden von gediegenem Golde angenommen, so ist die angeführte Priceische Behauptung durchaus wahr. Was für ein Unterschied zwischen dem einfachen Zinse und dem Zinseszinse in einer Zeit von 1770 Jahren?

§. 128.

Ohnerachtet der Unterschied zwischen dem einfachen Zinse und dem Zinseszinse bey einer geringen Anzahl von

Zins=

Zinsterminen keine so auffallende Grösse hat, denn man erhält z. B. von 10000 Rthlr a 5 pr. C. in 4 Jahren 2000 Rthlr einfachen Zins, und $2155\frac{1}{16}$ Rthlr Zinseszins; so bleibt derselbe doch allemal wichtig, da bey 5 pr. C. und einfachem Zinse ein Capital in 20 Jahren noch einmal so groß, in 40 Jahren dreymal so groß, in 60 Jahren viermal so groß wird, u. s. w., beym Zinseszinse hingegen dasselbe in 15 Jahren zu mehr als einer noch einmal so grossen Summe, in 30 Jahren zu mehr als einer viermal so grossen Summe, in 45 Jahren zu mehr als einer achtmal so grossen Summe, in 60 Jahren zu mehr als einer sechzehnmal so grossen Summe u. s. w. anwächst. Man nennt daher den Zinseszins nicht ohne Grund einen wucherhaften Zins, und die Gesetze haben Recht, ihn für unerlaubt und unzulässig zu erklären. Denn gesetzt, daß er erlaubt wäre, und es liehe jemand auf ein Landgut 10000 Rthlr a 5 pr. C. auf Zinseszins, der Schuldner aber liesse vor der Abtragung des Zinses 30 Jahr verstreichen; so wäre die Schuld auf 43219 Rthlr 10 gr angewachsen, und das Gut vielleicht für den Schuldner verlohren. Bedenkt man nun dabey noch, wie gern mancher Capitalist wenigstens einen Theil seines Geldes, so lange er sicher wäre, ausstehen lassen würde, und wie gern manche Schuldner ihre Schuld grösser werden lassen, wenn sie nur vor dem Mahnen gesichert sind, und die Bezahlung weiter hinausgesetzt sehen; so wird man

vol-

vollends die Rechtmässigkeit des Gesetzes, welches den Zinseszins für unerlaubt erklärt, nicht leugnen.

§. 129.

Soll man aber auch wie Polack in seiner Mathesi forensi S. 99 der vierten Auflage (Leipzig 1770) die Erhebung des Zinseszinses für hypothetisch unmöglich halten, weil dabey der in jedem Termine fällige Zins keinen Augenblick ungenutzt bleiben dürfe, und man doch den Zins schwerlich in eben dem Augenblicke, da man ihn hube, als ein neues Capital austhun könnte? Florencourt antwortet darauf S. 9 seiner bereits gedachten Abhandlungen: Bey kleinen Capitalien wird der Zinseszins nicht in Betracht gezogen; bey Banken, Landescassen rc. ist das Geld immer im Handel, folglich trifft hier Polacks Einwurf nicht. Da die Gesetze den Zinseszins verbieten, und ein Gläubiger dahero, wenn er den von einem ausgeliehenen Capitale erhaltenen Zins ebenfalls auf Zins austhun will, gezwungen ist, denselben erst zu heben und darauf als ein von dem vorhin genannten Capitale unabhängiges Capital auszuthun; so wird er freylich nie, und um so viel weniger, je grösser die Zeit angenommen wird, die Summe erhalten, welche die Zinseszinsrechnung angiebt. Denn den günstigsten Fall zuerst zu berühren, wenn er nemlich sein Geld in einer Bank oder Landescasse stehen hat, wo der Zins zur gesetzten Zeit gehoben, und

in

in der ersten auch am geschwindesten wieder angelegt werden kann; so wird doch gewöhnlicher Weise der Tag, an welchem das Geld eingelegt wird, so wie auch derjenige, an welchem das Capital zurückgenommen wird, nicht gerechnet; ferner werden, wie sich das von selbst versteht, die Brüche bey der kleinsten Scheidemünze, und auch wohl noch beträchtlichere Kleinigkeiten bisweilen, z. B. was unter 6 ₰ ist, wenn nach Rℓ, ℋ und ₰ gerechnet wird, nicht bezahlt; und endlich kann man nicht jede auch noch so kleine Summe daselbst auf Zins anlegen. Steht aber ein Capital bey Privatpersonen aus, so erhält man einmal die Zinsen nicht allezeit auf den Tag, an welchem sie fällig sind, und selbst das Wechselrecht sieht 14 Tage nach; und dann, wo in diesem Falle so gleich die Gelegenheit, den erhaltenen Zins wieder unter zu bringen? Aus diesem allen aber fließt gleichwohl nichts, was die Zinseszinsrechnung verwerflich machen könnte. Diese Rechnung ist, wenn ich auf die Art unterscheiden darf, nicht so wohl eine öconomische und juristische, als vielmehr politische Rechnung. Der Politiker gebraucht sie, da Staaten in gewissen Fällen Zinseszins bezahlen, so als sie, arithmetisch betrachtet, abgehandelt werden muß; der Juriste hat ihrer so oft nicht nöthig, und der Oeconom kann sich ihrer in vielen Fällen bedienen, aber er muß sie anwenden, so wie überhaupt jede Theorie angewandt werden muß. Man muß bey der Anwendung einer jeden Theorie vor allen Dingen

 unter=

untersuchen, ob der wirkliche Gegenstand, auf welchen man die Anwendung machen will, genau diejenigen, und nicht mehr und nicht weniger Eigenschaften habe, als man dem in der Theorie gedachten beygelegt hat. Ist dies, so kann man sicher der Theorie in allen folgen; hat aber der wirkliche Gegenstand entweder mehr, oder weniger, oder theils mehr theils weniger Eigenschaften, als der in der Theorie gedachte, so ist natürlicher Weise die Theorie entweder zu weit oder zu enge, oder hat beyde Fehler zugleich, und muß zuvor, nicht gänzlich umgeschmolzen, sondern nur abgeändert, modificirt werden, ehe man sie durchaus anwendet. Ist das ein Einwurf wider die Zinseszinsrechnung, eine Theorie, daß sie die Eigenschaften aller, auch der besten, Theorien hat? Ein Capitalist kann nach ihren Regeln die Summe berechnen, zu welcher sein angelegtes Capital, wenn die vorhin erwähnten Umstände nicht statt hätten, anwachsen würde. Vergißt er hinterher nicht, dasjenige abzuziehen, was darin diese Umstände zernichten, so wird die Erfahrung mit seiner Rechnung übereinstimmen, und er auf die kürzeste Art das, was er von der Rechnung verlangte, gefunden haben.

§. 130.

Gottfr. Aug. Hoffmann sagt in seinen Demonstrationen von richtiger Berechnung des Interusurii, (in Polacks Mathesi forensi von S. 154 bis 168)

§. 14:

§. 14: Wenn man in der Berechnung, wie ein Capital durch den Zins wächst, den Zins von seiner Fallzeit an jedesmal als ein neues Capital betrachten und den Zins davon ebenfalls in Anschlag bringen kann; so muß man dabey auch zum Grunde setzen können, daß die Interessen alle halbe oder Vierteljahre, oder gar alle Monate eingefodert, und je und je wieder zum Capital gemacht werden können. — An und für sich kann hierwider nichts eingewandt werden, und es ist daher auch oben auf diese Fälle Rücksicht genommen worden. Finden aber halbjährige, oder vierteljährige, oder gar monatliche Zinstermine statt, so ist natürlicher Weise ihre Zahl grösser als bey jährigen Terminen, und das im vorhergehenden §. gesagte muß daher, wenn von wirklichen Fällen die Rede ist, hier noch in einem höhern Grade sich äussern. In der Rabattrechnung wird hievon noch mit mehrern gesprochen werden.

§. 131.

Unnütz wäre es indeß wohl, wenn man aus dem Grunde, weil doch der Zins stündlich ja augenblicklich wächst, auch für stündliche ja augenblickliche Zinstermine die Berechnung des Zinseszinses einrichten wollte. Die kleinsten Zeittheile, worauf man bey der Berechnung des Zinses überhaupt sieht, sind Tage; aber wo sind tägige Zinstermine üblich? Folgenden Fall:

100000 Rthl. stehen a 5 pr. C. aus; wie groß wird der Zins nach 8 Tagen seyn? würde ich daher nach der einfachen Zinsrechnung auflösen. Euler nimmt in seiner vollständigen Anleitung zur Algebra

$$L.\ \tfrac{21}{20} = 0{,}0211892,$$ und multipl. denselben mit $\tfrac{8}{365}$, woraus sich

der $L. \left(\frac{21}{20}\right)^{\frac{8}{365}} = 0{,}0004644$ ergiebt.

Hiezu L. 100000 = 5 genommen, so kommt 5,0004644, der Logarithme von 100107 Rthl., so daß also der Zins nach 8 Tagen 107 Rthl. gesetzt wird. Soll diese Rechnung richtig seyn, so müssen tägige Zinstermine vorausgesetzt werden.

§. 132.

Unger erklärt, in seinen Beyträgen rc. §. 15 der Berechnung der Zinsen auf Zinsen, die Beantwortung der zweyten und dritten Hauptfrage der Zinseszinsrechnung ohne Hülfe der Algebra für unmöglich. Ob dies gegründet sey oder nicht? ist aus dem bisherigen leicht zu entscheiden.

Florencourt, in dessen schon öfters berührten Abhandlungen rc. S. 268 bis 270 sich noch 3 zur Zinseszinsrechnung gehörige Tabellen befinden, hat S. 6 und 7. die Logarithmen der Anzeiger so wohl der Capitalsveränderung, um daraus bey einem gegebenen pr. C. das durch

den

den einfachen Zins vermehrte Capital zu finden, als auch der Veränderung des durch den einfachen Zins vermehrten Capitals, um daraus das anfängliche Capital zu finden, für verschiedene pr. C. und in 15 Decimalstellen mitgetheilt. Diese Logarithmen gehören auch hieher, und sind folgende.

L. $\frac{21}{20}$ = 0,021189299069938 für 5 pr. C.
L. $\frac{209}{200}$ = 0,019116290447072 für $4\frac{1}{2}$ pr. C.
L. $\frac{26}{25}$ = 0,017033339298780 für 4 pr. C.
L. $\frac{207}{200}$ = 0,014940349792936 für $3\frac{1}{2}$ pr. C.
L. $\frac{103}{100}$ = 0,012837224705172 für 3 pr. C.
L. $\frac{41}{40}$ = 0,010723865391773 für $2\frac{1}{2}$ pr. C.
L. $\frac{51}{50}$ = 0,008600171761918 für 2 pr. C.
L. $\frac{20}{21}$ = 0,978810700930062 — 1 für 5 pr. C.
L. $\frac{200}{209}$ = 0,980883709552928 — 1 für $4\frac{1}{2}$ pr. C.
L. $\frac{25}{26}$ = 0,982966650701220 — 1 für 4 pr. C.
L. $\frac{200}{207}$ = 0,985059650207064 — 1 für $3\frac{1}{2}$ pr. C.
L. $\frac{100}{103}$ = 0,987162774294818 — 1 für 3 pr. C.
L. $\frac{40}{41}$ = 0,989276134608227 — 1 für $2\frac{1}{2}$ pr. C.
L. $\frac{50}{51}$ = 0,991399828238082 — 1 für 2 pr. C.

Die gedachten Tabellen enthalten die Capitalien, zu welchen 100000000 Rthl. durch den Zinseszins à 5, 4 und 3 pr. C. in 1, 2, 3 u. s. w. bis 50, Jahren anwachsen, in ganzen Zahlen und Decimaltheilen. Man kann diese Tabellen nach dem obigen leicht durch Einrichtung derselben für 1 noch bequemer zum Gebrauche machen. Auch findet derjenige, dem daran gelegen S. 6 noch einige von mir nicht genannte Schriftsteller, welche dergleichen Tabellen geliefert haben.

§. 133.

Bey der Berechnung wirklicher Fälle, so wohl der gemeinen Zinsrechnung als der Berechnung des Zinseszinses, erhält man nicht immer die Zeit des Ausstehens so gleich in Jahren, Monaten und Tagen, sondern es wird oft die Zeit der Anlegung des Capitals und die Zeit der Zurücknehmung desselben gegeben, und man muß daraus das nöthige suchen. Diese Arbeit ist sehr leicht, und bedarf keiner Anweisung, man kann sie auch allezeit im Kopfe verrichten. Der Tag der Anlegung und der Tag der Zurücknehmung des Capitals wird dabey, wie schon einmal erinnert, gemeiniglich nicht mit gerechnet. Erhält man Tage, und will dieselben nach Monaten bestimmen, so muß man nicht vergessen, daß der Monat 30 Tage gerechnet zu werden pflege. Martini giebt in seinem vermehrten richtigen Capitalisten und fertigen Wech=

Wechseler (Berlin 1776) S. 19. 20 gleichwohl eine Anweisung, wie man sich in diesem Falle zu verhalten habe, und setzet dabey das Aufschreiben aller gegebenen Dinge voraus. Dieser vermehrte richtige Capitalist und fertige Wechsler enthält Tabellen von der Art und dem Gebrauche, als die oben gedachten Hessischen Tabellen sind. Er ist bekannt, und man bezeichnet ihn oft mit dem Namen des **Knechts**.

Von dem Zinsfusse und Anatocismus bey den Alten, insbesondere bey den Griechen und Römern, findet man unter andern in Paucton's Mêtrologie ou traité des Mesures, poids et monnoies des anciens peuples et des modernes (Paris 1780) und zwar im 7ten Capitel, eine weitläuftige Abhandlung.



Rabattrechnung.

Einleitung.

§. 134.

Es ereignet sich öfters der Fall, daß Gelder, ohne bis dahin Zins zu tragen, erst nach einiger Zeit zu bezahlen sind, Gläubiger und Schuldner aber dahin übereinkommen, daß die Schuld vor der Fallzeit abgetragen werden solle. Es kauft z. B. jemand ein Haus für 15000 Rthlr unter der Bedingung, daß er zum Angelde sogleich 10000 Rthlr erlege, die übrigen 5000 Rthlr aber nach einem Jahre, oder auch in mehrern Terminen, ohne unterdessen von dem nicht bezahlten Zins zu geben, abtrage. Er hat diese Bedingung gemacht, weil es ihm zu der Zeit des Kaufs an Gelde fehlte. Unvermuthet fällt ihm dergleichen durch eine Erbschaft zu, und er wünscht nunmehr, sich mit einem Male mit dem Verkäufer aus einander zu setzen, und der Verkäufer ist es zufrieden. Wenn sich ein solcher Fall ereignet, so ist es billig und mit den Gesetzen übereinstimmend, daß der früher bezahlende Schuldner für den Nichtbrauch eines Capitals, das er zu seinem Vortheile hätte nutzen können, eine Entschädigung erhalte. Es pflegt daher auch der Gläubiger alsdann etwas

was von der Schuld zu erlassen, und der Schuldner also etwas weniger zu bezahlen. Anstatt 1000 Rthlr z. B. giebt man, wenn man 1 Jahr früher bezahlt, 952 Rthlr 9 Gr $1\frac{5}{7}$ Pf, oder zieht davon 47 Rthlr 14 Gr $10\frac{2}{7}$ Pf ab. Auch diesem Abzuge hat man einen besondern Namen gegeben, man nennt ihn **Rabatt** oder **Interusurium**; und aus seiner Berechnung ebenfalls ein besonderes Capitel der Rechenkunst gemacht, und dieselbe **Rabattrechnung** oder **Interusurienrechnung** genannt. Rabatt und Zins haben eine grosse Aehnlichkeit mit einander; denn beyde sind Geld, welches man für den Gebrauch eines Capitals bezahlt: nur giebt den Zins der Schuldner, und den Rabatt hingegen der Gläubiger. Man hat also Recht, die Rabattrechnung als einen Theil der Zinsrechnung im weitläuftigen Verstande anzusehen.

§. 135.

Eben diese Aehnlichkeit aber giebt auch an die Hand, daß sich **eine doppelte Art des Rabatts** gedenken lassen müsse, **der einfache Rabatt** nemlich, und **der doppelte**. So wie der Zinseszins grösser ist als der einfache, so übertrift auch der doppelte Rabatt den einfachen an Grösse. Diese Bestimmung reicht jetzt zu, in der Folge wird der doppelte Rabatt genauer beschrieben werden. Natürlicher Weise zerfällt also die Rabattrechnung überhaupt, so wie die eigentliche Zinsrechnung in

K 5 zwey

zwey Theile. Den einen davon nennt man **die gemeine Rabattrechnung**, und den andern **die doppelte Rabattrechnung**, und beyde sollen nun in der eben befolgten Ordnung abgehandelt werden.

Gemeine Rabattrechnung.

§. 136.

Um zuvörderst von der Rechtmässigkeit des so eben erklärten Rabatts, ausser dem §. 133 berührten, ein Paar Worte zu sagen, so fällt in die Augen, daß der Gläubiger dadurch, daß er sein Geld früher empfängt, in den Stand gesetzt wird, durch Anlegung desselben, z. B. auf Zins, einen sonst nicht gehabten Nutzen zu ziehen; der Schuldner hingegen sich durch die frühere Bezahlung eines rechtmässigen Vortheils, den ihm der Gebrauch der bezahlten Summe verschafft haben könnte, begiebt. Sollte also der Schuldner, wenn er früher, als er nöthig hatte, bezahlt, gleichwohl die ganze Summe erlegen, so erhielte dadurch der Gläubiger einen Vortheil, zu dem er kein Recht hat, und der Schuldner litte einen Schaden, den er zu übernehmen nicht verbunden ist. Bezahlte z. B. jemand 1000 Rthlr ein Jahr früher, so hätte, wenn nichts rabattirt würde und 5 pr. C. Zins gerechnet werden könnte, der Gläubiger zu der Zeit, da er die 1000 Rthlr eigentlich hätte erhalten sollen, in der

That

That 50 Rthl. mehr, und eben so viel hätte zu eben der Zeit der Schuldner Schaden, denn er hätte ja diese 50 Rthl. ebenfalls gewinnen können. Der Schuldner muß also bey einer frühern Bezahlung Rabatt erhalten; der Gläubiger wäre ungerecht, wenn er ihm denselben nicht bewilligen wollte.

§. 137.

Allein, wie viel soll jedesmal von der zu bezahlenden Summe rabattirt oder abgezogen werden? Diese Frage muß hier vor allen andern, und selbst vor der Vestsetzung und Kenntlichmachung der zur gemeinen Rabattrechnung gehörigen Fälle, allgemein beantwortet werden, und diese Beantwortung erfordert eine ausführliche Untersuchung. Zuvörderst also muß dabey bemerkt werden, daß in den Fällen, wovon hier die Rede ist, kein Zwang statt findet, sondern daß, so oft eine Schuld mit Rabatt früher bezahlt werden soll, freywillige Entschliessung und Einwilligung des Gläubigers und des Schuldners vorausgesetzt wird, so, daß ohne dieselbe die anfängliche Verbindung zwischen dem Gläubiger und Schuldner bleibet. Es wäre überflüssig, wenn man die Wahrheit dieser Behauptung weitläuftig beweisen wollte; den Gesetzen nicht widerstreitende Verträge können nicht anders als mit Be-

willigung

willigung beyder interessirten Theile abgeändert oder zernichtet werden. Hieraus ergiebt sich aber so gleich die allgemeine Antwort auf die Frage: Wie viel soll jedesmal bey einer frühern Bezahlung einer Schuld von derselben abgezogen werden? So viel, daß weder der Gläubiger zum Vortheil des Schuldners, noch der Schuldner zum Vortheil des Gläubigers vervortheilt wird. Unter diesen Umständen allein können Gläubiger und Schuldner in eine frühere Bezahlung mit Rabatt willigen.

Gesetzt, daß sich der Fall ereignete, daß ein Gläubiger von jemand 2000 Rℓ nach zwey Jahren zu fordern hätte, der Schuldner aber banquerot würde, ein Concurs entstände, und nach $\frac{1}{4}$ Jahren der gedachte Gläubiger so wohl als die übrigen so viel als möglich bezahlt werden sollte; so hätte dieser Gläubiger seine 2000 Rℓ doch erst nach $\frac{5}{4}$ Jahren zu fordern, und sollte er also gleichwohl jetzt abgefunden werden, so müßte seine Schuld vor allen Dingen einen Rabatt leiden. In dergleichen Fällen bleibt es nun freylich nicht ganz der Willkühr des Gläubigers überlassen, ob er die frühere Bezahlung mit Rabatt annehmen wolle, oder nicht. Indessen streitet doch auch ein solcher Fall nicht wider die angenommene Voraussetzung, da selbst alsdann der Rabatt so bestimmt wird, als geschehen würde, wenn freywillige Entschliessung von beyden interessirten Theilen da wäre.

§. 138.

§. 138.

Worauf soll nun aber gesehen werden, um zu beurtheilen, ob Vervortheilung entweder des Gläubigers oder des Schuldners statt finde, oder nicht? Auf den Nutzen natürlicher Weise, den man von einem Capitale ziehen kann; aber nicht auf einen solchen Nutzen, der entweder blos in der Gewalt des Gläubigers, oder allein in der Gewalt des Schuldners ist, sondern auf einen für beyde gleich möglichen Nutzen. Auf den besondern Vortheil, den so wohl der Gläubiger als der Schuldner, jeder in seiner Lage, von einem Capitale durch die Anwendung und Gebrauch desselben erhalten kann, kann und muß ein jeder von ihnen bey der Entschliessung zur Annahme oder Verwerfung der frühern Bezahlung sehen; aber auf die Bestimmung des Rabatts hat blos der beyden mögliche Vortheil Einfluß, wenigstens sieht man darauf allein bey einer gerichtlichen Bestimmung desselben. Da nun allein die Erhebung landüblicher Zinse jederzeit dem Gläubiger so wohl als dem Schuldner möglich ist, oder doch als möglich betrachtet werden kann; so ergiebt sich aus dem bisherigen die Regel: **daß der Rabatt stets so beschaffen seyn müsse, daß so wohl das nach dem Rabatte zu zahlende Capital, von der Zeit der wirklichen Zahlung an bis zu der Zeit der anfänglich vestgesetzten, durch den landüblichen Zins die**

Grösse

Grösse wieder erhalten könne, die es vor der Rabattirung hatte; als auch daß der Rabatt, den der Bezahler erhält, durch gleichen Zins in eben der Zeit sich so zu vermehren im Stande sey, daß er den Interessen gleich komme, welche der Schuldner bis zur Zeit der zuerst vestgesetzten Zahlung von der ganzen Summe hätte erhalten können.

Der landübliche Zins sind 5 pr. C. Gesetzt also, daß jemand statt 1000 Rthlr, die er nach einem Jahre zu bezahlen schuldig ist, ohne inzwischen zum Zinse verpflichtet zu seyn, so gleich 952 Rthlr 9 Gr $1\frac{5}{7}$ Pf bezahlt, und also 47 Rthlr 14 Gr $10\frac{2}{7}$ Pf rabattirt, so ist dabey, nach dem landüblichen Zinse zu urtheilen, niemand vervortheilt. Der Gläubiger erhält nemlich, wenn er die empfangenen 952 Rthlr 9 Gr $1\frac{5}{7}$ Pf a 5 pr. C. auf Zins austhut, nach einem Jahre 1000 Rthlr, und der Schuldner durch gleiche Anlegung für 47 Rthlr 14 Gr $10\frac{2}{7}$ Pf, 50 Rthlr, und gerade so viel hätte der letztere von den an sich behaltenen 1000 Rthlr in einem Jahre ziehen können. Angenommen, daß der Schuldner seine Schuld früher zu bezahlen, und der Gläubiger das Geld zu brauchen im Stande sey, und ferner, daß jener damit höchstens 4 pr. C., dieser aber 8 pr. C. gewinnen könne; so ist einmal die frühere Bezahlung mit Rabatt a 5 pr. C. beyden vortheilhaft, und sie werden sich gern dazu entschliessen; allein der Gläubiger kann nicht verlangen, daß der Schuldner mit 4 pr. C. zufrieden seyn, und der Schuldner nicht, daß der Gläubiger ihm 8 pr. C. bewilligen solle. Auf diese Art fände keine Gleichheit

statt,

statt, und was für Untersuchungen würden dabey bisweilen zur Bestimmung des Rabatts erfordert werden? wie viel Betrug könnte dabey vorgehen? — Könnte man von einem Capitale keinen Vortheil ziehen, wäre z. B. Zins zu nehmen unerlaubt, so könnte auch kein Rabatt statt finden.

§. 139.

Nun kann noch gefragt werden: **ob man bey der Berechnung des Nutzens, der von einem Capitale gezogen werden kann, einfachen Zins oder Zinseszins annehmen müsse?** Nachdem die Umstände sind, ist die Antwort darauf. Wo nur einfacher Zins erlaubt ist, da muß man auch nach einfachem Zinse den Rabatt vestsetzen; wo aber der Zinseszins statt findet, da muß auch auf Zinseszins beym Rabatte gesehen werden. Die doppelte oder zusammengesetzte Rabattrechnung, worin das letzte geschieht, ist daher eben so wichtig, als die gemeine Rabattrechnung, und diejenigen irren, die ausschliessungsweise entweder die eine oder die andere angewandt wissen wollen. Am Ende der doppelten Rabattrechnung wird und muß hierüber mehr gesagt werden.

§. 140.

Nunmehr können die Fälle vestgesetzt werden, **welche zur gemeinen Rabattrechnung gehören.** Da hier von der juristischen und politischen Rabattrechnung die Rede ist, so sind davon alle kaufmännische und

wechs-

wechslerische Berechnungen des Rabatts ausgeschlossen: Von diesen Berechnungen kann also hier auch nur gelegentlich geredet werden, so aber, nicht ohne Nutzen. Es bleiben also als eigentlich hieher gehörig, um zuerst von den einfachen Fällen zu reden, folgende übrig.

a Die Bestimmung entweder des jetzigen Werths eines Capitals, das nach einer bestimmten Zeit bezahlt werden soll, und inzwischen keinen Zins trägt, oder des Rabatts, den dieses Capital bey baarer Zahlung desselben erfahren muß; wenn ausser der Zeit der frühern Zahlung auch das pr. C. bekannt ist.

b Die Bestimmung entweder des anticipirten Capitals vor dem Rabatte, oder des statt gefundenen Rabatts, aus dem wirklich bezahlten Capitale, der Zeit der frühern Zahlung und dem pr. C. des Rabatts.

c Die Bestimmung des pr. C. des Rabatts aus dem nach einiger Zeit zu bezahlenden Capitale, der dafür früher entrichteten Summe, und der Zeit der frühern Zahlung.

Zu dem Falle a gehört z. B. die Frage: Wie viel muß man anstatt 3000 Rthlr, die über 3 Jahr fällig sind, wenn man sie jetzt abtragen will, bey 5 pr. C. pr. A. Rabatt, entrichten? oder: Wie viel Rabatt genießt man,

man, wenn man 3000 Rthl., die über 3 Jahr fällig sind, jetzt bezahlt, und 5 pr. C. pr. A. Rabatt rechnet? Zu dem Falle b ferner die Frage: Wie groß ist das Capital, wofür man bey 5 pr. C. pr. A. Rabatt und zweyjähriger früherer Zahlung 2500 Rthl. entrichten muß? oder: Wie viel Rabatt wird gegeben, wenn man bey 5 pr. C. pr. A. und zweyjähriger früherer Zahlung 2500 Rthl. entrichtet? Eine Frage des dritten Falls endlich ist folgende: Zu wie viel pr. C. pr. A. ist der Rabatt gerechnet worden, indem bey fünfjähriger früherer Zahlung anstatt 600 Rthl. nur 480 Rthl. gegeben worden sind? Ueberall aber ist bey diesen Fragen vorausgesetzt worden, daß die nach einiger Zeit erst fällige Capitalien bis dahin keinen Zins tragen.

§. 141.

Nicht allezeit tragen die Gelder, welche nach einiger Zeit erst fällig sind, gar keine Interessen, sondern es ist der Schuldner oft verbunden, dafür Zins zu geben. Das ungeachtet kann der Fall entstehen, daß der Gläubiger und Schuldner wegen einer frühern Bezahlung der Schuld mit Rabatt zu einem andern pr. C., als der Schuldner den Zins entrichten muß, übereinkommen. Auch diesen Fall muß daher die Rabattrechnung betrachten, und er gehört zu den einfachen Fällen derselben, ob er gleich verwickelter als der vorhin gedachte ist. Wenn man will, so kann man diesem Falle ebenfalls die bey a, b und c im vorhergehenden § angeführten Fälle unterordnen.

Ein Exempel anzuführen, so kann zwischen einem Gläubiger und Schuldner leicht der Vertrag statt finden, daß dieser jenem eine Summe z. B. 1500 Rthlr nach zwey Jahren zu zahlen, und unterdessen dieselbe mit 2 pr. C. zu verzinsen sich anheischig gemacht hat. Dabey kann aber auch ferner eine frühere Bezahlung mit 5 pr. C. pr. A. Rabatt dem Schuldner und Gläubiger unter gewissen Ereignissen vortheilhaft werden, und es wäre also eine Unvollkommenheit der Rabattrechnung, wenn sie nicht auch für diesen Fall entweder das früher zu bezahlende Capital, oder den zu gebenden Rabatt, u. s. w. bestimmen lehrte. Von den zusammengesetzten Fällen der gemeinen Rabattrechnung wird weiter unten geredet.

§. 142.

Um nun mit ein Paar Worten **von der Rabattrechnung der Kaufleute** zu reden, so ist es unter denselben üblich, daß gewisse Waaren mit Rabatt verkauft werden. Was für welche dahin gehören, findet man z. B. für Hamburg und Amsterdam, in **Ludovicis vollständigem Kaufmannslexico** (Leipzig 1768, 2te Aufl.) unter den Artikeln, Hamburg und Amsterdam, desgleichen in **Jo. El. Krusens allgemeinen und besonders hamburgischen Contoristen** (Hamburg 1781 4te Aufl.) im 1ten Theile, ebenfalls unter den Artikeln, Hamburg und Amsterdam. Hier ist nicht nöthig davon ein Verzeichniß anzuführen. Man sagt von diesen Waaren auch, daß

daß sie auf Zeit verkauft werden; indeß würde man sich irren, wenn man glauben wollte, daß ein jeder die Bezahlung für dergleichen Waaren verschieben könnte. Dies findet auf keine Art und Weise statt, sondern es müssen auch diese Waaren, wofern nicht anderweitige Verbindungen da sind, baar bezahlet werden, und der Käufer rabattirt oder discontirt nur von der schuldigen Summe so viel, als ein für allemal vestgesetzt worden. In Hamburg und Amsterdam werden 8 pr. C. pr. A. gerechnet, und die Waaren an jenem Orte auf 7 oder 13 oder 16 Monate, und also mit $4\frac{2}{3}$ oder $8\frac{2}{3}$ oder $10\frac{2}{3}$ pr. C. Rabatt, an diesem aber auf 15, 18, 21, 30 und 33 Monate, oder mit 10, 12, 14, 20 und 22 pr. C. Rabatt verkauft. An andern Orten finden auch andere Bestimmungen statt.

§. 143.

Kauft also ein Kaufmann Waaren, die auf Zeit oder mit Rabatt verkauft werden, so muß er bey der Berechnung des Betrags erst den vestgesetzten Preis zum Grunde legen, und darauf aus der gefundenen Summe die baare Bezahlung oder den Rabatt suchen; dies letztere aber geschieht nicht immer auf einerley Art. Bisweilen wird der Rabatt z. B. in Hamburg und Amsterdam, auf 100 gerechnet, d. h. man zieht von jedem 100 und dem pr. C. zusammengenommen das pr. C. ab, von $104\frac{2}{3}$ z. B. $4\frac{2}{3}$, bey den Waaren, die auf 7 Monat verkauft

 werden;

werden; bisweilen aber rechnet man ihn in 100, wie in Leipzig und Italien, d. h. man zieht von jedem 100 das vestgesetzte pr. C. ab, und rechnet z. B. 95 statt 100, wenn das pr. C. 5 ist. Gesetzt also, daß ein Kaufmann in Hamburg von den Waaren, die auf 13 Monat verkauft werden, für 14507 ℳ kaufte, und die baare Bezahlung wissen wollte, so wäre die nöthige Rechnung

$$14507 \text{ ℳ} \times \frac{100}{108\frac{2}{3}}$$

326) 4352100 | 13350 ℳ.
11943
938
116
11
1

Wollte er hingegen den Rabatt wissen, so müßte er rechnen

$$14507 \times \frac{8\frac{2}{3}}{108\frac{2}{3}} = \frac{26}{326} = \frac{13}{163}$$

43521

188591 | 1157 ℳ.
2524
1912
44
1

Kaufte hingegen jemand in Leipzig von den Waaren, die 8 pr. C. Rabatt geniessen für 1564 Rthl., so gäbe folgende Rechnung die baare Zahlung

1564

1564 Rthl $\times \frac{92}{100}$

```
        1564 Rthl × 92/100
        ----
        3128
       14076
      ------
Rthl  1438|88
        -----
         352
        -----
ß       21|12
           24
          ----
₰        1|44
          ----
          100
```

folgende Rechnung hingegen den Rabatt

```
        1564 Rthl × 8/100
        ----
Rthl    125|12
          ----
ß         2|88
          ----
₰        10|56
          ----
          100
```

Oft ist der Rabatt, den Kaufleute einander geben, nicht zum voraus bestimmt, sondern wird jedesmal verabredet; bisweilen wird ein doppelter Rabatt gegeben, wie in Amsterdam bey prompter Zahlung noch 1 pr. C., welches überdem im 100 gerechnet zu werden pflegt. Dies letztere rühret daher, weil der Käufer nach Abzug des gewöhnlichen Rabatts doch erst nach 6 Wochen zu bezahlen braucht. Auch der Ra-

batt, den die Buchhändler einander geben, gehört hieher; es kömmt aber bey diesen die Bestimmung des Rabatts vorzüglich dem Verkäufer zu, und dieser Rabatt ist daher sehr verschieden.

§. 144.

Was den Rabatt betrifft, der beym Verkaufe der Wechsel gegeben wird, so verhält es sich damit auf folgende Art. Wenn jemand einen Wechsel nicht auslaufen lassen will oder kann, und daher denselben vor der Zahlzeit einem andern gegen baare Zahlung überläßt, so genießt der Käufer ½ pr. C. für jeden Monat, oder auch wohl etwas mehr Rabatt, und es kommt dabey auf die Verabredung des Verkäufers und Käufers an, ob der Rabatt in oder auf 100 gerechnet werden soll.

Daß der Rabatt, den Kaufleute einander geben, 8 pr. C. und drüber ist, kann dem nicht auffallen, der bedenkt, daß dieselben ihr Geld höher auszubringen im Stande sind, als diejenigen, die es blos auf Zins austhun können; und aus eben dem Grunde läßt sich einsehen, wie Kaufleute den Rabatt in 100 ohne ihren Schaden zu geben im Stande sind. Da ferner so wohl im Handel als beym Verkaufe der Wechsel die Zeit der frühern Zahlung mehrentheils nur einige Monate ist, so kann auch bey dem Rabatte in 100 der Rabatt für eine doppelte Zeit zweymal so groß seyn, als der für die einfache Zeit, u. s. w.; ohne daß daraus ein beträchtlicher Nachtheil entstehen kann. Zur Erleichterung der Ausrechnung des Rabatts beym Waarenhandel sind nach Ludovici in dem angeführten Kaufmannslexico, Art. Rabatt, in Hamburg und

Amsterdam in einiger Kaufleute Comtoiren Tabellen im Gebrauche, in welchen der Rabatt von 1 bis 100000 Mark oder Gulden nach gewissen Monaten und pr. C. ausgerechnet ist. Ganz richtig urtheilt aber Ludovici am angeführten Orte von dergleichen Tabellen, daß ihr Gebrauch keinen Vortheil gewähre. Sie gleichen nemlich in ihrer Einrichtung und Gebrauch den in der Zinsrechnung berührten, Hessischen und Martinischen Zinstabellen.

§. 145.

Um nun zu den §. 140 angeführten und eigentlich hierher gehörigen Fällen zu kommen; so fällt bey einer aufmerksamen Betrachtung derselben bald in die Augen, daß sie sich von den zur gemeinen Zinsrechnung gehörenden Fällen mehr den Worten nach als wirklich unterscheiden. Es ist nemlich

a gleich viel, ob man bey gegebenem pr. C. nach dem jetzigen Werthe eines Capitals frägt, das erst nach einer gewissen Zeit, ohne indessen Zins zu tragen, fällig ist, oder ob man ein Capital zu wissen verlangt, welches bey demselben pr. C. in gleicher Zeit durch den Zins zu dem zuerst gedachten Capitale anwachsen kann. Die Frage: Wie viel Capital wird erfordert, um dafür bey 5 pr. C. nach 3 Jahren 3000 Rthlr zu erhalten? ist daher mit der §. 140 zu a gehörigen ersten Frage einerley. Ferner ist es gleich, ob man frägt: Wie viel Rabatt genießt

 man

man z. B. bey 5 pr. C. und früherer Bezahlung von einer bestimmten Zeit von einem gegebenen Capitale? oder ob man wissen will, wie viel Zins, wenn man ebenfalls 5 pr. C. rechnet, in einer Summe, die man nach gleicher Zeit für ein ungenanntes angelegtes Capital erhalten hat, enthalten sey? Wie viel Zins hat man erhalten, wenn man für ein auf Zins a 5 pr. C. angelegtes Capital nach 3 Jahren 3000 Rthlr erhält? Diese Frage ist mit der §. 140 zu a gehörigen zweyten Frage vollkommen einerley.

b Ist es einerley, ob man aus dem wirklich bezahlten Capitale, der Zeit der frühern Zahlung und dem pr. C. des Rabatts die Grösse des anticipirten Capitals vor dem Rabatte sucht, oder ob man bestimmt, wie hoch jenes wirklich bezahlte Capital in gleicher Zeit und bey gleichem pr. C. durch den Zins wächst; desgleichen, ob man aus den genannten Dingen den gesammten Rabatt sucht, oder ob man den gesammten Zins des wirklich bezahlten Capitals in der angenommenen Zeit und pr.C. bestimmt. Wie hoch wachsen 2500 Rthlr in 2 Jahren durch den Zins a 5 pr. C.? und: Wie viel Zins geben 2500 Rthlr a 5 pr. C. in 2 Jahren? sind daher mit dem §. 140 zu b gehörigen gleichbedeutende Fragen.

c Ist es gar nicht verschieden, ob man frägt: Zu wie viel pr. C. ist ein gegebenes Capital, das nach einer gewissen Zeit erst fällig war, rabattirt worden, wenn dafür baar so oder so viel entrichtet ist? oder ob man zu wissen verlangt, zu wie viel pr. C. dies baar gezahlte Capital angelegt werden müsse, um in der gedachten Zeit durch den Zins jenem Capitale gleich werden zu können? Die Frage: Zu wie viel pr. C. muß man 480 Rℓ. austhun, um dafür nach 5 Jahren 600 Rℓ. zu erhalten, ist z. B. mit der §. 140 zu c gehörigen Frage vollkommen einerley.

§. 146.

Von den bey a gedachten Fällen ist nun vorzüglich zu reden, theils weil dieselben unter allen am häufigsten vorkommen, theils auch, weil sie als in die gemeine Rabattrechnung besonders gehörig in der gemeinen Zinsrechnung eben nicht berührt worden sind. Zur Beantwortung der ihnen untergeordneten Fragen sind folgende Sätze nothwendig.

a So wie Geld, das man jetzt auf Zins austhut, nach einiger Zeit so viel werth ist, als die Summe eben dieses Geldes und des für diese Zeit fälligen Zinses; so ist Geld, welches ohne Zins erst nach einiger Zeit fällig ist, jetzt seinem Werthe nach von ihm selbst nur ein solcher Theil, als 100 von der Sum-

 me

nis von 100 und den für die gedachte Zeit gehörenden pr. C. ist. Den Zins zu 5 pr. C. gerechnet, so sind 1000 Rthlr, die baar gezahlt werden, so viel Werth, als 1050 Rthlr, die nach einem Jahre, oder 1100 Rthlr, die nach zwey Jahren und ohne Zins gezahlet werden sollen; und 1000 Rthlr, die ohne Zins über ein Jahr fällig sind, haben jetzt den Werth von 1000 Rthlr $\times \frac{20}{21}$, so wie 1000 Rthlr, die über zwey Jahr ohne Zins fällig sind, den Werth von 1000 Rthlr $\times \frac{10}{11}$.

b Der Zins ist von dem Capitale jederzeit der Theil, welcher das pr. C. von 100 ist; der Rabatt aber ist von dem Capitale ein solcher Theil, als das pr. C. von 100 und dem pr. C. zusammengenommen ist. Der Zins ist daher auch bey vielfacher Zeit das eben so vielfache des einfachen Zinses; der Rabatt hingegen nicht, wenn er gleich bey einer grössern Zeit grösser ist, als bey einer kleinern. Bey 5 pr. C. ist der Zins eines Jahrs $\frac{1}{20}$ des Capitals, der Zins zweyer Jahre $\frac{1}{10}$, der Zins dreyer Jahre $\frac{3}{20}$, u. s. w.; der Rabatt hingegen ist für ein Jahr $\frac{1}{21}$, für zwey Jahr $\frac{1}{11}$, für drey Jahr $\frac{3}{23}$, des Capitals u. s. w.

Wenn bey vorfallender früherer Auszahlung eines Capitals, das ohne Zins zu tragen erst nach einiger Zeit fällig ist, der Rabatt richtig berechnet werden soll, so muß derselbe

selbe auf 100, und nicht in 100 gerechnet werden, weil in dem letztern Falle der Gläubiger allezeit Schaden hätte, wie unten mit mehrern noch wird gezeiget werden.

§. 147.

Nunmehr ist die Auflösung der besondern hieher gehörenden Aufgaben sehr leicht, und arithmetisch betrachtet weiter keinen Zweifeln unterworfen. Es werde also gefragt:

1. Wie viel muß man anstatt 3456 Rthl. 12 gr., die ohne Zins nach einem Jahre fällig sind, wenn der Rabatt nach 5 pr. C. Zins bestimmt werden soll, so gleich bezahlen? Die Rechnung ist folgende.

$$3456 \text{ Rthl. } 12 \text{ gr.} \times \frac{20}{21} = \frac{20}{3 \times 7}$$

69130 Rthl.

23043 Rthl. 8 gr.

3291 Rthl. 21 gr. $8\frac{4}{7}$ pf.

2. Wie viel Rabatt geben 3456 Rthl. 12 gr., wenn man ein Jahr früher bezahlt, und nach 5 pr. C. Zins gerechnet wird? Die Rechnung ist

$$3456 \text{ Rthl. } 12 \text{ gr.} \times \frac{1}{21} = \frac{1}{3 \times 7}$$

1152 Rthl. 4 gr.

164 Rthl. 14 gr. $3\frac{3}{7}$ pf.

Aus

Aus dem gegebenen	3456 Rthlr. 12 gr. und
den gefundenen	3291 Rthlr. 21 gr. $8\frac{4}{7}$ pf.
erhält man auch durch Abz.	164 Rthlr. 14 gr. $3\frac{3}{7}$ pf.;
so wie auch aus	3456 Rthlr. 12 gr.
durch Abzug der	164 Rthlr. 14 gr. $3\frac{3}{7}$ pf.
sich ergeben	3291 Rthlr. 21 gr. $8\frac{4}{7}$ pf.

Hat man daher aus dem gegebenen Capitale bereits entweder die baare Zahlung oder den Rabatt gefunden, so kann man durch die Subtraction des einen von dem gegebenen Capitale jedesmal das andere finden. Die Probe auf Exempel wie die berechneten macht man nach der gemeinen Zinsrechnung §. 10 f. Es ist nemlich

3291 Rthlr. 21 gr. $8\frac{4}{7}$ pf. $\times \frac{21}{20} =$ 3456 Rthlr. 12 gr., und

164 Rthlr. 14 gr. $3\frac{3}{7}$ pf. $\times \frac{21}{20} =$ 172 Rthlr. 19 gr. $9\frac{3}{5}$ pf.;

und so viel als diese letztere Summe beträgt, tragen 3456 Rthlr. 12 gr. à 5 pr. C. in 1 Jahre Zins. Gemeine Rabattrechnung und gemeine Zinsrechnung dienen sich also wechselseitig zur Probe, und auch hieraus erhellt die im Anfange des 145 §. vorgebrachte Behauptung.

§ 148.

Wenn ferner die frühere Bezahlung nicht einjährig seyn soll, so seyen zur Zeigung des hier nöthigen Verfahrens

3. die §. 140 zu a gehörigen Fragen zur Beantwortung aufgegeben; wo die Ausrechnung des ersten Exempels ist

3000 Rt × $\frac{20}{23}$

60000 24246 22 1	2608 Rt

384 256 3 1	16 gr

192 38	$8\frac{8}{23}$ pf

die Ausrechnung des zweyten aber

3000 Rt × $\frac{3}{23}$

9000 3137 231	391 Rt

168 27	7 gr

84 25 1	$3\frac{15}{23}$ pf

4. Werde gefragt, wie viel anstatt 2000 Rt bey $2\frac{1}{4}$ jähriger Vorausbezahlung gegeben werden müsse, wenn der Rabatt nach 4 pr. C. bestimmt werden soll? Die Rechnung ist

2000

2000 Rthl × 100/111

200000
199199 | 1801 Rthl
8118
356
2136
1027 | 19 gr
13
2
54
324
102 | $2\frac{34}{37}$ Pf.

Wollte man den Rabatt suchen, so müßte man rechnen

2000 Rthl × 11/111

22000
11912 | 198 Rthl
003
192
1
528
184 | 4 gr
168
1008
119 | $9\frac{3}{37}$ Pf.

§. 149.

Es kann nicht schädlich seyn, zum Schlusse der Betrachtung dieses Falls noch mit ein Paar Worten der

Tabel-

Tabellen zu gedenken, welcher derjenige, der sich häufig mit Berechnungen des Rabatts beschäftigen müßte, mit Vortheile sich bedienen könnte. Es sey also der Rabatt nach 5 pr. C. Zins zu bestimmen, oder, denn auch so druckt man sich hier, um eben dasselbe anzuzeigen, aus, es sey das pr. C. des Rabatts 5; so ist

bey einer frühern Zahlung von	der Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der baaren Zahlung	zur Findung des Rabatts
¼ Monat — —	$\frac{960}{961}$ — — —	$\frac{1}{961}$
½ — — —	$\frac{480}{481}$ — — —	$\frac{1}{481}$
¾ — — —	$\frac{320}{321}$ — — —	$\frac{1}{321}$
1 — — —	$\frac{240}{241}$ — — —	$\frac{1}{241}$
1¼ — — —	$\frac{192}{193}$ — — —	$\frac{1}{193}$
1½ — — —	$\frac{160}{161}$ — — —	$\frac{1}{161}$
1¾ — — —	$\frac{960}{967}$ — — —	$\frac{7}{967}$
2 — — —	$\frac{120}{121}$ — — —	$\frac{1}{121}$
2¼ — — —	$\frac{320}{323}$ — — —	$\frac{3}{323}$
2½ — — —	$\frac{96}{97}$ — — —	$\frac{1}{97}$
2¾ — — —	$\frac{960}{971}$ — — —	$\frac{11}{971}$
3 — — —	$\frac{80}{81}$ — — —	$\frac{1}{81}$
3¼ — — —	$\frac{960}{973}$ — — —	$\frac{13}{973}$
3½ — — —	$\frac{480}{487}$ — — —	$\frac{7}{487}$
3¾ — — —	$\frac{64}{65}$ — — —	$\frac{1}{65}$
4 — — —	$\frac{60}{61}$ — — —	$\frac{1}{61}$ u. s. w.

¼ Jahr

$\frac{1}{4}$ Jahr — —	$\frac{80}{81}$ — — —	$\frac{1}{81}$
$\frac{1}{2}$ — — —	$\frac{40}{41}$ — — —	$\frac{1}{41}$
$\frac{3}{4}$ — — —	$\frac{80}{83}$ — — —	$\frac{3}{83}$
1 — — —	$\frac{20}{21}$ — — —	$\frac{1}{21}$
$1\frac{1}{4}$ — — —	$\frac{16}{17}$ — — —	$\frac{1}{17}$
$1\frac{1}{2}$ — — —	$\frac{40}{43}$ — — —	$\frac{3}{43}$
$1\frac{3}{4}$ — — —	$\frac{80}{87}$ — — —	$\frac{7}{87}$
2 — — —	$\frac{10}{11}$ — — —	$\frac{1}{11}$
$2\frac{1}{4}$ — — —	$\frac{80}{89}$ — — —	$\frac{9}{89}$
$2\frac{1}{2}$ — — —	$\frac{8}{9}$ — — —	$\frac{1}{9}$
$2\frac{3}{4}$ — — —	$\frac{80}{91}$ — — —	$\frac{11}{91}$
3 — — —	$\frac{20}{23}$ — — —	$\frac{3}{23}$
$3\frac{1}{4}$ — — —	$\frac{80}{93}$ — — —	$\frac{13}{93}$
$3\frac{1}{2}$ — — —	$\frac{40}{47}$ — — —	$\frac{7}{47}$
$3\frac{3}{4}$ — — —	$\frac{16}{19}$ — — —	$\frac{3}{19}$
4 — — —	$\frac{5}{6}$ — — —	$\frac{1}{6}$
$4\frac{1}{4}$ — — —	$\frac{80}{97}$ — — —	$\frac{17}{97}$
$4\frac{1}{2}$ — — —	$\frac{40}{49}$ — — —	$\frac{9}{49}$
$4\frac{3}{4}$ — — —	$\frac{80}{99}$ — — —	$\frac{19}{99}$
5 — — —	$\frac{4}{5}$ — — —	$\frac{1}{5}$ u. s. w.

§. 150.

§. 150.

Was die Verfertigung dieser Tabelle betrifft, so ist aus der Natur der Sache selbst leicht einzusehen, daß der Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der baaren Zahlung jedesmal mit dem zu ihm gehörigen Anzeiger derselben Veränderung zur Findung des Rabatts ein Ganzes ausmache, und daß man also, nachdem man den einen oder den andern Anzeiger gefunden, den andern durch eine leichte Subtraction zu finden im Stande sey. Will man nun zu einem gegebenen pr. C. z. B. 5, für verschiedene Zeiten, z. B. von Viertheil Monat zu Viertheil Monat, die Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der baaren Zahlung suchen; so rechne man zuvörderst für einen solchen Theil der Zeit, woraus alle übrige Zeiten zusammengesetzt werden können, im angenommenen Falle für $\frac{1}{4}$ Monat, den Anzeiger, jetzt $\frac{4800}{4805}$ oder $\frac{960}{961}$, aus. Läßt man von diesem Anzeiger den Zähler unverändert, addirt aber zu seinem Nenner nach und nach den Unterschied zwischen demselben und dem Zähler einmal, zweymal, dreymal u. s. w. genommen; so erhält man dadurch die Anzeiger für das zweifache, dreyfache, vierfache u. s. w. der vorher angenommenen Zeit, und es ist nichts weiter übrig, als dieselben auf die möglich kleinsten Zahlen zu bringen. Den

angenommenen Fall beyzubehalten, so erhält man auf diesem Wege nach und nach $\frac{4800}{4810}$, $\frac{4800}{4815}$, $\frac{4800}{4820}$, $\frac{4800}{4825}$, $\frac{4800}{4830}$, $\frac{4800}{4835}$ u. s. w., oder $\frac{960}{962}$, $\frac{960}{963}$, $\frac{960}{964}$, $\frac{960}{965}$, $\frac{960}{966}$, $\frac{960}{967}$ u. s. w. woraus mit leichter Mühe $\frac{480}{481}$, $\frac{320}{321}$, $\frac{240}{241}$, $\frac{192}{193}$, $\frac{160}{161}$, $\frac{960}{967}$ u. s. w. die Anzeiger für $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$ Monat, so wie sie die Tabelle enthält, gefunden werden. Höchst vortheilhaft ist es bey dieser Arbeit, wenn man sogleich den Anzeiger für die kleinste Zeit in den möglich kleinsten Zahlen ausdruckt. **Will man aber die Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Ausrechnung des Rabatts finden**; so suche man zuvörderst auch diesen Anzeiger für eine solche Zeit, woraus sich die übrigen zusammensetzen lassen; für den vorhin angenommenen Fall wäre derselbe $\frac{5}{4805}$ oder $\frac{1}{961}$: ferner vergrössere man nach und nach den Zähler so wohl als den Nenner um das einfache, zweyfache, dreyfache u. s. w. des Zählers, und bringe endlich das erhaltene auf die möglich kleinsten Zahlen. Für den so eben wieder berührten Fall erhält man auf diese Art $\frac{10}{4810}$, $\frac{15}{4815}$, $\frac{20}{4820}$, $\frac{25}{4825}$, $\frac{30}{4830}$, $\frac{35}{4835}$ u. s. w., oder $\frac{1}{481}$, $\frac{1}{321}$, $\frac{1}{241}$, $\frac{1}{193}$, $\frac{1}{161}$, $\frac{7}{967}$ u. s. w. die Anzeiger für $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$ u. s. w. Monat.

Der Grund von dem gesagten liegt im 146ten §, und es ist nicht nöthig, die Richtigkeit der vorgeschriebenen Regeln weitläuftiger darzuthun. Ein jeder kann sich selbst davon bey einer sorgfältigen Ueberlegung und Anwendung des angeführten

ken §. überzeugen. Man kann sich aber die Verfertigung der Tabelle noch dadurch erleichtern, daß man nach und nach mehrere Anzeiger, und insbesondere von den zur Findung der baaren Zahlung gehörigen die, deren Nenner und Zähler nur um 1 unterschieden sind, und von den zur Findung des Rabatts erforderlichen die, deren Zähler 1 ist, zu Grundanzeigern macht, und daraus die Anzeiger der vielfachen Zeit entwickelt. So kann man auf dem vorhin beschriebenen Wege aus dem Anzeiger für 1 Monat bequem die Anzeiger für 2, 4, 6, 8, 10 und 12 Monat, aus dem Anzeiger für 1 Jahr bequem die Anzeiger für 2, 3, 4, 5, u. s. w. Jahr erhalten. Nöthig ist es übrigens wohl nicht, von dem Falle, wenn eine Tabelle für ein anderes pr. C. verfertiget werden soll, noch besonders zu reden.

§. 151.

Die bisher beschriebene Art den Rabatt zu berechnen, wird öfters die Hoffmannische Berechnung des Rabatts genannt, weil sie Gottfr. Aug. Hoffmann theils in seiner prudentia oeconomica, theils in seinen dem Polackischen schon angeführten Werke einverleibten Demonstrationen von richtiger Berechnung des Interusuriums vorzüglich bearbeitet und wider die gemachten Einwürfe vertheidiget hat. Polack hat auch die obige Tabelle für alle aus $\frac{1}{2}$ Jahre bis 30 Jahren zusammengesetzte Zeiten unter dem Titel: Tabelle des Herrn Hoffmanns, Verhältniß des Interusuriums zu dem scheinbaren d. i. be-

kannten Capitale, von welchem das Interusurium abgezogen werden soll, nebst einem zugleich beygefügten Exempel auf 30 Jahre. Wider die Rechnung selbst läßt sich nichts einwenden; ob und wenn und wie weit sie auf wirkliche Fälle im Leben passe, ist eine andere Frage, deren Beantwortung aber nicht hier, sondern erst am Ende der doppelten Rabattrechnung gegeben werden kann.

§. 152.

Die Carpzovische Art hingegen streitet wider die §. 138 angeführte und bewiesene Behauptung, und wird daher mit Recht verworfen. Nach derselben ist der Rabatt jedesmal so groß, als der Zins, und der Rabatt für eine doppelte, dreyfache, vierfache Zeit u. s. w. auch genau das doppelte, dreyfache, vierfache u. s. w. des einfachen Rabatts. Werden z. B. 5 pr. C. gerechnet, so ist der Rabatt von 1000 Rthl. für 1 Jahr 50 Rthl., für 2 Jahr 100 Rthl., für 3 Jahr 150 Rthl. u. s. w. So wie aber der Zins endlich dem Capitale gleich werden kann, so muß es nach dieser Art auch der Rabatt werden können, und alsdann hätte also ein Schuldner, der so lange, als dazu nöthig wäre, früher bezahlte, gar nichts zu entrichten. Wie ungereimt! Ja, da der Zins mit der Zeit selbst grösser als das Capital werden kann, so müßte auch dies bey dem Rabatte statt finden, und in einem solchen Falle müßte der Gläubiger dem Schuldner noch herausgeben.

Was

Was für Folgen! Gesetzt man verspräche jemand 50000 Rthl. in 30 Jahren zu schenken, und vergliche sich kurz darauf mit ihm, ihm die versprochene Summe mit 5 pr. C. pr. A. Rabatt so gleich auszuzahlen; so würde nach der Carpzovschen Methode der, dem die 50000 Rthl. versprochen wären, anstatt etwas zu erhalten, dem andern noch 25000 Rthl. bezahlen müssen. Ohne Nachtheil des Gläubigers kann nach dieser Art niemals gerechnet werden, und der Schaden wird immer grösser, je grösser die Zeit der Vorausbezahlung angenommen wird.

§. 153.

Ohnerachtet die bisher beschriebene Art den Rabatt zu berechnen so natürlich und leicht ist, daß sie sich nach einiger Ueberlegung gleichsam von selbst darbietet, und ohnerachtet dieselbe in der ihr ähnlichen kaufmännischen Berechnung des Rabatts längst üblich gewesen ist; so urtheilt gleichwohl Unger, daß die gemeine Arithmetic dazu ganz unzulänglich sey, und hält mit verschiedenen andern die Betrachtung gewisser unendlichen Reihen zur Findung der obigen Regel für nothwendig. Wenn jemand glaubt, daß man den Rabatt in 100 rechnen könne, so kann man ihn sehr gut von seinem Irrthume überzeugen, wenn man sagt: Gesetzt, es zöge jemand von 100 Rthl., die er über ein Jahr zu bezahlen schuldig ist, bey einer jetzigen Zahlung 5 Rthl. ab, so anticipirte er diese 5 Rthl. ein Jahr,

 und

und sein Creditor müßte also von diesen 5 Rk wieder $\frac{1}{20}$ oder 6 H abziehen. Diese 6 H würden aber ebenfalls anticipirt, und müßten daher auch $\frac{1}{20}$ Rabatt leiden, u. s. w. Allein zur Findung der zur Berechnung des gemeinen Rabatts nöthigen Regel ist eine solche Betrachtung auf keine Art und Weise nothwendig, ja man kann die berührte Absicht auf andern Wegen vielleicht noch bequemer und sicherer erreichen.

§. 154.

Wenn besseres Geld gegen schlechteres, Gold z. B. gegen Courant umgesetzt werden soll, so muß man natürlicher Weise der Zahl nach etwas verlieren. Die Grösse dieses Verlustes bestimmt man ebenfalls nach pr. C., und sagt z. B. Courant verliere gegen Gold $6\frac{3}{4}$ pr. C. Man sieht nach einiger Ueberlegung bald, daß dies pr. C. auf 100 und nicht in 100 zu rechnen sey, und daß also die bey der gedachten Umsetzung vorfallende Berechnungen mit den bisher betrachteten Rabattberechnungen von einerley Art sind. Manchen Personen werden jene Berechnungen schwer, ohnerachtet sie sich in der Berechnung des Agios gut zu finden wissen. Dies rührt ohnstreitig daher, weil sie den Ausdruck pr. C. eigentlich und nicht in dem Verstande nehmen, als §. 149 angezeigt worden ist. Bey allen Arten des Rabatts auf 100 heißt pr. C. nicht von 100, sondern von 100 und dem pr. C. zusammengenommen.

§. 155.

Was nun die bey b und c §. 140 und 145 gedachten Fälle anbetrifft, so verweise ich in Ansehung derselben um so viel mehr auf die Betrachtung der ihnen ähnlichen Fälle in der gemeinen Zinsrechnung, da sie in der Practik so oft eben nicht vorkommen. Insbesondere gehöret hieher und zu dem zweyten Falle der 50te §. Was den letzten Fall anlangt, so findet man aus dem früher bezahlten Capitale und derjenigen Summe, für welche man es bezahlt hat, durch die Subtraction leicht den sämmtlichen Rabatt. Dieser Rabatt ist dem Zinse gleich, den das wirklich bezahlte Capital bis zu seiner eigentlichen Fallzeit tragen muß; und ihn also mit der Zahl der Termine dividirt, so erhält man den Zins des wirklich bezahlten Capitals für einen Termin. Aus diesem Zinse aber erhält man das pr. C. desselben, welches mit dem pr. C. des Rabatts einerley ist, so leicht, daß daher dieser Fall in der gemeinen Zinsrechnung nicht einmal angeführt worden ist.

Bezahlt man z. B. anstatt 600 Rthlr, die ohne Zins nach 5 Jahren zu bezahlen waren, so gleich 480 Rthlr; so rabattirt man 120 Rthlr, und so viel Zins müssen 480 Rthlr, wenn richtig rabattirt seyn soll, in 5 Jahren tragen. Geben nun 480 Rthlr in 5 Jahren 120 Rthlr, so ist der Zins eines Jahres 24 Rthlr, und das pr. C. $100 \times \frac{24}{480}$, d. h. $\frac{2400}{480}$ oder 5. Es sind also auch die gedachten 600 Rthlr mit 5 pr. C. rabattirt worden.

 §. 156.

§. 156.

Es folgt nun (s. §. 141) der Fall, wenn das nach einiger Zeit fällige, mit Einwilligung des Gläubigers und Schuldners aber früher zu bezahlende Capital bis zu seiner Fallzeit einen verabredeten Zins trägt, und wovon oben bereits ein Beyspiel angeführt worden ist. Ueberhaupt überzeugt man sich bey diesem Falle leicht davon, daß der Zins, welchen der Schuldner zu entrichten hat, den Rabatt, welchen er sonst hätte geniessen können, verminderе, und es kommt also vorzüglich darauf an zu bestimmen, wie groß diese Verminderung in jedem hier möglichen Falle sey. Da, wenn dieser Fall statt findet, nicht nur das Capital, sondern auch der zur Zahlungszeit desselben fällige Zins mit Rabatt bezahlt wird; so kann derjenige Rabatt, welchen das Capital, wenn der Schuldner zu keinem Zinse verpflichtet wäre, durch den von ihm zu gebenden Zins nicht um diesen Zins selbst, sondern nur um den jetzigen Werth desselben verringert werden. Gesetzt daß 1500 Rthl, die über 2 Jahr bezahlt und unterdessen mit 2 pr. C. verzinset werden sollten, sogleich mit 5 pr. C. Rabatt zu entrichten wären: so rabattirte der Schuldner 1500 $\times \frac{1}{11}$, oder 136 Rthl 8 gr $8\frac{8}{11}$ pf von dem Capitale selbst; er hätte ausserdem 1500 Rthl $\times \frac{1}{25}$, oder 60 Rthl Zins zu entrichten, und müßte also dafür jetzt 60 Rthl $\times \frac{10}{11}$ oder 54 Rthl 13 gr $1\frac{1}{11}$ pf

$1\frac{1}{11}$ ₰ bezahlen. Er zöge also von den gedachten 1500 Rthl. nur 136 Rthl. 8 gr. $8\frac{8}{11}$ ₰ weniger 54 Rthl. 13 gr. $1\frac{1}{11}$ ₰, oder 81 Rthl. 19 gr. $7\frac{7}{11}$ ₰ ab. Hieraus ergiebt sich, einmal, daß zwar, wenn das pr. C. des Zinses mit dem pr. C. des Rabatts einerley ist, Rabatt und Zins sich heben, und also das ganze Capital bezahlt werden muß; ein Fall indeß, der schwerlich sich ereignen dürfte: daß aber zweytens, wenn das pr. C. des Rabatts und das pr. C. des Zinses ungleich sind, auf keine Art und Weise das kleinere pr. C. von dem grössern gerade so viel zernichte, als es selbst beträgt, so daß z. B. in dem berührten Falle das Capital der 1500 Rthl. mit 3 pr. C. Rabatt bezahlt werden müßte. Da der Rabatt, den diese 1500 Rthl. wirklich leiden $81\frac{9}{11}$ Rthl. ist, und anstatt derselben also $1418\frac{2}{11}$ Rthl. entrichtet werden müssen; so wäre, nach dem am Ende des vorhergehenden §. gesagten, das pr. C. des wirklichen Rabatts den 1500 Rthl. gleich $100 \times \frac{40\frac{10}{11}}{1418\frac{2}{11}}$, oder $\frac{450}{156}$ d. h. $2\frac{23}{26}$, und nicht 3.

§. 157.

Um also aus einem Capitale, das zwar nach einiger Zeit erst fällig ist, aber unterdessen zu einem gewissen pr. C. verzinset werden muß, bey gegebenem pr. C. des Rabatts und der Zeit der frühern Zahlung entweder die Summe, welche dafür bezahlt werden muß, oder den

Rabatt, den das schuldige Capital erfährt, zu finden, muß man das Product aus diesem Capitale und dem Anzeiger seiner Veränderung zur Findung der Summe, zu welcher es bey dem gegebenen pr. C. und Zeit durch den Zins wächst, in jenem Falle mit dem Anzeiger der Veränderung eines Capitals zur Findung der baar zu bezahlenden Summe multipliciren, in diesem aber mit dem Anzeiger der Veränderung eines Capitals zur Findung des Rabatts für das bestimmte pr. C. und die gegebene Zeit multipliciren, und darauf von dem gefundenen den an dem Schuldener zu entrichtenden Zins abziehen. Wie viel anstatt 1500 Rthlr., die nach 2 Jahren fällig sind, und unterdessen mit 2 pr. C. verzinset werden sollen, mit 5 pr. C. Rabatt so gleich bezahlet werden müsse, findet man z. B. durch folgende Rechnung.

$$1500 \text{ Rthlr.} \times \tfrac{26}{25} \times \tfrac{10}{11} = \tfrac{52}{55}$$

3000
7500

78000 | 1418 Rthlr.
2555
241

240 | 4 gr.
2

240 | $4\tfrac{4}{11}$ pf.
2

Den

Den Rabatt hingegen, wenn man ihn unmittelbar sucht, giebt folgende Rechnung.

$$1500 \text{ Rthl.} \times \frac{26}{25} \times \frac{1}{11} = \frac{26}{5 \times 5 \times 11}$$

```
 9000
 30
 ─────
 39000
 ─────
 7800
 ─────
 1560 |
  429 | 141 Rthl.
 ─────
  216 |
  107 | 19 gr.
    1 |
 ─────
   84 |
    7 | 7 7/11 pf.
```

Von diesen 141 Rthl. 19 gr. $7\frac{7}{11}$ pf. die 60 Rthl. Zins, welche 1500 Rthl. bey 2 pr. C. in zwey Jahren tragen, abgezogen, so bleibt für den wirklichen Rabatt der 1500 Rthl. übrig 81 Rthl. 19 gr. $7\frac{7}{11}$ pf.

Meistentheils ist es hier vortheilhafter die baar zu bezahlende Summe zu suchen.

§. 158.

Nunmehr muß ich von den zusammengesetzten Fällen der gemeinen Rabattrechnung reden, deren

es

es vorzüglich eine doppelte Art giebt. Es kann sich nemlich ereignen, **entweder**, daß **mehrere Capitalien**, die entweder zu verschiedenen Zeiten fällig sind, oder mit verschiedenem Rabatte früher bezahlt werden sollen, oder bey denen beyde Umstände sich finden, **auf einmal und in einer Summe** abgetragen werden sollen, **oder** daß **Ein Capital zu verschiedenen Zeiten und in verschiedenen Summen** zu bezahlen verabredet worden. In jenem Falle können die früher zu bezahlende Capitalien bis zu ihrer Fallzeit einen verabredeten Zins tragen, oder ohne Zins so lange von dem Schuldner behalten werden; in diesem aber findet stets der Zins statt. Ein jeder dieser Fälle kann übrigens öfters sich ereignen, und ist also wichtig, und ein jeder muß daher auch besonders betrachtet werden.

§. 159.

Gesetzt, daß mehrere Capitalien, ohne indessen Zins zu tragen, zu verschiedenen Zeiten fällig sind, und zu gleichem pr. C. mit Rabatt früher bezahlt werden sollen; z. B. es ist jemand 4000 Rthlr in 2 einjährigen Terminen und gleichen Summen zu bezahlen schuldig, verabredet aber nach 3 Monaten mit seinem Gläubiger, daß er jetzt mit 4 pr. C. Rabatt sich mit ihm aus einander setzen dürfe: so bleibt, ohne Tabellen, zur Findung so wohl der baaren Zahlung als des Rabatts kein anderer Weg

übrig,

übrig, als die öftere Anwendung der bisher vorgetragenen Regeln, und Ausrechnung also der genannten Dinge für die einzeln Capitalien, und darauf die Summirung der verschiedenen gefundenen Summen. In dem angenommenen Falle hat der Schuldner zur Bezahlung der ersten 2000 Rthlr noch $\frac{3}{4}$, und zur Bezahlung der andern 2000 noch $\frac{7}{4}$ Jahr Zeit. Es muß also der Schuldner jetzt bezahlen

für die 1ten 2000 Rthlr - 2000 Rthlr $\times \frac{100}{103} = 1941\frac{77}{103}$
— 2 — — - 2000 Rthlr $\times \frac{100}{107} = 1869\frac{17}{107}$
also überhaupt 2000 Rthlr $\times (\frac{100}{103} + \frac{100}{107}) = 3810\frac{9990}{11021}$

und genießt an Rabatt

für die 1ten 2000 Rthlr — 2000 Rthlr $\times \frac{3}{103} = 58\frac{26}{103}$
— 2 — — — 2000 Rthlr $\times \frac{7}{107} = 130\frac{90}{107}$
also überhaupt 2000 Rthlr $\times (\frac{3}{103} + \frac{7}{107}) = 189\frac{1031}{11021}$

Freylich könnte man, wenn die früher zu bezahlende Summen, wie vorhin, gleich sind, auch die Anzeiger zusammen addiren, und mit ihrer Summe das eine Capital multipliciren.

So ist z. B. 2000 Rthlr $\times \frac{21000}{11021}$ auch gleich $3810\frac{9990}{11021}$
und 2000 Rthlr $\times \frac{1042}{11021}$ gleich $189\frac{1031}{11021}$

Allein vortheilhaft ist diese Art, wenn die nöthigen Summen der Anzeiger nicht schon zuvor berechnet sind, eben nicht, und also auch nicht zu empfehlen; doch verhält es

sich

sich anders, wenn man die gedachten Summen der Anzeiger in einer Tabelle zur Hand hat.

§. 160.

Eben so wenig ist auch eine Verkürzung der Rechnung möglich, wenn mehrere Capitalien, die, ohne indessen Zins zu tragen, nach einer und derselben Zeit fällig sind, zu verschiedenen pr. C. mit Rabatt früher bezahlt werden sollen. Angenommen, daß jemand 3500 Rthlr über $1\frac{1}{2}$ Jahr schuldig wäre, und 2500 Rthlr mit 5 pr. C. und 1000 Rthlr mit 4 pr. C. Rabatt sogleich bezahlen wollte, so müßte man auch hier theilweise rechnen. Es bezahlte nemlich der Schuldner

für die 2500 Rthlr — 2500 Rthlr $\times \frac{40}{43}$ oder $2325\frac{25}{43}$.
für die 1000 Rthlr — 1000 Rthlr $\times \frac{50}{53}$ oder $943\frac{21}{53}$.
also überhaupt für die 3500 Rthlr — — $3268\frac{2228}{2279}$,

und erhielte folglich an Rabatt

für die 2500 Rthlr — 2500 Rthlr $\times \frac{3}{43}$ oder $174\frac{18}{43}$ Rthlr
für die 1000 Rthlr — 1000 Rthlr $\times \frac{3}{53}$ oder $56\frac{32}{53}$ Rthlr
und also überhaupt für die 3500 Rthlr $231\frac{51}{2279}$ Rthlr

Noch mehr muß diese theilweise angestellte Art der Rechnung nothwendig seyn, wenn nicht nur die früher zu bezahlenden Capitalien in Ansehung ihrer eigentlichen Fallzeit, sondern auch in Ansehung des pr. C. des Rabatts verschieden sind. Besondere Fälle von dieser Gattung durchzugehen, scheint überflüssig zu seyn.

§. 161.

§. 161.

Ehe ich weiter gehe, muß ich noch einen Fall von der §. 159 betrachteten Gattung berühren; er ist aus Florencourts Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst §. 38 und 52 des 1ten Capitels genommen, und folgender. Es will jemand 1000 Rthlr, die in 10 einjährigen Terminen ohne Interessen und in jedem Termine mit 100 Rthlr abgetragen werden sollten, sogleich auf einmal und mit 5 pr. C. Rabatt entrichten. Es wird gefragt, wie viel er zu bezahlen habe? Florencourt giebt zur baar zu bezahlenden Summe $816\frac{2}{3}$ Rthlr an, und rechnet dabey nach folgender Regel. Man addire zu der ganzen, terminweise zu bezahlenden Summe den Zins, welchen dieselbe bey einem dem pr. C. des Rabatts gleichem pr. C. in der Hälfte der statt findenden Termine weniger 1 tragen würde, und suche dann von dieser Summe die baar zu zahlende Summe oder den Rabatt nach dem gegebenen pr. C. und als ob sie in dem letzten Termine fällig gewesen. Zu dem Capitale der 1000 Rthlr also den Zins desselben in der Hälfte von 10 weniger 1, d. h. $4\frac{1}{2}$, Jahren, oder 225 Rthlr addirt, und von den kommenden 1225 Rthlr die bey zehnjähriger früherer Zahlung mit 5 pr. C. Rabatt zu gebende Summe gesucht, oder $\frac{1}{3}$ davon abgezogen; so kommen $816\frac{2}{3}$ Rthlr, wie vorher angegeben wurde. Wenn aber diese Regel richtig seyn soll, so muß es einerley seyn, ob man ein Capital, z. B. 1000 Rthlr,

das nach einer gewissen Zeit, z. E. nach einem Jahre, ohne unterdessen Zins zu tragen, fällig ist, und mit Rabatt, z. B. a 5 pr. C. sogleich bezahlet werden soll, ob man, sage ich, dies Capital selbst nimmt, und nach den angeführten Umständen die baare Zahlung für dasselbe, oder seinen Rabatt berechnet; oder ob man statt desselben ein anderes Capital nimmt, zu welchem das genannte durch den Zins zu einem dem pr. C. des Rabatts gleichem pr. C. in einer gewissen Zeit wachsen kann, und von diesem die baare Zahlung oder den Rabatt nach eben dem pr. C. aber bey einer Zeit suchet, die aus der bey jenem Capitale statt findenden und derjenigen bestehe, in welchem dasselbe durch den Zins dem angenommenen Capitale gleich werden kann. Es müßte, um einige Beyspiele anzuführen, gleich seyn, ob man bey 5 pr. C. Rabatt 1000 Rthlr. ein Jahr, oder 1050 Rthlr. zwey, oder 1100 Rthlr. drey Jahr, u. s. w. früher bezahlte. Ist dies? Ein Jahr früher bezahlt, giebt man bey 5 pr. C. Rabatt statt 1000 Rthlr. $952\frac{8}{21}$ Rthlr., 1050 Rthlr. aber geben bey zweyjähriger früherer Zahlung $954\frac{6}{11}$ Rthlr., 1100 Rthlr. bey dreyjähriger früherer Zahlung $956\frac{12}{23}$ Rthlr., 1150 Rthlr. bey vierjähriger früherer Zahlung $958\frac{1}{3}$ Rthlr., 1200 Rthlr. bey fünfjähriger früherer Zahlung 960 Rthlr. u. s. f. So oft dahero nach der angeführten Voraussetzung gehandelt wird, ist Vervortheilung da, und diese streitet wider die Grundregel des Rabatts. Ich kann daher auch die Flp=

rencourtsche Regel nicht unterschreiben, sondern muß vielmehr die Befolgung der §. 159 gegebenen Vorschriften empfehlen.

Um den vom Florencourt begangenen Fehler ganz sichtbar zu machen, will ich hier noch die von ihm gewählte Aufgabe nach der §. 159 gegebenen Regel auflösen, und dann noch einige Anmerkungen hinzufügen. Es müßte also der Schuldner baar bezahlen

$\frac{20}{21} \times 100$ Rt. $= 95\frac{5}{21}$ Rt.	für die	100 Rt.	nach dem	1ten Jahre
$\frac{10}{11} \times 100$ Rt. $= 90\frac{10}{11}$ Rt.	—	100 Rt.	—	2 —
$\frac{20}{23} \times 100$ Rt. $= 86\frac{22}{23}$ Rt.	—	100 Rt.	—	3 —
$\frac{5}{6} \times 100$ Rt. $= 83\frac{1}{3}$ Rt.	—	100 Rt.	—	4 —
$\frac{4}{5} \times 100$ Rt. $= 80$ Rt.	—	100 Rt.	—	5 —
$\frac{10}{13} \times 100$ Rt. $= 76\frac{12}{13}$ Rt.	—	100 Rt.	—	6 —
$\frac{20}{27} \times 100$ Rt. $= 74\frac{2}{27}$ Rt.	—	100 Rt.	—	7 —
$\frac{5}{7} \times 100$ Rt. $= 71\frac{3}{7}$ Rt.	—	100 Rt.	—	8 —
$\frac{20}{29} \times 100$ Rt. $= 68\frac{28}{29}$ Rt.	—	100 Rt.	—	9 —
$\frac{2}{3} \times 100$ Rt. $= 66\frac{2}{3}$ Rt.	—	100 Rt.	—	10 —

also in allem $794\frac{8922424}{18027009}$ Rt. Eben diese Summe findet man, wenn man die Anzeiger $\frac{20}{21}$, $\frac{10}{11}$, $\frac{20}{23}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{10}{13}$, $\frac{20}{27}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{20}{29}$, $\frac{2}{3}$ summiret, und mit dem Aggregate $\frac{1432236757}{180270090}$ die in jedem Termine zu bezahlende 100 Rt. multiplicirt, denn es ist 100 Rt. $\times \frac{1432236757}{180270090}$ gleich $794\frac{8922424}{18027009}$ Rt., und Florencourt hat also über 22 Rt. zu viel herausgebracht. Will man sich auf eine allgemeinere Art von der Unrichtigkeit der Florencourtschen Regel

N übers

überzeugen, so kann es auf folgendem Wege geschehen. Wenn ein Capital mit 5 pr. C. Rabatt früher bezahlt werden soll, so bezahlt man bey einjähriger früherer Zahlung statt des Ganzen $\frac{20}{21}$. Gesetzt, daß man anstatt des Capitals $1\frac{1}{20}$ oder $\frac{21}{20}$ desselben, d. h. das durch den einjährigen Zins vermehrte Capital nimmt, und die bey zweyjähriger früherer Zahlung baar dafür zu gebende Summe finden will, so muß man davon $\frac{10}{11}$, also von dem ursprünglichen Capitale $\frac{21}{20} \times \frac{10}{11}$ d. h. $\frac{21}{22}$ suchen, und erhält folglich $\frac{1}{462}$ mehr. Bezahlt man ferner statt $\frac{20}{21}$ eines Ganzen $\frac{20}{23}$ von $\frac{22}{20}$ desselben, so giebt man statt $\frac{20}{21}$ schon $\frac{22}{23}$, und also $\frac{2}{483}$ mehr, u. s. w. Endlich kann man auch, um die Aufgabe selbst noch einmal zu berühren, schliessen: Die Summe $794\frac{8222424}{18027009}$ Rthlr besteht aus den Summen $95\frac{5}{21}$ Rthlr, $90\frac{10}{11}$ Rthlr, $86\frac{22}{23}$ Rthlr, $83\frac{1}{3}$ Rthlr, 80 Rthlr, $76\frac{12}{13}$ Rthlr, $74\frac{2}{27}$ Rthlr, $71\frac{3}{7}$ Rthlr, $68\frac{28}{29}$ und $66\frac{2}{3}$ Rthlr, und alle diese Summen wachsen von der Zeit der baaren Zahlung an bis zur Fallzeit derjenigen 100 Rthlr, für welche sie bezahlt werden, durch den Zins zu 5 pr. C. zu 100 Rthlr, und sind also die wahren zu bezahlenden Summen, und alle andere als sie müssen falsch seyn.

§. 162.

Da die Florencourtsche Regel, welche, wenn sie richtig wäre, allerdings die Berechnung des Falls, zu welchem sie gehört, sehr erleichtern und verkürzen würde, nicht statt haben kann, so muß ich hier noch von den

im

im 159ten §. gedachten Tabellen reden, theils um der Erleichterung willen, welche man bey öfterer Berechnung solcher Fälle, wenn Geld, das ohne Zins zu tragen in gleichen Summen und gleich weit von einander entfernten Terminen fällig ist, auf einmal mit Rabatt bezahlt werden soll, davon haben kann, theils aber auch des Gebrauchs wegen, der davon in den folgenden gemacht werden soll. Man erhält dergleichen Tabellen durch Summirung der Anzeiger der Veränderung eines Capitals zur Findung der baaren Zahlung, so daß man nach und nach 1, 2, 3, 4 Anzeiger u. s. w. vom Anfang an zusammen nimmt. Wenn von jährigen Terminen die Rede ist, und der Rabatt zu 5 pr. C. gerechnet wird, so sind die gedachten Anzeiger

für	1 Jahr	—	$\frac{20}{21}$	
—	2 —	—	$\frac{10}{11}$	
—	3 —	—	$\frac{20}{23}$	
—	4 —	—	$\frac{5}{6}$	
—	5 —	—	$\frac{4}{5}$	
—	6 —	—	$\frac{10}{13}$	
—	7 —	—	$\frac{20}{27}$	
—	8 —	—	$\frac{5}{7}$	
—	9 —	—	$\frac{20}{29}$	
—	10 —	—	$\frac{2}{3}$	u. s. w.

Hieraus erhält man leicht die Summen der Anzeiger

1 Jahres	—	$\frac{20}{21}$
2 Jahre	—	$\frac{430}{231}$
3 —	—	$\frac{14510}{5313}$
4 —	—	$\frac{12625}{3542}$
5 —	—	$\frac{77293}{17710}$
6 —	—	$\frac{1181909}{230230}$
7 —	—	$\frac{36516143}{6216210}$
8 —	—	$\frac{40956293}{6216210}$
9 —	—	$\frac{187436671}{25752870}$
10 —	—	$\frac{204605251}{25752870}$

§. 163.

Was nun den Gebrauch dieser Tabellen anlangt, so ist derselbe §. 159 und §. 161 in der Anmerkung für den bisher betrachteten Fall schon angezeigt worden; indeß mag folgende Frage zu mehrerer Erläuterung noch hier stehen. Es will jemand 4750 Rthlr., die er ohne Zins in 5 einjährigen Terminen in gleichen Summen abtragen sollte, baar mit 5 pr. C. Rabatt entrichten; was wird er zu bezahlen haben? — Die in jedem Termine abzutragende Summe ist 950 Rthlr., und der Anzeiger ihrer Veränderung zur Findung der baaren Zahlung steht in der Tabelle bey 5 Jahren. Die Rechnung geschieht also nach diesem Ausdrucke

950 Rthlr. $\times$ $\frac{77293}{17710}$, und ist

77293
950

3864650
695637

17710 | 73428350 | 4146 Rthl.
3568799
25197
18386
406
242

1076

6456 | 3 gr.
3343
11
2286

13716 | $7\frac{1319}{1771}$ pf.
6829
131

Nach der von Florencourt gegebenen Regel müßte man rechnen:

die ganze zu bezahlende Summe ist 4750 Rthl.,
dazu $237\frac{1}{2}$ Rthl. × 2 oder 475 Rthl. Zins,

so erhält man 5225, wovon

$\frac{8}{10}$, um die baare Zahlung 4180 zu finden, zu nehmen sind. Viel leichter und bequemer ist dieser Weg; aber

 welch

welch ein Unterschied zwischen dieser und der vorhergehenden richtigen Summe?

§. 164.

Da die Anzeiger in der §. 162 gegebenen Tabelle, so wie auch in allen ihnen ähnlichen, sehr bald aus vielen Zahlen bestehen, und daher die nach ihnen nöthige Division schwer und unsicher wird; so ist es gut, wenn man an ihrer Stelle ihre Quotienten in Decimalzahlen hat, wodurch zugleich der Raum erspart wird. Für $\frac{77293}{17710}$ z. B. 4,36437 genommen; so wird die Berechnung des Falls §. 163

```
950 Rthl × 4,36437
        ---------
          2182185
         3927933
        ---------
Rthl     4146|1515
              ----
              6060
             -----
Gr          3|6360
              1272
             -----
Pf          7|632
```

Man vergleiche diese Rechnung mit der vorhergehenden.

§. 165.

Bis jetzt sind nur lauter zusammengesetzte Fälle von der Art betrachtet worden, wo die nach einiger Zeit fälligen Capitalien bis dahin keinen Zins tragen. Ist ein Zins verabredet worden, so thut man am besten, daß man denselben vor allen andern berechnet, zu den zugehörigen Capitalen addirt, und dann nach den gegebenen Regeln verfährt. Gesetzt z. B. daß jemand 1000 Rthlr, die in zwey einjährigen Terminen jedesmal mit 500 Rthlr abgetragen und bis zu ihrer Fallzeit mit 2 pr. C. verzinset werden müssen, so gleich mit 5 pr. C. Rabatt bezahlt werden sollten; so kann man auf folgende Art rechnen. Da die nach einiger Zeit fälligen Capitalien mit 2 pr. C. verzinset werden sollen, und 500 Rthlr a 2 pr. C. in einem Jahre 10 Rthlr Zins geben; so sind hier 510 Rthlr ein Jahr und 520 Rthlr zwey Jahr mit 5 pr. C. Rabatt früher zu bezahlen. Es sind also die baar zu bezahlende Summen

$$510 \text{ Rthlr} \times \tfrac{20}{21} = 485\tfrac{5}{7} \text{ Rthlr}$$

$$\text{und } 520 \text{ Rthlr} \times \tfrac{10}{11} = 472\tfrac{8}{11} \text{ Rthlr}$$

also in allem $958\frac{34}{77}$ Rthlr.

§. 166.

Um endlich zu dem Falle zu kommen, wenn Ein Capital sammt dem Zinse von einem Schuldner in verschiedenen Terminen so zu bezahlen ist, daß so

wohl die jedesmal zu gebende Summen gleich, als die Termine gleich weit von einander entfernt sind, denn dies ist der gewöhnlichste Fall, und berechnet werden soll, wie viel in jedem Termine abzutragen sey; so sieht man bey einiger Aufmerksamkeit bald, daß dieser Fall der in dem 161ten und 163ten §. statt findende umgekehrt genommen ist. Die hier nöthige Rechnung ist daher auch die der §. 161 und 163 gebrauchten entgegen stehend, und bedarf also keiner sehr weitläuftigen Auseinandersetzung. Es gebe z. B. jemand einem andern $794\frac{8922424}{18027009}$ Rthlr. unter der Bedingung, daß er ihm dieselben mit 5 pr. C. Zins und in 10 einjährigen Terminen in gleichen Summen wiedergeben soll, und es werde gefragt, wie viel jedesmal zu geben sey? Die einzele Summen, welche in diesem Falle der Gläubiger erhält, müssen von der Art seyn, daß sie zu 5 pr. C. rabattirt, zusammengenommen $794\frac{8922424}{18027009}$ Rthlr. ausmachen. Da man nun diese $794\frac{8922424}{18027009}$ Rthlr. durch die Multiplication der Summe eines Termins mit $\frac{204605251}{25752870}$ erhält, so muß man umgekehrt durch die Multiplication der $794\frac{8922424}{18027009}$ Rthlr. mit $\frac{25752870}{204605251}$ die in jedem Termine zu bezahlende Summe erhalten. Nun giebt die Multiplication der $\frac{8922424}{18027009}$ Rthlr. mit 25752870, 12746320 Rthlr. und 794 Rthlr. $\times$ 25752870 ist 20447778780 Rthlr., also erhält man aus $794\frac{8922424}{18027009}$ Rthlr. $\times$ 25752870 diese

Summe

Summme 2046052510 00 Rℓ, welche durch 20460525100 dividirt 100 Rℓ für jeden Termin giebt.

Bey der Beantwortung der hieher gehörigen Fragen sind solche Tabellen, als §. 162 und 163 beschrieben worden sind, von der größten Wichtigkeit, und wer daher öfters dergleichen Fragen zu beantworten hätte, müßte vor allen Dingen sich solche Tabellen verfertigen.

Wenn von wirklichen Fällen die Rede ist, so versteht es sich, daß die unbedeutenden Brüche nicht geachtet werden. Alsdann aber muß man auch jede Endsumme bis auf ihre Theile in der kleinsten Münzsorte entwickeln.

§. 167.

Bey Licitationen ereignet sich bisweilen der Fall, daß ausser einem Gebote in baaren Gelde ein anderes gethan wird, wovon nur ein Theil baar, der andere aber nach einiger Zeit, und oft in verschiedenen Terminen, entweder ohne oder mit Zins, bezahlet werden soll. Geschieht dies, so ist zur Vergleichung dieser Gebote unter einander nothwendig, daß die nach einiger Zeit erst fälligen Summen auf ihren wahren und jetzigen Werth zurückgeführt werden. Es kann also da auch, wenn solches nach dem einfachen Rabatte geschehen soll, das bisher gesagte nützlich seyn. Uebrigens wäre es ohnstreitig überflüssig, die Art des hier nöthigen Verfahrens in Beyspielen zu zeigen.

§. 168.

Florencourt äussert §. 43 des 1ten Capitels seiner Abhandlungen folgende Meinung. Da bey Concursen die massa bonorum kleiner, als die Summe der Schulden ist, so ist es offenbar, daß die Gläubiger keine Zinsen bekommen. Die Schulden werden nach der Priorität getilget, so daß die letzten Gläubiger oft nichts bekommen. Könnte man dieses Recht nicht am bequemsten und billigsten so ausüben, daß man die Masse der Güter, als den jetzigen Werth einer verschiedene Jahre hinter einander in gleichen Theilen auszuzahlenden Summe ansieht, so daß die alten Gläubiger zuerst, die jüngern zuletzt, alle aber mit der Zeit ihr Capital erhalten? — Sollte dies geschehen, so müßte vor allen Dingen die Zeit bestimmt werden, welche hindurch die jährliche Zahlung dauern sollte. Es gehört also die dazu erforderliche Rechnung nicht so wohl in die Rabatt als vielmehr in die Zeitrechnung, und soll daselbst auch berühret werden.

Es ist ausser den Anwendungen, die von der gemeinen Rabattrechnung gemacht werden können, auch sonst noch manches von derselben übrig. Da indeß zur vollständigen und gründlichen Beurtheilung desselben die doppelte Rabattrechnung vorausgesetzt werden muß, so wird dasselbe auch bis nach dieser Rechnung verschoben; so wie die gedachten Anwendungen theils in den vermischten Rechnungen, theils in dem Anhange zur Zinsrechnung im weitläuftigen Verstande ihren Ort finden werden.

Doppel-

Doppelte Rabattrechnung.

§. 169.

Es ist bereits in der Einleitung in die Rabattrechnung §. 134 und 135, und ausserdem auch 139, von dem Begriffe des doppelten Rabatts und der doppelten Rabattrechnung das nöthige beygebracht worden. Da die doppelte Rabattrechnung den Zinseszins voraussetzt, so läßt sich wegen ihrer Nothwendigkeit und Nutzbarkeit eben so wie bey der Zinseszinsrechnung fragen, und mit gehöriger Veränderung auch eben so antworten. Ohne mich aber jetzt dabey aufzuhalten, gehe ich zur Bestsetzung der zur doppelten Rabattrechnung gehörigen Fälle fort.

§. 170.

Der einfachen Fälle der doppelten Rabattrechnung giebt es eben so, als der einfachen Fälle der gemeinen Rabattrechnung vorzüglich drey Arten. Denn es kann entweder

a) gefragt werden, wie viel man statt eines Capitals, das nach einer gewissen Zeit fällig ist, bey einem bestimmten pr. C. und doppelten Rabatte baar zu bezahlen habe; oder wie groß der sämmtliche Rabatt davon sey? oder man kann

b zu wissen verlangen, statt was für eines Capitals man eine bekannte baare Summe Geldes, vorausgesetzt, daß das pr. C. des doppelten Rabatts und die Zeit der frühern Zahlung bekannt ist, bezahlet habe? und endlich

c kann auch, wenn man das rabattirte Capital und die dafür bezahlte baare Summe und die Zeit der frühern Zahlung weiß, die Frage entstehen, zu was für einem pr. C. der Rabatt gerechnet sey?

Beyspiele von jedem dieser Fälle werden nachher vorkommen. Hier muß noch bemerkt werden, daß das Capital, welches nach einer gewissen Zeit erst fällig ist, und mit doppelten Rabatte früher bezahlt werden soll, bis zu seiner Fallzeit entweder keinen Zins trage, oder auf Zins ausstehe, so wie solches auch in der gemeinen Rabattrechnung statt fand.

Was die zusammengesetzten Fälle betrifft, so sind dieselben den zusammengesetzten Fällen der gemeinen Rabattrechnung ebenfalls ähnlich.

§. 171.

Die allgemeine Regel der doppelten Rabattrechnung ist der Grundregel der gemeinen Rabattrechnung, welche §. 137 und 138 entwickelt und angeführt worden, ähnlich und folgende: **Der doppelte Rabatt**

muß

muß stets so beschaffen seyn, daß so wohl das
battirte Capital, von der Zeit der wirklichen Z
lung an bis zu der Zeit der anfänglich vestgesetzt
durch den Zinseszins zu dem angenommenen pr.
die Grösse wieder erhalten könne, die es vor
Rabattirung hatte, als auch, daß der Rab
den der Bezahler erhält, durch gleichen Zinses
in der genannten Zeit sich so zu vermehren im S
de sey, daß er mit diesem Zinseszinse zusamme
nommen dem Zinseszinse gleiche, welchen
Schuldner bis zur Zeit der zuerst vestgesetzten Z
lung von der ganzen Summe hätte erhalten kön
Gesetzt, daß man statt 1215 Rthl. 12 gr. $1\frac{4}{5}$ pf., die üb
Jahr, ohne indeß Zins zu tragen, sogleich 1000 Rthl.
zahlt, und also 215 Rthl. 12 gr. $1\frac{4}{5}$ pf. Rabatt nimmt;
zu 5 pr. C. doppelten Rabatt richtig rabattirt wor
Denn einmal wachsen 1000 Rthl. durch den Zinseszi
5 pr. C. in 4 Jahren zu 1215 Rthl. 12 gr. $1\frac{4}{5}$ pf. an (s. §.
und der Gläubiger leidet also keinen Schaden; zwey
könnte der Schuldner, wenn er die gedachten 1215
12 gr. $1\frac{4}{5}$ pf. an sich behielte, nach 4 Jahren (1215

12 gr. $1\frac{4}{5}$ pf.) $\times \frac{21^4}{20^4}$ — 1000 Rthl., Zinseszins

nen, und eben so hoch wachsen 215 Rthl. 12 gr. $1\frac{4}{5}$ pf.

Jahren durch den Zinseszins à 5 pr. C. an, und es wird also auch der Schuldner nicht vervortheilt

§. 172.

Auch hier ist die Bestimmung nöthig, wie weit von einander entfernt die Zinstermine bey der Rechnung angenommen werden sollen. In dem vorhin angeführten Beyspiele sind jährige Termine vorausgesetzt worden. Eben dies soll in den folgenden, wenn nichts besonderes bestimmt wird, jedesmal geschehen, zumal, da dieser Fall der gewöhnliche ist, und die übrigen leicht auf denselben zurückgeführt werden können. Würden halbjährige Zinstermine und 5 pr. C. angenommen, so bezahlte man bey doppeltem Rabatte und vierjähriger früherer Zahlung nicht für 1215 Rthlr 12 Gr 1¾ Pf, sondern für 1218 Rthlr 9 Gr und etwa 8 Pf sogleich 1000 Rthlr. Dieser Unterschied beweiset die Richtigkeit der obigen Behauptung.

§. 173.

Was nun zuvörderst den Fall betrifft, wenn bey gegebenen pr. C. des doppelten Rabatts und der Zeit der frühern Zahlung entweder die sogleich zu bezahlende Summe, oder der zu gebende Rabatt berechnet werden soll; so zeigt eine genaue Vergleichung desselben mit dem §. 58 bey b angeführten zweyten Falle der Zinseszinsrechnung, daß beyde nur den Worten nach von einander unterschieden sind. Es ist z. B. in Ansehung

hung der Rechnung einerley, ob man frägt: Wie viel Geld muß man a 5 pr. C. auf Zinseszins anlegen, um in 10 Jahren dafür 5000 Rthlr zu bekommen? oder: Wie viel bezahlt man für 5000 Rthlr, die ohne indeß Zins zu tragen, nach 10 Jahren fällig sind, bey 5 pr. C. doppelten Rabatt sogleich? Es ist daher nicht schwer, die hieher gehörigen Fragen der doppelten Rabattrechnung in gleich bedeutende Fragen der Zinseszinsrechnung zu verwandeln, und es wäre überflüssig, von dem gegenwärtigen Falle weiter noch zu reden.

§. 174.

Auch der Fall, wenn aus dem wirklich bezahlten Capitale, dem pr. C. des doppelten Rabatts und der Zeit der frühern Zahlung das Capital gesucht werden soll, welches mit doppelten Rabatte früher abgetragen worden ist, ist mit dem §. 58 bey a angeführten ersten Falle der Zinseszinsrechnung in Ansehung der erforderlichen Rechnung gleich. Ob man z. B. frägt: Wie groß ist das Capital, für welches man bey fünfjähriger früherer Zahlung und 5 pr. C. doppelten Rabatt 2000 Rthlr bezahlt hat? oder: Wie hoch wachsen 2000 Rthlr durch den Zinseszins a 5 pr. C. in 5 Jahren an? ändert in der Rechnung nichts, und ich kann daher auch bey den hieher gehörigen Fragen auf die Zinseszinsrechnung verweisen.

§. 175.

§. 175.

Endlich bedarf auch der Fall, wenn aus dem Capitale, das nach einiger Zeit erst, ohne indessen Zins zu tragen, fällig ist, der dafür sogleich mit doppelten Rabatte bezahlten Summe und der Zeit der frühern Zahlung das pr. C. des doppelten Rabatts bestimmt werden soll, keiner weitläuftigen Erörterung, indem sich derselbe sehr leicht in den §. 58 bey c angeführten dritten Fall der Zinseszinsrechnung verwandeln läßt. Sind z. B. statt 1500 Rthl, die ohne Zins nach 7 Jahren fällig waren, sogleich 1000 Rthl bezahlt, und doppelter Rabatt genommen worden; so ist es in Ansehung der Rechnung gleich, ob gefragt wird, zu was für einem pr. C. doppelten Rabatts die 1500 Rthl rabattirt worden, daß 1000 Rthl dafür gegeben werden mußten, oder ob man zu wissen verlangt, zu was für einem pr. C. 1000 Rthl auf Zinseszins angelegt werden müssen, um in 7 Jahren zu 1500 Rthl anzuwachsen.

§. 176.

Der doppelte Rabatt wird eben so als der einfache auf und nicht in 100 gerechnet; ein Umstand, der nach dem, was in der gemeinen Rabatrechnung in dieser Rücksicht gesagt worden, nur berührt zu werden braucht. Wenn bey dem einfachen Rabatte in 100 Vervortheilung des Gläubigers entsteht, so kann der doppelte Rabatt in

100,

100, man rechne übrigens wie man wolle, ebenfalls nicht ohne Benvortheilung des Gläubigers statt finden.

§. 177.

Es folgt also nunmehr der Fall, wenn das nach einiger Zeit fällige, nach Verabredung des Gläubigers und Schuldners aber mit doppeltem Rabatte sogleich zu bezahlende Capital bis zu seiner Fallzeit Zinseszins trägt. Ein Beyspiel davon ist folgendes. Es hat jemand von einem andern 10000 Rthlr nach 5 Jahren zu fordern, und muß derselbe ihm diese 10000 Rthlr bis dahin mit 3 pr. C. verzinsen. Nach einem Jahre trägt der Schuldner den fälligen Zins ab, und verabredet mit seinem Gläubiger, jetzt die ganze übrige Schuldsache auf die Art abzumachen, daß er mit 5 pr. C. und doppelten Rabatte bezahle. Es wird gefragt, wie viel der Schuldner zu entrichten habe?

§. 178.

Man sieht bey einer aufmerksamen Betrachtung dieses Falls bald, daß derselbe theils in die Zinseszinsrechnung, theils in die doppelte Rabattrechnung gehöre. Der Schuldner hat nemlich jedesmal, nicht das schuldige Capital selbst, sondern das durch den Zinseszins zu dem verabredeten pr. C. und in der vestgesetzten Zeit vermehrte Capital, früher zu bezahlen. In dem im vorhergehenden §. angeführten Exempel, wo die Zeit der frühern Zahlung

tung 4 Jahr ist, muß der Schuldner nicht 10000 Rthl., sondern 11255 Rthl. und ohngefähr 2 Gr. mit doppelten Rabatte a 5 pr. C. sogleich abtragen. Man muß also das früher zu bezahlende Capital, wenn man die sogleich zu entrichtende Summe finden will, mit den aus den gegebenen Dingen entstehenden Anzeigern der Veränderung eines Capitals zur Findung theils derjenigen Summe, wozu es durch den Zinseszins anwächst, theils derjenigen, welche man bey doppeltem Rabatte sogleich dafür bezahlen muß, multipliciren. In dem angeführten Exempel geschieht die Rechnung nach folgendem:

$$10000 \text{ Rthl.} \times \frac{103^4}{100^4} \times \frac{20^4}{21^4}.$$

Wollte man den Rabatt wissen, so wäre der bequemste Weg ihn zu finden die Subtraction des sogleich zu bezahlenden Capitals von der Summe, für welche dasselbe erlegt werden muß. Es ist indeß der Fall selten, daß man diesen Rabatt selbst zu wissen verlangt.

§. 179.

Vor allen Arten der Entwickelung solcher Ausdrücke als $10000 \text{ Rthl.} \times \frac{103^4}{100^4} \times \frac{20^4}{21^4}$, ist diejenige zu empfehlen, welche vermittelst der Logarithmen geschieht. Wollte man z. B. den angeführten Ausdruck so entwickeln, daß man $\frac{103^4}{100^4}$ in $\frac{112550881}{100000000}$, und $\frac{20^4}{21^4}$ in $\frac{160000}{194481}$

ver-

verwandelte, ferner 11255088 1 mit 160000, und 100000000 mit 194481 multiplicirte, dann mit jenem Producte 10000 Rthlr. vervielfältigte, und endlich das kommende mit dem Producte aus 100000000 in 194481 dividirte, so wäre das ein sehr weitläuftiger und beschwerlicher Weg, auf welchem man sich ausserdem leicht irren könnte. Wie viel kürzer und bequemer ist folgende Entwickelung. Es ist

$$\text{L. } \frac{103}{100} = + 0{,}01283722, \text{ und}$$

$$\text{also L. } \frac{103^4}{100^4} = 0{,}05134888. \text{ Ferner}$$

$$\text{ist L. } \frac{20}{21} = -1{,}97881070 \text{ und}$$

$$\text{daher L. } \frac{20^4}{21^4} = -1{,}91524280; \text{ folglich}$$

$$\text{L. } \frac{103^4}{100^4} \times \frac{20^4}{21^4} = -1{,}96659168. \text{ Dazu}$$

$$\text{L. } 10000 = 4{,}00000000; \text{ so}$$

$$\text{kommt } 3{,}96659168,$$

der Logarithme der gesuchten Summe, oder der Logarithme von 9259,58, und die sogleich zu bezahlende Summe ist also 9259 Rthlr. und ohngefähr 14 Gr.

Die Logarithmen von $\frac{103}{100}$ und $\frac{20}{21}$ werden als bekannt vorausgesetzt, weil sie in der Zinseszinsrechnung §. 132 angeführt

führt worden. Schreibt man diese Logarithmen bey der Rechnung nicht ab, und addirt man den Logarithmen von 10000 ebenfalls, ohne ihn erst hinzuschreiben, zu den Logarithmen von $\frac{103^4}{100^4} \times \frac{20^4}{21^4}$; so wird die ganze Rechnung folgende. Es ist

$$L.\ \frac{103^4}{100^4} = 0{,}05134888$$

$$\text{und } L.\ \frac{20^4}{21^4} = -1{,}91524280;\ \text{also}$$

$$L.\ \frac{103^4}{100^4} \times \frac{20^4}{21^4} + 10000 = 3{,}96659168.\ \text{u. s. w.}$$

§. 180.

Ich komme zu den zusammengesetzten Fällen der doppelten Rabattrechnung, unter welchen derjenige vorzüglich einer sorgfältigen Betrachtung werth ist, wenn eine Schuld, die der Schuldner terminweise abzutragen sich anheischig gemacht hat, mit einem Male bezahlt werden soll. Es will z. B. jemand 4000 Rthl., die er in 4 einjährigen Terminen, jeden Termin mit 1000 Rthl. zu bezahlen versprach, sogleich mit doppelten Rabatt a 5 pr. C. entrichten. Es wird gefragt, wie viel er zu geben schuldig sey? — Auch hier muß der Fall, wenn die abzutragende Schuld bis zu ihrer Fallzeit keinen Zins trägt, von demjenigen unterschieden werden, wenn der Schuldner Zins zu geben verbunden ist. Jener Fall soll zuerst betrachtet werden.

§. 181.

Wenn ein Schuldner 4000 Rthl., die er in 4 einjährigen Terminen und in gleichen Summen, doch ohne Zins, abtragen sollte, auf einmal und sogleich mit doppelten Rabatte a 5 pr. C. bezahlen will, so muß er geben

für die 1ten 1000 Rthl., 1000 Rthl. $\times \frac{20}{21}$

— 2 - 1000 — 1000 Rthl. $\times \frac{20^2}{21^2}$

— 3 - 1000 — 1000 Rthl. $\times \frac{20^3}{21^3}$

— 4 - 1000 — 1000 Rthl. $\times \frac{20^4}{21^4}$, oder

überhaupt 1000 Rthl. $\times \left(\frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2} + \frac{20^3}{21^3} + \frac{20^4}{21^4}\right)$.

Es ist aber die Reihe $\frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2} + \frac{20^3}{21^3} + \frac{20^4}{21^4}$ eine geometrische Reihe, und ihre Summe $\frac{\frac{20^5}{21^5} - \frac{20}{21}}{-\frac{1}{21}}$, d. h. $\left(\frac{20^5}{21^5} - \frac{20}{21}\right) \times -21$, oder $-21 \times \frac{20^5}{21^5} + 20$, oder $20 - 21 \times \frac{20^5}{21^5}$. Folglich muß anstatt der gedachten 4000 Rthl. sogleich bezahlt werden 20×1000 Rthl.

$= 21 \times \frac{20^5}{21^5} \times 1000$ Rt. Sollte irgend eine andere Summe unter gleichen Bedingungen in 10 Terminen abgetragen werden; so würde zu bezahlen seyn

für den 1ten Termin $\frac{20}{21}$	derjenigen Summe, welche in jedem Termine entrichtet werden sollte.
— — 2 — — $\frac{20^2}{21^2}$	
— — 3 — — $\frac{20^3}{21^3}$	
— — 4 — — $\frac{20^4}{21^4}$	
— — 5 — — $\frac{20^5}{21^5}$	
— — 6 — — $\frac{20^6}{21^6}$	
— — 7 — — $\frac{20^7}{21^7}$	
— — 8 — — $\frac{20^8}{21^8}$	
— — 9 — — $\frac{20^9}{21^9}$	
— — 10 — — $\frac{20^{10}}{21^{10}}$	

Also betrüge die ganze sogleich zu bezahlende Summe

$\frac{\frac{20^{11}}{21^{11}} - \frac{20}{21}}{-\frac{1}{21}}$, oder $-21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}} + 20$, oder

$20 - 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}}$ derjenigen Summe, die für jeden Termin vestgesetzt ist.

§. 182.

Wenn also eine Schuld, die terminweise in gleichen Summen und ohne Zins zu bezahlen ist, auf einmal und sogleich mit doppelten Rabatte a 5 pr. C. abgetragen werden soll, und gefragt wird, wie viel sogleich zu bezahlen sey? so suche man das zwanzigfache der für jeden Termin fälligen Summe, und ziehe davon eben dieselbe Summe mit $\frac{20}{21}$ in der Dignität, deren Exponent um 1 grösser ist als die Zahl der Termine, und mit 21 multiplicirt ab. Die vortheilhafteste Art dies zu thun, mögen folgende Beyspiele zeigen.

Wenn die im Anfange des vorhergehenden §. angeführte Aufgabe aufzulösen ist; so ist

$$20 \times 1000 = 20000 \text{ Rthlr.}$$

$$\text{L. } \frac{20^5}{21^5} = -\ 1{,}8940535$$

$$\text{L. } 21 = 1{,}3222193, \text{ und}$$

$$\text{L. } 1000 = 3{,}0000000; \text{ also}$$

$L. \frac{20^5}{21^5} \times 21 \times 1000 = 4,2162728$, welcher

zu der Zahl 16454,05 gehört, die von 20000 Rthlr abgezogen 3545,95 Rthlr zur sogleich zu bezahlenden Summe giebt.

Wenn 1000 Rthlr, die in 10 einjährigen Terminen jedesmal mit 100 Rthlr bezahlt werden sollen, mit doppelten Rabatte à 5 pr. C. auf einmal und sogleich abzutragen sind, und gefragt wird, wie viel zu geben sey; so ist die Rechnung folgende.

Es ist $20 \times 100 = 2000$, und

$$L. 21 = 1,3222193$$

$$L. \frac{20^{11}}{21^{11}} = -1,7669177$$

$$L. 100 = 2,0000000, \text{ also}$$

$$L. 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}} \times 100 = 3,0891370, \text{ und}$$

dieser Logarithme gehört zur Zahl 1227,826. Es ist also die sogleich zu bezahlende Summe 2000 Rthlr — 1227,826 Rthlr, d. h. 772,174 Rthlr.

§. 183.

Findet ein anderes pr. C. als 5 statt, so leidet natürlicher Weise die vorhergehende Regel die Veränderung, daß allenthalben anstatt des Anzeigers $\frac{20}{21}$ der aus dem vestgesetzten pr. C. sich ergebende Anzeiger genommen

men werden muß. Es wolle z. B. jemand 1000 Rt., die er in 10 einjährigen Terminen jedesmal mit 100 Rt., aber ohne Zins, abtragen sollte, mit doppelten Rabatte à 3 pr. C. mit einem Male und sogleich entrichten, und es werde gefragt, wie viel er zu bezahlen habe; so muß er geben

für den 1ten Termin $\frac{100}{103} \times 100$ Rt.

— — 2 — — $\frac{100^2}{103^2} \times 100$ Rt.

— — 3 — — $\frac{100^3}{103^3} \times 100$ Rt.

— — 4 — — $\frac{100^4}{103^4} \times 100$ Rt.

— — 5 — — $\frac{100^5}{103^5} \times 100$ Rt.

— — 6 — — $\frac{100^6}{103^6} \times 100$ Rt.

— — 7 — — $\frac{100^7}{103^7} \times 100$ Rt.

— — 8 — — $\frac{100^8}{103^8} \times 100$ Rt.

— — 9 — — $\frac{100^9}{103^9} \times 100$ Rt.

— — 10 — — $\frac{100^{10}}{103^{10}} \times 100$ Rt. In

allem also giebt er 100 Rthl $\times \left(\frac{100}{103} + \frac{100^2}{103^2} + \frac{100^3}{103^3} + \frac{100^4}{103^4} + \frac{100^5}{103^5} + \frac{100^6}{103^6} + \frac{100^7}{103^7} + \frac{100^8}{103^8} + \frac{100^9}{103^9} + \frac{100^{10}}{103^{10}}\right)$, d. h. 100 Rthl $\times \frac{\frac{100^{11}}{103^{11}} - \frac{100}{103}}{-\frac{3}{103}}$, oder

100 Rthl $\times \frac{100}{3}$ — 100 Rthl $\times \frac{103}{3} \times \frac{100^{11}}{103^{11}}$.

Man rechne also: Es ist

100 Rthl $\times \frac{100}{3} =$ 3333,333, und

L. $\frac{103}{3} =$ 1,5357159, denn es ist L. 103 = 2,0128372, und L. 3 = 0,4771213. Ferner

L. $\frac{100^{11}}{103^{11}} = -$ 1,8587897, und

L. 100 = 2,0000000; also

L. $\frac{103}{3} \times \frac{100^{11}}{103^{11}} \times 100 =$ 3,3945056. Hiezu findet man aus den Tafeln die Zahl 2480,308. Man ziehe also von 3333,333 Rthl

2480,308 Rthl ab, so erhält man zur sogleich zu bez. S. 853,025 Rthl.

§. 184.

§. 184.

Der bisher betrachtete Fall ist von demjenigen nicht unterschieden, wenn zu bestimmen gegeben wird, wie viel man auf Zinseszins anlegen müsse, um am Ende eines jeden Jahres, so lange als man will, eine verlangte Summe zu empfangen. Es ist z. B. in Ansehung drr Rechnung völlig gleich, ob man frägt: Wie viel muß man, wenn man ohne Zins 10 Jahre nach einander am Ende eines jeden Jahres 100 Rthl. bezahlen sollte, und diese Schuldsache mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. sogleich abmachen will, dafür bezahlen? oder, ob zu wissen verlangt wird, wie viel man jetzt geben müsse, um 10 Jahre nach einander am Ende eines jeden Jahres für das angelegte Capital und den Zinseszins a 5 pr. C. 100 Rthl. empfangen zu können? Es ist daher auch dieser Fall mit Recht ein vorzüglich wichtiger Fall genannt worden, und man hat die bisherigen Rechnungen bey der Berechnung der Jahrrenten nöthig. Er verdiente daher auch, daß man ihn durch Tabellen zu erleichtern suchte, und von diesen ist also nunmehr noch zu reden.

§. 185.

Es gehört hieher die 29te Tabelle der schon öfters angeführten Süßmilchschen Tabellensammlung. Sie ist, so wie die schon daraus berührten, auch aus dem

Depar-

Deparcieux genommen, und hat zur Ueberschrift: Capital, so man geben oder leihen muß, um am Ende eines jeden Jahres, so lange als man will, jährlich 100 Livres zu empfangen. Die Zinsen sind zu 5 vom 100 gerechnet worden. Ihr Anfang ist.

Jahre	Livres	Sous	Deniers
1	95	4	9
2	185	18	10
3	272	6	6
4	354	11	11
5	432	19	0
6	507	11	5
7	578	12	9
8	646	6	5
9	710	15	8
10	772	3	5

Auf

Auf diese Art ist die Tabelle bis 100 Jahr fortgesetzt worden. Die Verfertigungsart einer solchen Tabelle ist aus dem 181 und 182ten § leicht herzuleiten, und ihr Gebrauch besteht darin, daß man aus derselben den Zähler des Anzeigers der Veränderung der Summe, welche man am Ende eines jeden Jahres empfangen will, nimmt. Es dient dazu jedesmal die Zahl, welche bey den Jahren steht, welche hindurch man jene Summe verlangt, und der zugehörige Nenner ist allezeit 100 Livres. Nur wenn mit Livres, Sous und Deniers gerechnet wird, die verlangte Summe sich leicht aus 100 Livres zusammensetzen läßt, und nicht sehr groß ist, ist diese Tabelle zum Gebrauche bequem. Man vergleiche hiemit, was oben über ähnliche Tabellen gesagt worden ist.

§. 186.

Von einem allgemeinern Gebrauche und besser sind diejenigen, welche in Florencourts Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst S. 273 bis 275 stehen. Sie sind ebenfalls bis auf 100 Jahre und für 5, 4 und 3 pr. C. eingerichtet worden. Der Anfang davon ist.

Um Jahre hindurch jedes Jahr 100 Rth. zu bekommen, muß man jetzt zahlen

Jahre	5 pr. C.	4 pr. C.	3 pr. C.
1	95,23809	96,15384	97,08731
2	185,94099	188,60948	191,34691
3	272,32474	277,50927	282,86109
4	354,59504	362,98953	371,70981
5	432,94764	445,18229	457,97071
6	507,56914	524,21379	541,71937
7	578,63726	600,20561	623,02857
8	646,32119	673,27469	701,96955

Auch von diesen Tabellen ergiebt sich die Art der Verfertigung derselben aus dem 181 und 182ten §. Was ihren Gebrauch anbetrift, so ist er dem Gebrauche der Deparcieusischen Tabelle gleich; es wird aber derselbe noch bequemer, wenn man dieselben statt für 100 für 1 einrichtet. Mit dieser Veränderung wäre der Anfang derselben folgender.

Um

Um Jahre hindurch jedes Jahr 1 zu bekommen muß man jetzt zahlen

Jahre	5 pr. C.	4 pr. C.	3 pr. C.
1	0,9523809	0,9615384	0,9708731
2	1,8594099	1,8860948	1,9134691
3	2,7232474	2,7750927	2,8286109
4	3,5459504	3,6298953	3,7170981
5	4,3294764	4,4518229	4,5797071
6	5,0756914	5,2421379	5,4171937
7	5,7863726	6,0020561	6,2302857
8	6,4632119	6,7327469	7,0196955

§. 187.

Gesetzt, daß gefragt würde: Wie viel muß man anstatt 800 Rthl., die ohne Zins in 8 Jahren hinter einander jedesmal mit 100 Rthl. zu bezahlen sind, geben, wenn man dieselben mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. sogleich bezahlen will? oder: Wie viel muß man auf Zinseszins zu 5 pr. C. anlegen, um dadurch, daß man 8 Jahre hinter einander am Ende eines jeden Jahres 100 Rthl. bekommt, Capital und Zins wieder zu erhalten? so geben die Florencourtschen Tabellen 646,321 Rthl. an, und dies ist die verlangte Summe. Gebrauchte man die Süß-

milch-

milchschen Tabellen, so müßte man erst nach folgendem Ausdrucke rechnen:

$$100 \text{ Rthlr} \times \frac{646 \text{ Liv. } 6 \text{ Sous } 5 \text{ Den.}}{100 \text{ Liv.}}$$

und es fällt der Vorzug der Florencourtschen Tabellen in die Augen. Wenn das zu verändernde Capital sich auf eine leichte Art aus 100, oder den Factoren von 100 zusammensetzen läßt, so ist es sogar besser, die vorhin erwähnte Veränderung nicht mit den Tabellen vorzunehmen; für Fälle aber, wie wenn 718 Rthlr 12 ggr in jedem Termine gegeben werden sollen, bleibt diese Veränderung immer gut, und es muß auf dergleichen, wenn sie gleich seltner vorkommen, doch auch Rücksicht genommen werden.

§. 188.

Wenn die Zahlung bey Geldern, die in gleichen Summen terminweise abgetragen werden sollen, sogleich anfängt, z. B. 10 Jahre hinter einander alle Jahr 100 Rthlr gegeben werden sollen, und die Zahlungszeit der ersten 100 Rthlr jetzt ist; so kann man, den Werth einer solchen Schuld zu finden, die §. 181 und 182 gegebene Regel befolgen, wenn man einen Termin weniger annimmt, und dagegen am Ende der Rechnung die in jedem Termine zu bezahlende

Summe

Summe zu dem herausgebrachten addirt. In dem angeführten Falle findet man den Werth der ganzen Schuld aus

$$20 \times 100\ Rthlr - 21 \times \frac{20^{10}}{21^{10}} \times 100\ Rthlr + 100\ Rthlr.$$

Da aber diese Formel gleichbedeutend mit folgender ist

$$21 \times 100\ Rthlr - 21 \times \frac{20^{10}}{21^{10}} \times 100\ Rthlr;$$

so kann man auch nach dieser rechnen.

§. 189.

Bisweilen ist der erste Termin von der Zeit, wo die frühere Zahlung geschehen soll, um eine andere Zeit entfernt, als ein jeder der übrigen Termine von dem zunächst vorhergehenden oder zunächst folgenden. Es kauft z. B. jemand ein Gut für 9000 Rthlr, und das Kaufpretium soll in 4 Terminen bezahlt werden, wovon in 5 Jahren der erste, und die 3 darauf folgenden Jahre die drey letzten seyn sollen. Es will aber der Käufer mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. jetzt gleich bezahlen. Wie groß ist die Summe, die er entrichten muß?

Die in jedem Termine zu bezahlende Summe ist $\frac{9000}{4}$ Rthlr oder 2250 Rthlr, und der erste Termin fällt nach

5 Jahren, der andere nach 6 Jahren, der dritte nach 7 Jahren und der vierte endlich nach 8 Jahren. Es muß also der Käufer geben

für den 1ten Termin 2250 Rthlr $\times \frac{20^5}{21^5}$,

— — 2 — — 2250 Rthlr $\times \frac{20^6}{21^6}$

— — 3 — — 2250 Rthlr $\times \frac{20^7}{21^7}$

— — 4 — — 2250 Rthlr $\times \frac{20^8}{21^8}$; also überhaupt

2250 Rthlr $\times \left(\frac{20^5}{21^5} + \frac{20^6}{21^6} + \frac{20^7}{21^7} + \frac{20^8}{21^8}\right)$ oder

2250 Rthlr $\times \frac{\left(\frac{20^9}{21^9} - \frac{20^5}{21^5}\right)}{-\frac{1}{21}}$ d. h. 2250 Rthlr $\times 21$ $\times \frac{20^5}{21^5}$ — 2250 Rthlr $\times 21 \times \frac{20^9}{21^9}$. Nun ist

$$l.\ 2250 = 3,3521825$$
$$l.\ 21 = 1,3222193$$
$$l.\ \frac{20^5}{21^5} = -\ 1,8940535, \text{ also}$$

$$l.\ 2250 \times 21 \times \frac{20^5}{21^5} = 4,5684553,$$ und folglich

$$l.\ 2250 \text{ Rthlr} \times 21 \times \frac{20^5}{21^5} = 37021,6 \text{ Rthlr}.$$

Ferner

Ferner ist $L.\ 2250 = 3,3521825$

$L.\ 21 = 1,3222193$

$L.\ \frac{20^9}{21^9} = -1,8092963$, also

$L.\ 2250 \times 21 \times \frac{20^9}{21^9} = 4,4836981$, und folglich

2. 2250 Rt. $\times 21 \times \frac{20^9}{21^9} = 30457,8$ Rt.

Die baar zu bezahlende Summe also ist 6563,8 Rt.

Will man diese Aufgabe vermittelst der hieher gehörigen Tabellen auflösen, so ist die Rechnung folgende. Man bezahlt für 1000 Rt, die fällig sind

	sogleich		also für 2250 Rt
nach 5 Jahren	783,52 Rt	—	1762,92 Rt
— 6 —	746,21 Rt	—	1678,97 Rt
— 7 —	710,68 Rt	—	1599,03 Rt
— 8 —	676,83 Rt	—	1522,86 Rt
	und also überhaupt	—	6563,78 Rt.

Es ist übrigens die betrachtete Aufgabe aus Carl Christ. Langsdorf's Erläuterungen der Kästnerischen Analysis endlicher Grössen (Manheim 1776 und 1777) und zwar aus der Fortsetzung S. 288 genommen. Langsdorf bringt zur baar zu bezahlenden Summe 5757,7 Rt, und folglich 806,1 Rt weniger heraus. Der Fehler ist darin zu suchen, daß Langsdorf S. 287 den Werth des gegenwärtig zu zahlenden Capitals $= mp - a$ setzt, da er nach der S. 285 ge-

gebenen Bestimmung von $m = (m + 1) p - a$ seyn muß. Die Regel

$$p\left(\frac{e^{m+1} - 1}{(e-1) \cdot e^{q+m}} - 1\right)$$

muß daher in diese abgeändert werden

$$p\left(\frac{e^{m+1} - 1}{(e-1) \cdot e^{q+m}}\right);$$

und die Ausrechnung des angeführten Exempels geschieht nicht nach

$$2250 \text{ Rth} \times \left(\frac{\frac{21^5}{20^5} - 1}{\frac{1}{20} \cdot \frac{21^9}{20^9}} - 1\right)$$

sondern nach

$$2250 \text{ Rth} \times \left(\frac{\frac{21^4}{20^4} - 1}{\frac{1}{20} \cdot \frac{21^8}{20^8}}\right).$$

Ueberhaupt aber ist die Langsdorfsche Regel zusammengesetzter, und ihre Anwendung, wenn sie nicht weiter entwickelt wird, beschwerlicher, als der Gebrauch derjenigen Regel, die bey der obigen Auflösung zum Grunde liegt, und nachher allgemein ausgedruckt werden wird. Der Ausdruck

$$\frac{\frac{21^4}{20^4} - 1}{\frac{1}{20} \cdot \frac{21^8}{20^8}}$$

kann

kann indeß in folgenden verwandelt werden

$$20 \times \frac{20^4}{21^4} - 20 \times \frac{20^8}{21^8};$$

denn er ist $= \left(\frac{21^4}{20^4} - 1\right) \times 20 \times \frac{20^8}{21^8} =$

$20 \times \frac{21^4}{20^4} \times \frac{20^8}{21^8} - 20 \times \frac{20^8}{21^8} = 20 \times \frac{20^4}{21^4}$

$- 20 \times \frac{20^8}{21^8}$, und hiermit stimmt der Ausdruck

$21 \times \frac{20^5}{21^5} - 21 \times \frac{20^9}{21^9}$, vollkommen überein. Multiplicirt man nemlich wirklich mit 21, so erhält man

$\frac{20^5}{21^4} - \frac{20^9}{21^8}$, wovon $20 \times \frac{20^4}{21^4} - 20 \times \frac{20^8}{21^8}$, wie in die Augen fällt, nicht verschieden ist.

§. 190.

Ist also ein Capital auf die Art in einjährigen Terminen und gleichen Summen, doch ohne Zins, fällig, daß der erste Termin erst nach einigen Jahren ist; so multiplicirt man, um die bey 5 pr. C. und doppelten Rabatte sogleich dafür zu bezahlende Summe zu finden, entweder das 21fache der in jedem Termine abzutragenden Summe einmal mit $\frac{20}{21}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre des ersten Termins gleich ist, und dann mit $\frac{20}{21}$ in der Dignität, welche zum

Exponenten die um 1 vermehrte Zahl der Jahre des letzten Termins hat, und ziehe dies zweyte Product von jenem erstern ab; oder das 20fache eben derselben Summe einmal mit $\frac{20}{21}$ in der Dignität, deren Exponent der um 1 verminderten Zahl der Jahre des ersten Termins gleich ist, und dann mit $\frac{20}{21}$ in der Dignität, welche zum Exponenten die Zahl der Jahre des letzten Termins hat, und zieht dies zweyte Product ebenfalls von jenem ersten ab.

Um noch ein Beyspiel anzuführen, so ist die bey doppeltem Rabatte a 5 pr. C. für 6000 Rthl, die in 6 auf einander folgenden Jahren in gleichen Summen bezahlt werden sollten, sogleich zu bezahlende Summe, wenn der erste Termin nach 4 Jahren angesetzt ist, entweder

$$21 \times 1000 \text{ Rthl} \times \frac{20^4}{21^4} - 21 \times 1000 \text{ Rthl} \times \frac{20^{10}}{21^{10}},$$

oder

$$20 \times 1000 \text{ Rthl} \times \frac{20^3}{21^3} - 20 \times 1000 \text{ Rthl} \times \frac{20^9}{21^9}.$$

Daß man die in der gegebenen Regel gedachte Multiplicationen hier durch den Gebrauch der Logarithmen bequem in eine Addition verwandeln könne, ist aus der im vorhergehenden §. befindlichen Rechnung klar, und braucht also nur berührt zu werden.

§. 191.

Fände ein anderes pr. C., z. B. $2\frac{1}{2}$, statt, so litte die gegebene Regel die Veränderung, daß anstatt $\frac{20}{21}$ der Anzei=

Anzeiger $\frac{40}{41}$, anstatt 21 aber 41, und anstatt 20 endlich 40 gesetzt werden müßte. Um das §. 189 angeführte Exempel beyzubehalten, so müßte, wenn der Rabatt $2\frac{1}{2}$ pr. C. seyn sollte, bezahlt werden

für den 1ten Termin 2250 Rthl $\times \frac{40^5}{41^5}$

— — 2 — — 2250 Rthl $\times \frac{40^6}{41^6}$

— — 3 — — 2250 Rthl $\times \frac{40^7}{41^7}$

— — 4 — — 2250 Rthl $\times \frac{40^8}{41^8}$, also

überhaupt 2250 Rthl $\times \left(\frac{40^5}{41^5} + \frac{40^6}{41^6} + \frac{40^7}{41^7} + \frac{40^8}{41^8}\right)$

$$= 2250 \text{ Rthl} \times \left(\frac{\frac{40^9}{41^9} - \frac{40^5}{41^5}}{-\frac{1}{41}}\right) = 2250 \text{ Rthl}$$

$$\times \left(41 \times \frac{40^5}{41^5} - 41 \frac{40^9}{41^9}\right) = 2250 \text{ Rthl} \times$$

$$\left(40 \times \frac{40^4}{41^4} - 40 \times \frac{40^8}{41^8}\right).$$

Allgemein also die Regel für den Fall zu geben, wenn das pr. C. von der Art ist, daß der daraus entstehende Anzeiger der Veränderung des Capitals zur

Findung der bey einjähriger früherer Zahlung sogleich zu bezahlenden Summe aus einem Zähler und einem Nenner besteht, die um 1 verschieden sind; so nimmt man jedesmal anstatt $\frac{20}{21}$ den eben gedachten Anzeiger, anstatt 21 seinen Nenner, und anstatt 20 seinen Zähler. Es wird aber hiebey, so wie solches in den Exempeln §. 189 und 190 statt findet, vorausgesetzt, daß die Zeit der Termine, nach Jahren bestimmt, durch eine ganze Zahl ausgedruckt werde.

§. 192.

Wäre das pr. C. 3, so wäre der Anzeiger der Veränderung des Capitals zur Findung der bey einjähriger früherer Zahlung sogleich zu bezahlenden Summe $\frac{100}{103}$ und die Rechnung des Exempels §. 189 wäre folgende.

Es muß bezahlt werden

für den 1ten Termin 2250 Rthlr $\times \frac{100^5}{103^5}$

— — 2 — — 2250 Rthlr $\times \frac{100^6}{103^6}$

— — 3 — — 2250 Rthlr $\times \frac{100^7}{103^7}$

— — 4 — — 2250 Rthlr $\times \frac{100^8}{103^8}$, also

überhaupt 2250 Rthlr $\times \left(\frac{100^5}{103^5} + \frac{100^6}{103^6} + \frac{100^7}{103^7} + \frac{100^8}{103^8}\right)$

$= 2250$

$$= 2250 \text{ Rthl.} \times \frac{\frac{100^9}{103^9} - \frac{100^5}{103^5}}{-\frac{3}{103}} = 2250 \text{ Rthl.} \times$$

$$\left(\frac{103}{3} \times \frac{100^5}{103^5} - \frac{103}{3} \times \frac{100^9}{103^9}\right) = 2250 \text{ Rthl.} \times$$

$$\left(\frac{100}{3} \times \frac{100^4}{103^4} - \frac{100}{3} \times \frac{100^8}{103^8}\right).$$

Man ändert also für dergleichen Fälle die §. 190 gegebene Regel auf die Art ab, daß man statt $\frac{20}{21}$ den aus dem bestimmten pr. C. sich ergebenden Anzeiger zur Findung der baar zu bezahlenden Summe, anstatt 21 einen Bruch, dessen Zähler der Nenner dieses Anzeigers und dessen Nenner die Differenz zwischen dem Zähler und Nenner desselben Anzeigers ist, anstatt 20 aber einen Bruch, dessen Zähler der Zähler des gedachten Anzeigers und dessen Nenner die eben erwähnte Differenz ist, setzt.

§. 193.

Gesetzt, daß die Frage entstünde: Es kauft jemand ein Haus für 6000 Rthl., erlegt 3000 Rthl. zum Angelde, und verspricht die übrigen 3000 Rthl. in drey einjährigen Terminen, jedesmal mit 1000 Rthl., aber ohne Zins, abzutragen. Nach einem halben Jahre verabredet er mit seinem Gläubiger, die gedachten 3000 Rthl. mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. sogleich zu bezahlen. Wie

viel hat er zu entrichten? so müßte in diesem Falle bezahlt werden

für den 1ten Termin 1000 Rthlr $\times \frac{40}{41}$

— — 2 — — 1000 Rthlr $\times \frac{20}{21} \times \frac{40}{41}$

— — 3 — — 1000 Rthlr $\times \frac{20^2}{21^2} \times \frac{40}{41}$, also

überhaupt 1000 Rthlr $\times \frac{40}{41} \times \left(1 + \frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2}\right)$

$$= 1000 \text{ Rthlr} \times \frac{40}{41} \times \left(\frac{\frac{20^3}{21^3} - 1}{-\frac{1}{21}}\right) =$$

$$1000 \text{ Rthlr} \times \frac{40}{41} \times \left(21 - 21\,\frac{20^3}{21^3}\right) = 21 \times 1000 \text{ Rthlr}$$

$$\times \frac{40}{41} - 21 \times 1000 \text{ Rthlr} \times \frac{40}{41} \times \frac{20^3}{21^3}.$$

Nun ist

$$L.\ 21 = 1{,}3222193$$

$$L.\ 1000 = 3{,}0000000$$

$$L.\ \frac{40}{41} = -1{,}9892761, \text{ also}$$

$L.\ 21 \times 1000 \times \frac{40}{41} =$ 4,3114954, und folglich

L. 21 ×

$$1.\quad 21 \times 1000 \text{ Rthl.} \times \frac{40}{41} = 20487,8 \text{ Rthl.}$$

Ferner ist

$$l.\ 21 = 1,3222193$$

$$l.\ 1000 = 3,0000000$$

$$l.\ \frac{40}{41} = -\ 1,9892761$$

$$l.\ \frac{20^3}{21^3} = -\ 1,9364321, \text{ also}$$

$$l.\ 21 \times 1000 \times \frac{40}{41} \times \frac{20^3}{23^3} = 4,2479275, \text{ und}$$

$$2.\quad 21 \times 1000 \text{ Rthl.} \times \frac{40}{41} \times \frac{20^3}{21^3} = 17698,13 \text{ Rthl.}$$

Folglich die gleich zu bezahlende Summe 2789,6 Rthl.

Man thut daher, wenn die Zeit der frühern Zahlung durch Brüche ausgedruckt wird, am besten, wenn man sich vorstellt, daß die ganze Schuld in dem ersten Termine zu bezahlen sey, die so baar zu bezahlende Summe nach §. 188 sucht, und von dieser Summe die für eine frühere Bezahlung von der Zeit des ersten Termins sogleich zu erlegende Summe berechnet. Bedient man sich dabey der Logarithmen, so kann man beyde Arbeiten, auf die oben befolgte Art, mit einem Male verrichten.

§. 194.

Wäre bey dem Falle, der §. 189 u. f. betrachtet worden, zwischen dem Gläubiger und Schuldner die Verabredung getroffen, daß die terminweise zu bezahlende Schuld bis zu ihrer Fallzeit zu einem geringen pr. C., z. E. 2, verzinset werden sollte; so müste die eben daselbst befindliche Aufgabe, wenn sonst kein Umstand verändert würde, auf folgende Art berechnet werden.

Nach Jahren	erhält der Gläubiger	oder dafür jetzt
5	$2250\,\text{Rt} \times \frac{51^5}{50^5}$	$2250\,\text{Rt} \times \frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5}$
6	$2250\,\text{Rt} \times \frac{51^6}{50^6}$	$2250\,\text{Rt} \times \frac{51^6}{50^6} \times \frac{20^6}{21^6}$
7	$2250\,\text{Rt} \times \frac{51^7}{50^7}$	$2250\,\text{Rt} \times \frac{51^7}{50^7} \times \frac{20^7}{21^7}$
8	$2250\,\text{Rt} \times \frac{51^8}{50^8}$	$2250\,\text{Rt} \times \frac{51^8}{50^8} \times \frac{20^8}{21^8}$

also in allem jetzt $2250\,\text{Rt} \times \left(\frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5} + \frac{51^6}{50^6} \times \frac{20^6}{21^6} + \frac{51^7}{50^7} \times \frac{20^7}{21^7} + \frac{51^8}{50^8} \times \frac{20^8}{21^8}\right)$.

Da aber die Reihe $\frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5} + \frac{51^6}{50^6} \times \frac{20^6}{21^6}$

$+ \frac{51^7}{50^7} \times \frac{20^7}{21^7} + \frac{51^8}{50^8} \times \frac{20^8}{21^8}$ eine geometrische Reihe ist, die zum Exponenten $\frac{51}{50} \times \frac{20}{21}$ hat; so ist ihre Summe

$$\frac{\frac{51^9}{50^9} \times \frac{20^9}{21^9} - \frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5}}{\frac{51}{50} \times \frac{20}{21} - 1}$$

$$= \frac{\frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5} - \frac{51^9}{50^9} \times \frac{20^9}{21^9}}{1 - \frac{51}{50} \times \frac{20}{21}}$$; und es ist also

sogleich zu bezahlen

$$\frac{2250 \text{ Rthlr} \times \frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5} - 2250 \text{ Rthlr} \times \frac{51^9}{50^9} \times \frac{20^9}{21^9}}{1 - \frac{51}{50} \times \frac{20}{21}}.$$

Nun ist

$$\text{L. } 2250 = 3{,}3521825$$

$$\text{L. } \frac{51^5}{50^5} = 0{,}0430005$$

$$\text{L. } \frac{20^5}{21^5} = -1{,}8940535; \text{ also}$$

$$\text{L. } 2250 \times \frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5} = 3{,}2892365, \text{ und}$$

$$2250 \text{ Rthlr} \times \frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5} = 1946{,}42 \text{ Rthlr}.$$

Ferner

Ferner ist L. 2250 $= 3,3521825$

$L.\ \frac{51^9}{50^9} = 0,0774009$

$L.\ \frac{20^9}{21^9} = -1,8092963$, also

$L.\ 2250 \times \frac{51^9}{50^9} \times \frac{20^9}{21^9} = 3,2388797$, und

$2250\ \text{Rthl} \times \frac{51^9}{50^9} \times \frac{20^5}{21^5} = 1733,32\ \text{Rthl}$

Folglich ist 213,1 Rthl gleich

$2250\ \text{Rthl} \times \frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5} - 2250\ \text{Rthl} \times \frac{51^9}{50^9} \times \frac{20^9}{21^9}$.

Da nun $\frac{51}{50} \times \frac{20}{21} = \frac{1020}{1050}$, und also $1 - \frac{51}{50} \times \frac{20}{21} = \frac{3}{105} = \frac{1}{35}$; und $\frac{213,1\ \text{Rthl}}{\frac{1}{35}} = 213,1\ \text{Rthl} \times 35 = 7458,5\ \text{Rthl}$; so müssen in dem betrachteten Falle 7458,5 Rthl sogleich bezahlt werden.

Aus dem gegenwärtigen Falle läßt sich herleiten, wie die Rechnung anzustellen sey, wenn der erste Termin von der Zeit der wirklichen Zahlung eben so weit entfernt ist, als jede zwey unmittelbar auf einander folgende Termine von einander, und die terminweise zu bezahlende Schuld bis zu ihrer Fallzeit einen verabredeten Zins trägt. Wären z. B. die 9000 Rthl in der so eben aufgelösten Aufgabe von jetzt an in 4 einjährigen Terminen zu bezahlen; so würde man, würde übrigens nichts geändert, die dafür

sogleich

sogleich zu bezahlende Summe durch die Entwickelung dieses Ausdrucks finden:

$$\frac{2250\,\text{Rthl.} \times \frac{51}{50} \times \frac{20}{21} - 2250\,\text{Rthl.} \times \frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5}}{1 - \frac{51}{50} \times \frac{20}{21}}$$

Mehrere Beyspiele von dieser Art, so wie auch eine allgemeine Regel für die gegenwärtige Fälle, sind für den, der das bisherige aufmerksam betrachtet, nicht nöthig.

§. 195.

Wenn auf eine Sache, z. B. beym öffentlichen Verkaufe auf ein Landgut, verschiedentlich geboten wird, und ein oder mehrere Gebote von der Art sind, daß entweder die ganze Kaufsumme oder ein Theil derselben terminweise abgetragen werden soll; so gebraucht man die Rabattrechnung, um diese verschiedene Gebote gehörig gegen einander würdigen zu können. Von dem Gebrauche der gemeinen Rabattrechnung in dieser Rücksicht ist bereits oben geredet worden; es kann aber, überhaupt zu urtheilen, auch die doppelte Rabattrechnung dabey angewandt werden, und die jedesmal statt findenden Umstände müssen entscheiden, ob man von jener oder von dieser Gebrauch zu machen habe.

§. 196.

Die Regel der doppelten Rabattrechnung entwickelt von Leibnitz in act. erud. Lips. 1683. Octob. S. 425 f.

auf

auf folgende Art. Gesetzt ein Schuldner wollte bey 5 pr. C. Rabatt und einjähriger früherer Zahlung $\frac{1}{20}$ des Capitals abziehen, so anticipirte er dieses $\frac{1}{20}$ ebenfalls ein Jahr, denn nach einem Jahre kömmt ihm dies $\frac{1}{20}$ erst zu, und sein Gläubiger müßte also zuvor davon $\frac{1}{20}$ oder $\frac{1}{400}$ des Capitals rabattiren. Nun anticipirte aber der Gläubiger wieder dies $\frac{1}{400}$, und der Schuldner müßte daher $\frac{1}{20}$ davon, oder $\frac{1}{8000}$ des Capitals, abziehen u. s. w. Es kann also der Schuldner bey einjähriger früherer Zahlung mit 5 pr. C. Rabatt nicht $\frac{1}{20}$ des Capitals, sondern $\frac{1}{20} - \frac{1}{400} + \frac{1}{8000} - \frac{1}{160000} + \frac{1}{3200000}$ u. s. w. d. h. $\frac{1}{21}$ des Capitals rabattiren; und auf eine ähnliche Art wird bey mehrjähriger früherer Zahlung geschlossen. Von Leibnitz erwählte diesen Beweis, um dadurch unmittelbar die Carpzovsche Art den Rabatt zu berechnen zu widerlegen, und man geht daher, wenn diese besondere Absicht nicht statt findet, mit Recht von dieser Beweisart ab. Den oben eingeschlagenen Weg geht auch von Segner in der Vorrede zu Ungers öfters schon angeführten Beyträgen.

§. 197.

Nun entsteht die Frage: Was für eine Rabattrechnung, die gemeine oder die doppelte, muß bey wirklichen Vorfällen gebraucht werden? Es ist schon §. 139 behauptet worden, daß diejenigen irren, welche ausschliessungsweise entweder die eine oder die andere angewandt

genaue wissen wollen, und es läßt sich die angeführte Frage, allgemein genommen, auf keine Art und Weise bestimmt beantworten. Es ist dies gleichwohl geschehen. Bilfinger z. B. in dem Anhange zu Polacks juristischen Mathematic, und mehrere andere sind für die doppelte Rabattrechnung, welche auch die Leibnitzische Berechnung des Interusuriums genannt wird. Hoffmann hingegen streitet für seine Art, als für die einzige richtige. Bilfinger sagt unter andern: Nach Hoffmanns Art wird der Schuldner vervortheilt, und seine Regel führt zu verschiedenen Bezahlungen; die Leibnitzische Regel hebt alle Vervortheilung auf, und widerspricht sich nie: und Hoffmann dagegen, daß die Leibnitzische Berechnung des Interusuriums mit den Landsgesetzen streite, welche Zinseszins zu nehmen verbieten. Es wird nicht undienlich seyn, die Gründe der Bilfingerischen Behauptung herzusetzen. Seine eigenen Worte sind folgende:

§. 15. Anjetzo halten wir uns unmittelbar an den Grundsatz: durch die anticipirte Bezahlung muß kein Theil nichts verlieren. Es muß folglich dieselbige so bestimmt werden, daß, wenn ich mein jetzo empfangenes Geld landläufig nutze, oder wenn es der andere behält, und selbst nutzet, es auf bestimmte Zeit die ganze Summe betrage. Man setze, es ist mir einer nach 2 Jahren schuldig zu bezahlen 4410 Fl. das

 vor

[illegible] der [illegible] von [illegible] Ich nehme sie, und lege sie in Capital, über ein Jahr erha[l]be ich davon 200 Fl. Zins. Ich habe also 4200 Fl. die erste 4000 lasse ich stehen, und lege die 200 Fl. baares Geld anderswo auch an. Nach verflossenem Jahre habe ich [illegible] jenem wieder 200 Fl. von diesen aber 10 Fl. [illegible] neuen Capital: in Summa 4410 Fl. baar Geld auf die oben bestimmte Zeit.

§. 16. Gegen diese Rechnung ist nichts [illegible] Hätte mein Schuldner [g]leich im Anfange seine 4000 Fl. an ein richtiges Capital (dergleichen man in diesen Rechnungen voraussetzet) geleget, und die im ersten Jahre eingekommenen 200 Fl. auch also; so hätten sie ihm die verlangte 4410 Fl. in 2 Jahren getragen. Wenn er also im Anfange hätte mehr geben sollen, so wäre er; hätte er mir weniger gegeben, so wäre ich vervortheilt worden. Zum Exempel nach Hoffmännischer Rechnung wäre das Interusurium auf 2 Jahr $\frac{1}{11}$ des scheinbaren Capitals: folglich das wahre Capital anjetzo $\frac{10}{11}$. Also anstatt 4410 Fl. hiesse es:

Wie 11 zu 10 also 4410

Dieses giebt $4009\frac{1}{11}$ Fl. Nun laßt uns rechnen; die Zinse auf das erste Jahr sind $200\frac{5}{11}$ Fl. damit besitze ich $4209\frac{6}{11}$ Fl. Ein guter Haushalter thut wenigstens die 209 Fl. wieder aus, damit bekommt er im andern Jahre, erstlich von dem Hauptcapital wieder $200\frac{5}{11}$ Fl. hernach von den 209 Fl. erhält er $10\frac{9}{20}$ Fl. Nun zähle man zusammen:

Er

Er hat Hauptgut . . . $4009\frac{1}{11}$	Zusammen
Neu angelegt von den	$4437\frac{11}{20}$
ersten Jahrszinsen . . . $209\frac{5}{11}$	oder
Zinse des andern Jahres $219\frac{9}{20}$	4438 Fl.

Damit ist derjenige, so mir nach Hoffmännischer Reihnung bezahlet hätte, in 2 Jahren um 28 Fl. betrogen; denn so viel hätte er als ein guter Haushalter aus seinem Gelde gewinnen können, wenn er es behalten hätte.

§. 17. Wir wollen zum Ueberfluß noch einen Fall berechnen, um zu sehen, daß sich die Hoffmännische Rechnung selbst aufhebe. Zum Exempel, es ist mir einer nach 5 Jahren schuldig 40841 Fl. und er will die Schuld sogleich jetzo abtragen: da setzet Leibnitz, er soll 32000 Fl. geben; Hoffmann aber fordert ihm ab $32672\frac{4}{5}$ Fl. Dieses ist schon in der Angabe ein Unterschied von 672 Fl. 48 Kr. Wie wird es erst ergehen mit den Zinsen? Ich will aber anjetzo nicht so wohl auf die Uebersetzung des Schuldners rechnen, als auf den Widerspruch der Rechnung. Nach Herrn Hoffmanns Summe heißt es so: von 32673 Fl. fallen Zinse im ersten Jahre $1633\frac{12}{20}$; dieses Capital lasse ich stehen, und empfange also in 5 Jahren 8168 Fl. folglich mit obigen 32673 Fl. Angabe ist die ganze Summe von 40841 Fl. abgetragen.

§. 18. Aber was thun denn die 1633 Fl. die ich vier Jahre zu früh empfangen habe; und die andern 1633 Fl. die ich drey Jahre zu früh empfangen habe; und die dritten 1633 Fl. die ich zwey Jahre zu früh empfangen habe; und die vierten 1633 Fl. die ich ein Jahr zu früh empfangen habe. Sind

diese nicht auch Geld, das Geld bringt? Der Mann ist sie erst in 5 Jahren schuldig, und er soll sie doch vier Jahre vorher, und zwar ganz bezahlen. Vor was redet man denn vom Interusurio, wenn man mir vier Jahre zuvor ganze 1633 Fl. geben muß, vor diejenigen 1633 Fl. die man mir erst nach vier Jahren schuldig ist? denn das wird doch einerley seyn, ob man mir diese 1633 Fl. in natura giebt, oder als Zinse von einem Capitale einnehmen läßt.

§. 19. Und weil sich hier der Ungrund der Hoffmännischen Rechnung greifen läßt: so wollen wir die Sache noch auf eine andere Art vorstellen. Titius ist nach fünf Jahren 40841 Fl. schuldig, davon bezahlt er mit einem Capital 32673 Fl. unter der Bedingung, die ersten 5 Jahre wolle er selbst die Zinsen einnehmen. Folglich ist dieses Capital erst in fünf Jahren seine 32673 Fl. werth, so wie es die Schuld mit sich bringt. Ich nehme das Capital an, und frage, was ist er mir denn noch mehr schuldig? Er ist mir nach 5 Jahren noch 8168 Fl. oder er ist mir nach 5 Jahren fünfmal $1633\frac{12}{20}$ Fl. schuldig. Nun frage ich ferner: die ersten $1633\frac{12}{20}$ Fl. will er mir vier Jahr zuvor, die andern drey, die dritten zwey, die vierten ein Jahr zuvor, und die fünften im Termine selbst bezahlen; was muß er mir für eine Summe geben? Ist es möglich zu sagen, er solle jedesmal 1633 Fl. 36 Kr. geben? Vor was ist denn die Rechnung des Interusuriums?

§. 198.

Vielleicht antwortet man auf die aufgeworfene Frage theilweise am richtigsten auf folgende Art.

a. in

a. in Ansehung des von den Rabattrechnungen im Gerichte zu machenden Gebrauchs. Da die Gesetze den Zinseszins verbieten, so kann bey gerichtlichen Vorfällen nicht nach der doppelten Rabattrechnung gerechnet werden, weil sonst bey jeder mehr als einjährigen frühern Zahlung eines nach einer gewissen Zeit fälligen Capitals der Gläubiger seinem Schuldner für die früher bezahlte Summe Zinseszins entrichten müßte. Folgt hieraus sogleich, daß man nach der gemeinen Rabattrechnung rechnen müsse? Wenn dabey, wie Bilfinger behauptet, wirkliche Uebersetzung des Schuldners statt findet, so ist auch diese nicht erlaubt. Alsdann bliebe kein anderer Weg übrig, als zwischen den Resultaten der gemeinen und doppelten Rabattrechnung, da jene dem Schuldner und diese dem Gläubiger zu nahe tritt, das Mittel zu suchen, und dies als die baar zu bezahlende Summe anzunehmen. Für 1000 Rthlr z. B. die ohne Zins über 5 Jahr fällig sind, bezahlt man mit einfachem Rabatte zu 5 pr. C. 800 Rthlr, mit doppeltem Rabatte zu gleichem pr. C. aber 783,5 Rthlr. Der Unterschied dieser beyden Summen ist 16,5 Rthlr, und die Hälfte davon oder 8,25 Rthlr entweder von 800 Rthlr abgezogen, oder zu 783,5 Rthlr hinzugethan, könnten 791,75 Rthlr als die sogleich zu be-

zahlende Summe betrachtet werden. Allgemein zu urtheilen, so wäre diese Art der Rechnung ohnstreitig der Billigkeit am gemässesten; denn wegen der Unmöglichkeit ein Capital zu Zinseszins zu nutzen (s. §. 129) kann der Schuldner mit keinem Schein des Rechts von seinem Gläubiger verlangen, daß er ihm doppelten Rabatt bewilligen, und statt der erwähnten 1000 Rt. mit 783,5 Rt. zufrieden seyn solle. Auf der andern Seite hat der Gläubiger kein Recht, von seinem Schuldner zu verlangen, daß er bey der Berechnung des Nutzens, den er von dem schuldigen Capitale bis zur eigentlichen Fallzeit haben kann, blos auf die Summe der von diesem Capitale bis dahin möglichen Zinse, und nicht auch darauf sehen solle, daß er einen oder mehrere Theile des gesammten Zinses vor der gedachten Fallzeit haben, und sie also zu seinem Vortheile eine Zeitlang brauchen kann. Der Schuldner sollte also über die Summe, welche die doppelte Rabattrechnung angiebt, und unter der Summe, welche die gemeine Rabattrechnung herausbringt, bezahlen, und das geschähe auf die angezeigte Art. Finden sich daher sonst keine Umstände, auf welche hiebey Rücksicht zu nehmen; so würde ich kein Bedenken tragen, diesen Weg als den einzigen wahren und mit keinem Gesetze streitenden zu betrachten.

§. 199.

§. 199.

Brauchbare Gesetze aber sind nicht für das allgemeine, sondern für Fälle, so wie sie sich wirklich ereignen, eingerichtet; und zu beurtheilen, ob die Hoffmännische Art, den Rabatt zu berechnen, in der That den Gesetzen zuwider sey, müssen alle Umstände und alle Gründe der dahin gehörigen Gesetze auf das sorgfältigste erwogen werden. Gesetzt nun, daß eine nach einer gewissen Zeit erst fällige Schuld sogleich mit Rabatt bezahlt werden soll, so geschiehet dasselbe nach vorhergegangener Verabredung zwischen dem Gläubiger und Schuldner. Wäre der Schuldner im Stande, seine Schuld bis zu ihrer Fallzeit zu dem pr. C. zu benutzen, zu welchem rabattirt werden soll, und überdem vor allem Ausfall und Verlust so wohl am Zinse als am Capitale gesichert; so hätte er keinen Grund sich zur frühern Bezahlung mit Rabatte zu entschliessen, oder dieselbe zu begehren. Eben das fände auf der andern Seite bey dem Gläubiger statt, wenn derselbe das früher bezahlte Capital nicht höher als zu dem pr. C., zu welchem rabattirt werden soll, ausbringen könnte, und sein Geld bey dem Schuldner sicher stände. Man kann daher, so oft zwischen einem Gläubiger und Schuldner eine frühere Bezahlung mit Rabatt verabredet

worden, annehmen, einmal, daß der Schuldner in seiner Lage seine Schuld bis zu ihrer Fallzeit nicht zu dem pr. C. des Rabatts benutzen könne, oder wegen der richtigen und prompten Zahlung des Zinses davon, wenn er sie anlegte, oder auch wohl wegen des Capitals selbst nicht ganz sicher sey; und zweytens, daß der Gläubiger, wenn er sein Capital sogleich mit Rabatt erhält, dasselbe höher als zu dem pr. C. des Rabatts auszubringen im Stande sey. Geht nun unter diesen Umständen die frühere Bezahlung wirklich vor sich, so hat einmal der Schuldner den doppelten Vortheil, daß er zu einem grössern pr. C. rabattirt, als er den Zins rechnen kann, und, daß er von aller Sorge, das früher bezahlte Capital anzulegen, frey, und vor allem Ausfall gesichert ist, und kann also dagegen sich wohl gefallen lassen, daß bey dem grössern pr. C. nur die Summe der Zinse, nicht aber die Zeit, da sie eigentlich gegeben werden müssen, in Anschlag gebracht wird. Zum andern übernimmt der Gläubiger die Sorge für die Anlegung des früher erhaltenen Capitals, und die Gefahr, an dem Zinse oder gar an dem Capitale einen Verlust zu leiden, und unmöglich ist es bey dem Verbot des Zinseszinses für ihn, sein Capital durch den Zins so zu vermehren, als es die Zinseszinsrechnung angiebt.

giebt. Doppelt ungerecht wäre es also, wenn er seinem Schuldner doppelten Rabatt geben sollte.

Um das gesagte mit einem Beyspiele zu erläutern, so sey jemand einem andern 1000 Rthl. ohne Zins nach 5 Jahren zu bezahlen schuldig. Vorausgesetzt nun, daß er das zu einer fünfjährigen frühern Zahlung mit einfachem Rabatte zu 5 pr. C. nöthige Geld, 800 Rthl. nemlich, hätte, und solches nicht höher als zu $4\frac{1}{2}$ pr. C. auszuthun im Stande wäre; so wäre aller Vortheil, den er, wenn er nicht sogleich bezahlte, von diesen 800 Rthl. in 5 Jahren erhalten könnte, wenn man Zinseszins rechnete 196, 4 Rthl., und also in der That noch etwas weniger, als 196, 4 Rthl. Es werden ihm aber 200 Rthl. zu gute gerechnet, und wenn daher auf die angeführten Umstände zugleich Rücksicht genommen wird, so ist er eigentlich nicht vervortheilt. Wollte er 5 pr. C. Zins rechnen, so erhielte er von diesen 800 Rthl. in 5 Jahren, da der Zinseszins 220, 9 Rthl. beträgt, gewiß keine 20 Rthl. mehr, als wenn er rabattirte, und dafür müßte er die 800 Rthl. versichern, und den fälligen Zins zur rechten Zeit erhalten, und sogleich wieder anlegen können. Es streitet also die Hoffmannische Art den Rabatt zu berechnen, auf diese Art betrachtet, nicht wider den Grundsatz, daß durch den Rabatt weder der Schuldner noch der Gläubiger vervortheilt werden solle; die Leibnitzische Art hingegen thut solches, weil der Gläubiger, ohne Zinseszins, den er doch nicht wirklich erhalten kann, zu nehmen, stets Schaden leidet, und überdem noch für die Unterbrin-

gung des Capitals sorgen, und alle dabey mögliche Unbequemlichkeiten und Gefahren übernehmen, muß.

§. 200.

Wenn also ein Schuldner sich ohne Zwang, freywillig entweder, oder auf Vorstellung seines Gläubigers, zur frühern Bezahlung der nach einer gewissen Zeit erst fälligen Schuld entschließt, so kann die sogleich zu bezahlende Summe ohne Verstoß wider das Recht und die Billigkeit nach der einfachen Rabattrechnung bestimmt werden; wollte man ihn aber zu einer frühern Bezahlung zwingen, und dann die baar zu bezahlende Summe nach der einfachen Rabattrechnung vestsetzen; so könnte er sich allerdings über Ungerechtigkeit beschweren. In Fällen also, als oben, §. 137 in der Anmerkung, einer angeführt worden, wäre ohnstreitig der §. 198 gedachte Weg allen andern vorzuziehen. Uebrigens gehört es nicht in eine juristische Rechenkunst, diesen Gegenstand ausführlicher, als geschehen ist, abzuhandeln.

§. 201.

b. (s. §. 198) Was den Gebrauch betrifft, den man sonst noch von den Rabattrechnungen

zu

zu machen hat; so ist die doppelte Rabattrechnung, so wie die doppelte Zinsrechnung, bey der Berechnung der verschiedenen Arten der Renten, wovon in der Folge geredet werden wird, der Wittwencassen u. d. gl. eine unentbehrliche Rechnung, und die einfache Rabattrechnung dazu auf keine Art und Weise hinlänglich. Bey der Würdigung verschiedener auf eine Sache geschehenen Gebote, davon einige terminweise bezahlen wollen, sollte man billig nach den Mittelsummen urtheilen, wovon §. 198 gesprochen worden ist, und eben darnach überhaupt für sich jede nach einer gewissen Zeit erst fällige Summe schätzen.

Zeit.

Zeitrechnung.

Einleitung.

§. 202.

Wenn ein Capital bey einem bestimmten pr. C. durch den Zins eine gegebene Grösse erreichen, oder einen genannten Zins tragen, desgleichen wenn ein Capital bey einem bestimmten pr. C. eine vestgesetzte Summe Rabatt geben soll; so wird dazu eine Zeit erfordert, die sich aus den genannten Stücken durch Rechnung finden läßt. Hat sich ein Schuldner anheischig gemacht, eine Schuld in mehrern auf einander folgenden Terminen zu bezahlen, so kann er, ist es sein Gläubiger zufrieden, gleichwohl die ganze Schuld ohne Abzug und ohne seinen und seines Gläubigers Schaden auf einmal in einem mitlern Termin, der ebenfalls ein Gegenstand der Rechnung ist, abtragen; und umgekehrt kann man, wenn ein Capital in einem Termine bezahlt werden soll, durch die Rechnung mehrere Termine finden, in welchen solches theilweise, doch ohne Abzug und ohne Schaden beyder interessirten Theile geschehen kann. Endlich lassen sich, wenn ein Capital terminweise zu bezahlen ist, anstatt der anfänglich vestgesetzten Termine andere ausrechnen, in wel-

welchen dasselbe Capital, nur in andern Theilen, bezahlet werden kann. Die Regeln, welche man, jede der genannten Zeiten aus den erforderlichen gegebenen Dingen zu finden, zu befolgen hat, trägt die Zeitrechnung vor, welche also von einem sehr grossen Umfange ist.

§. 203.

Man kann die Zeitrechnung auf eine ähnliche Art, als die Zinsrechnung im eigentlichen Verstande, und die Rabattrechnung, nemlich in die gemeine und zusammengesetzte Zeitrechnung eintheilen, und einer jeden nach dem im vorhergehenden §. gesagten verschiedene Abtheilungen geben. Die gemeine Zeitrechnung begreift dann alle zur Zeitrechnung überhaupt gehörige Fragen, worin einfacher Zins und Rabatt, die zusammengesetzte oder doppelte Zeitrechnung aber diejenigen, worin Zinseszins oder doppelter Rabatt vorausgesetzt wird. In den folgenden wird indeß diese Eintheilung nur als Unterabtheilung statt finden, und die Zeitrechnung überhaupt in die Zeitrechnung im engern Verstande, in die Berechnungen, des mitlern Zahlungstermins, der veränderten Zahlungstermine, und des getheilten Zahlungstermins abgetheilt werden. Die nähere Bestimmung eines jeden dieser Theile kommt im Anfange der Abhandlung desselben vor.

Zeit-

Zeitrechnung.

§. 204.

Unter der Zeitrechnung im engern Verstande wird hier der Inbegriff der Regeln verstanden, nach welchen man bey einem bestimmten pr. C. die Zeit findet, in welcher ein gegebenes Capital entweder durch den Zins eine bestimmte Grösse erreicht, oder einen gewissen Zins trägt, oder einen genannten Rabatt erfähret. Es ist also ein Theil der dazu gehörigen Aufgaben mit der Zinsrechnung, und der andere mit der Rabattrechnung verbunden, und da eine jede dieser Rechnungen zwey Abtheilungen hat, so entstehen vier Arten der Aufgaben der Zeitrechnung im engern Verstande, die nun nach einander betrachtet werden sollen.

§. 205.

Die Sätze, aus welchen die Regeln fliessen, nach welchen diejenigen Aufgaben der Zeitrechnung im engern Verstande, welche mit der gemeinen Zinsrechnung in Verbindung stehen, aufgelöset werden, sind bereits in der gemeinen Zinsrechnung §. 40 angeführt worden, und es ist also hier nur übrig, die Anwendung der aus den erwähnten Sätzen fliessenden Regeln in einigen Beyspielen zu zeigen. Es werde also gefragt:

a. Wie

Wie lange müssen 3640 Rthl 18 gr 6 pf, wenn sie durch einfachen Zins à 5 pro Cent zu 4232 Rthl 9 gr $6\frac{3}{48}$ pf anwachsen sollen? — Diese Frage ist gleichbedeutend mit folgender: Wie lange müssen 3640 Rthl 18 gr 6 pf à 5 pr. C. stehen, um 591 Rthl 15 gr $\frac{3}{40}$ pf Zins zu tragen? — Die Rechnung ist für diese letzte Frage

$$1 \text{ Jahr} \times \frac{(591 \text{ Rthl } 15 \text{ gr } \frac{3}{48} \text{ pf}) \times 20}{3640 \text{ Rthl } 18 \text{ gr } 6 \text{ pf}}$$

3640 Rthl 18 gr 6 pf | 11832 Rthl 12 gr $1\frac{1}{2}$ pf
14560 Rthl 3 gr | 47330 Rthl ½ gr

87378 | 283
509028 | 227184
 | 404787 | $3\frac{1}{4}$ Jahr

Wenn man sich nach dieser Frage rechnen wollte: Wie viel Zeit gehört dazu, daß 3640 Rthl 18 gr 6 pf zu 4232 Rthl 9 gr $6\frac{3}{48}$ pf anwachsen, vorausgesetzt daß sie so wie 100 Rthl sich vermehren sollen, wenn dieselben in einem Jahre 105 Rthl werden? also nach diesem Ausdrucke

$$1 \text{ Jahr} \times \frac{(4232 \text{ Rthl } 9 \text{ gr } 6\frac{3}{48} \text{ pf}) \times 100}{(3640 \text{ Rthl } 18 \text{ gr } 6 \text{ pf}) \times 105};$$

so würde man auf ein ganz falsches Resultat kommen, und das nothwendig, weil bey einer vielfachen Zeit nicht das

durch

durch den Zins vermehrte Capital das eben so vielfache von dem einfachen, sondern der Zins das gleich vielfache des einfachen Zinses ist. 100 Rh z. B. à 5 pr. C. tragen in 2 Jahren 2 × 5 Rh, in 3 Jahren 3 × 5 Rh u. s. w. Zins; allein sie werden nicht, indem sie in einem Jahre zu 105 Rh anwachsen, in 2 Jahren 2 × 105 Rh oder 210 Rh, in 3 Jahren 3 × 105 Rh oder 315 Rh u. s. w. Man muß daher bey Aufgaben dieser Art vor allen Dingen den Zins suchen, welchen das anzulegende Capital in der gesuchten Zeit tragen soll, und dann die aufgeworfene Frage auf die befolgte Art in eine andere gleichbedeutende verwandeln.

§. 206.

Ausserdem kann man noch auf eine doppelte Art verfahren. Man macht nemlich einen Bruch, dessen Nenner das angelegte Capital, der Zähler aber entweder das durch den Zins vermehrte Capital oder dieser Zins allein ist, und verwandelt denselben in einen Bruch von gleichem Werthe, dessen Nenner 100 ist. Dies geschieht am bequemsten durch die Division durch den Nenner, nachdem man von demselben zur Rechten 2 Zahlen für die Decimalstellen abgeschnitten hat. Ist nun diese Verwandlung geschehen, so werden so viel Jahre erfodert, als das gegebene pr. C. im ersten Fall in der Differenz des Zählers und Nenners, und im andern im Zähler selbst enthalten ist. Es werde also gefragt: Wie länge müssen 800 Rh zu 5 pr. C. stehen, um durch einfachen Zins 1000 Rh zu werden? — Die Rechnung ist entweder

$\frac{1000}{800}$ =

$\frac{1000}{800} = \frac{125}{100}$, und

$\frac{25}{5} = 5$ Jahre;

oder

$\frac{200}{800} = \frac{25}{100}$, und

$\frac{25}{5} = 5$ Jahre.

Der Grund dieser Regel ist übrigens aus der gemeinen Zinsrechnung leicht herzuleiten.

§. 207.

b. Wie lange müssen 1000 Rthlr. a 6 pr. C. stehen, um eben so viel Zins zu tragen, als 400 Rthlr. a 5 pr. C. in $13\frac{1}{2}$ Jahre? — Die Rechnung ist

$13\frac{1}{2}$ Jahr $\times \frac{4}{10} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$

$4\frac{1}{2}$ Jahr.

c. Wie lange muß ein Capital ausstehen, um zu 4 pr. C. 200 Rthlr. zu tragen, wenn es a 5 pr. C. in 6 Jahren 240 Rthlr. tragen würde? — Die Rechnung ist

6 Jahr $\times \frac{5}{4} \times \frac{20}{24} = \frac{5}{4}$

$7\frac{1}{2}$ Jahr.

Es liessen sich diese Aufgaben leicht noch mit andern, insbesondere einfachen, vermehren; sie sind aber so leicht, daß es überflüssig wäre, Exempel davon herzusetzen.

§. 208.

Ich gehe daher fort zu den Aufgaben der Zeitrechnung im engern Verstande, welche mit der gemeinen Rabattrechnung in Verbindung stehen. Die wichtigsten davon sind folgende:

a. wenn aus dem früher zu bezahlenden Capitale, welches bis zu seiner eigentlichen Fallzeit keinen Zins trägt, und der dafür wirklich entrichteten Summe, nebst dem pr. C. des Rabatts, die Zeit der frühern Zahlung gesucht werden soll. — Aus dem, was §. 150 über die Natur der Anzeiger der Veränderung eines früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der baaren Zahlung gesagt worden ist, läßt sich der Grund dieser Regel herleiten. — Man mache die baar bezahlte Summe zum Zähler und das früher zu bezahlende Capital zum Nenner eines Bruchs, verwandele denselben in einen andern von gleichem Werthe, dessen Zähler 100 ist, suche die Differenz des Zählers und Nenners dieses Bruchs, und dividire dieselbe durch das gegebene pr. C. Der erhaltene Quotient giebt die Zeit der frühern Zahlung in Jahren an. Es werde z. B. gefragt: Wie viel Jahre muß man 1000 Rthlr mit 5 pr. C. Rabatt früher bezahlen, um dafür nicht mehr als 800 Rthlr zu geben. — Die Rechnung ist:

$\frac{800}{1000} =$

$$\frac{800}{1000} = \frac{100}{125}$$

$$125 - 100 = 25,$$

$$\frac{25}{5} = 5 \text{ Jahre.}$$

Wird anstatt der baar bezahlten Summe der Rabatt gegeben, so findet man durch Abziehung desselben von der unrabattirten Schuld die Summe, welche früher gegeben werden soll oder gegeben worden ist, leicht, und kann also diesen Fall auf den betrachteten zurückführen.

§. 209.

b Wenn aus dem pr. C. des Rabatts und der Zeit der frühern Zahlung bey demselben diejenige Zeit gefunden werden soll, in welcher dasselbe Capital bey einem andern gegebenen pr. C. eben denselben Rabatt giebt. Es wird z. B. gefragt: Wie viel Jahre muß man eine Schuld, die bis zu ihrer Fallzeit keinen Zins trägt, mit 8 pr. C. Rabatt früher bezahlen, um eben so viel Rabatt zu geniessen, als man bey 5 pr. C. in 4 Jahren erhalten würde? — Man sucht hier den Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung des Rabatts für die gegebene Zeit und das dazu gehörende pr. C., so daß der Zähler desselben 100 ist, zieht diesen Zähler von seinem Nenner ab, und dividirt die Differenz durch das pr. C., zu welchem man die Zeit

der frühern Zahlung bestimmen soll. Der Quotient zeigt diese Zeit in Jahren bestimmt an. — Die Ausrechnung der angeführten Frage ist: Es ist der Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals für 5 pr. C. und 4 Jahre

$\frac{100}{120}$; und

$120 - 100 = 20$, und

$\frac{20}{8} = 2\frac{1}{2}$ Jahre.

§. 210.

c Wenn die nach einer gewissen Zeit erst fällige und mit Rabatte zu einem angegebenen pr. C. früher bezahlte Schuld bis zu ihrer Fallzeit zu einem bekannten pr. C. verzinset, und aus ähnlichen Stücken als §. 208 die Zeit der frühern Zahlung gesucht werden soll. Man frägt z. B. Wie viel Jahre müssen 1500 Rthlr, die bis zu ihrer Fallzeit mit 2 pr. C. verzinset werden sollten, mit einfachem Rabatte à 5 pr. C. früher bezahlt werden, wenn dafür $1418\frac{2}{11}$ Rthlr gegeben werden sollen? Es ist hier weiter nichts nöthig zu suchen, als den Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung entweder der Summe, zu welcher es bis zu seiner Fallzeit durch das verabredete pr. C. wächst, oder der dafür ohne Zins sogleich zu erlegenden Summe. Aus dem einen oder dem andern

dieser

dieser Anzeiger und den gegebenen pr. C. findet man nach §. 206 und 208 sehr leicht das eigentlich verlangte. Man findet aber beyde Anzeiger, wenn man das nach einer Zeit erst fällige Capital zum Nenner, und das dafür früher bezahlte Capital zum Zähler eines Bruchs macht, ferner den Zähler dieses Bruchs durch das gegebene pr. C. des Zinses, und den Nenner durch das gegebene pr. C. des Rabatts dividirt, und jenen Quotienten zum Zähler eines neuen Bruchs, und diesen zum Nenner eines andern Bruchs annimmt, wozu man den fehlenden Nenner und Zähler auf folgende Art findet. Man nimmt von dem gegebenen pr. C. des Zinses und dem ebenfalls gegebenen pr. C. des Rabatts ein solches gleich vielfache, daß der zuletzt gedachte Zähler um eben so viel grösser ist als das vielfache des gegebenen pr. C. des Rabatts, wie das vielfache des gegebenen pr. C. des Zinses kleiner ist als der zuletzt gedachte Nenner. Das auf diese Art beschaffene vielfache des gegebenen pr. C. des Rabatts ist der gesuchte Nenner, und das gleich vielfache des gegebenen pr. C. des Zinses der fehlende Zähler. Die aufgeworfene Frage z. B. beantwortet man auf folgende Art. Es ist

$\frac{1418\frac{2}{11}}{1500} = \frac{15600}{16500} = \frac{156}{165} = \frac{52}{55}$,

ferner $\frac{52}{2} = 26$, und

$\frac{55}{5} = 11$. Da nun $25 = 5 \times 5$, und $10 = 5 \times 2$ und $26 - 25 = 11 - 10$; so ist

$\frac{26}{25}$ der Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der Summe, zu welcher es bis zu seiner Fallzeit durch das verabredete pr. C. wächst, und

$\frac{10}{11}$ der Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der dafür ohne Zins sogleich zu erlegenden Summe. Da nun ferner

$\frac{26}{25} = \frac{104}{100}$, und

$\frac{4}{2} = 2$; auch

$\frac{10}{11} = \frac{100}{110}$ und

$\frac{10}{5} = 2$; so ist die verlangte Zeit 2 Jahre.

§. 211.

Es folgen nunmehr die Aufgaben der Zeitrechnung im engern Verstande, welche sich auf die Zinseszinsrechnung beziehen. Die erste und wichtigste Art ist diejenige, wenn aus dem auf Zinseszins angelegten Capitale, der Summe, zu welcher es durch den Zinseszins

seszins angewachsen, und dem pr. C., zu welchem es ausgethan worden, die Zeit bestimmt werden soll, welche es ausgestanden, oder ausstehen muß. Es wird z. B. gefragt: Wie lange müssen 10000 Rthlr a 5 pr. C. auf Zinseszins ausstehen, um zu $12155\frac{1}{16}$ Rthlr anzuwachsen? Wenn man sich hier an die Regeln der Zinseszinsrechnung zurückerinnert, so sieht man bald, daß es zur Auflösung dergleichen Aufgaben keinen bequemern Weg gebe, als den Logarithmen des durch den Zinseszins vermehrten Capitals zu suchen, von demselben den Logarithmen des auf Zinseszins angelegten Capitals abzuziehen, und diese Differenz mit dem Logarithmen des Anzeigers der Veränderung eines Capitals zur Findung der Summe, zu welcher es bey dem gegebenen pr. C. in einem Jahre wächst, zu dividiren. Der Quotient zeigt die verlangte Zeit, in Jahren bestimmt, an. — Die aufgeworfene Frage z. E. wird auf folgende Art beantwortet.

Es ist L. 12155,0625 = 4,0847572, und
davon abgez. L. 10000 = 4,0000000
so bleibt der Logarithme 0,0847572, welcher
mit L. $\frac{21}{20}$ = 0,0211893 dividirt,

den Quotienten 4 giebt. Es müssen also die gedachten 10000 Rthlr 4 Jahre ausstehen.

§. 212.

Wie lange müssen 16000 Rthl a 5 pr. C. auf Zinseszins stehen, um zu 26062⅓ Rthl anzuwachsen? — Die Rechnung ist hier

Es ist L. 26062,33 = 4,4160132
und L. 16000 = 4,2041200;

nach Abzug des letztern bleibt 0,2118932 und

$\frac{0,2118932}{0,0211893} = 10$. Es wird also eine Zeit von 10 Jahren erfordert.

Gesetzt man hätte anstatt 26062⅓ nur 26062 Rthl gesetzt, so hätte man anstatt des Logarithmen 4,4160132 den Logarithmen 4,4160077 erhalten. Von diesem nun den Logarithmen von 16000 oder 4,2041200 abgezogen, so kommt der Logarithme 0,2118877, welcher mit dem L. $\frac{21}{20}$ oder 0,0211893 dividirt, nicht vollkommen 10 giebt. Da indeß der Unterschied nicht viel beträgt, so hat man nicht nöthig genauer zu rechnen, oder es müßte ausdrücklich verlangt werden. In den mehresten Fällen ist es hinlänglich zu sagen, wie jetzt, es werden fast 10 Jahre, eine Kleinigkeit weniger, erfordert.

§. 213.

Wenn anstatt der Summe, zu welcher ein auf Zinseszins angelegtes Capital in der gesuchten Zeit durch den Zinseszins angewachsen, der gesammte Zinseszins dieser Zeit gegeben wird; so findet man durch die Addition desselben

selben zu dem auf Zinseszins angelegten Capitale das durch den Zinseszins vermehrte Capital, und kann darauf dergleichen Aufgaben auf die angezeigte Art auflösen. Käme eine Frage vor, wie diese: Wie lange müssen 4000 Rthl. a 5 pr. C. auf Zinseszins stehen, um eben so viel Zinseszins zu tragen, oder eben so hoch anzuwachsen als 5000 Rthl. a 4 pr. C. in 6 Jahren? so läßt sich in jenem Falle der Zinseszins der 5000 Rthl., und in diesem die Summe, zu welcher sie in den 6 Jahren anwachsen, nach bekannten Regeln finden, und ist dies geschehen, so sind dergleichen Aufgaben dadurch auf die §. 211 und 212 betrachteten zurückgebracht. Endlich können auch Fragen vorkommen, wie folgende: Wie lange müssen 4000 Rthl. a 5 pr. C. auf Zinseszins stehen, um eben so viel Zins zu tragen, als dieselben oder ein anderes Capital zu eben dem pr. C. einfachen Zins in einer bestimmten Zeit, z. B. 4 Jahre, tragen würden? Man sieht hier sehr bald, daß man durch die Ausrechnung des gesammten einfachen Zinses auch diese Art Aufgaben in die §. 211 und 212 betrachtete Gattung verwandeln könne.

Wenn man will, so kann man ausser diesen noch verschiedene andere hieher gehörige Aufgaben erfinden. Ich lasse es indeß bey den bisherigen bewenden, da dieselben diejenigen sind, welche vorzüglich in der Practik vorkommen.

§. 214.

Endlich sind noch diejenigen Aufgaben der Zeitrechnung im engern Verstande übrig, welche sich auf die doppelte Rabattrechnung beziehen. Es gehören dahin theils solche, wo das früher zu bezahlende Capital bis zu seiner Fallzeit keinen Zins trägt, theils solche, wo dasselbe bis dahin zu einem gewissen pr. C. Zinseszins verzinset werden muß. Von der ersten Art sind diejenigen die wichtigsten, wenn aus dem früher zu bezahlenden Capitale, der dafür bey doppelten Rabatte sogleich bezahlten Summe und dem pr. C. des Rabatts die Zeit der frühern Zahlung zu finden gegeben wird. Man frägt z. B. Wie viel Jahre muß man früher bezahlen, wenn man anstatt 12155 Rthlr 1 Ggr 6 Pf nur 10000 Rthlr geben, und doppelten Rabatt a 5 pr. C. geniessen will? Es lassen sich aber diese Aufgaben leicht auf die §. 211 betrachteten zurückführen, indem es z. B. einerley ist, ob man frägt: Wie lange müssen 10000 Rthlr auf Zinseszins zu 5 pr. C. stehen, um zu 12155 Rthlr 1 Ggr 6 Pf anzuwachsen? oder ob die vorher angeführte Frage aufgeworfen wird; und es ist daher nicht nöthig, länger bey denselben zu verweilen.

§. 215.

Wird auf die Art gefragt, als folgende Beyspiele zeigen: Wie lange zuvor müssen 1000 Rthlr mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. früher bezahlt werden, um eben

so

so viel Rabatt zu geniessen, als man von 1500 Rthl a 4 pr. C. und bey dreyjähriger früherer Zahlung erhält? oder: Wie lange zuvor muß die frühere Bezahlung eines Capitals von 1000 Rthl mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. geschehen, um eben den Rabatt zu geniessen, den man bey einer fünfjährigen frühern Zahlung zu $4\frac{1}{2}$ pr. C. von demselben erhalten würde? so kann man nach den bekannten Regeln aus den gegebenen Dingen den verlangten Rabatt entwickeln, und durch Abziehung desselben von der früher zu bezahlenden Summe den jetzigen Werth derselben finden, und dann dergleichen Fragen leicht in die im vorhergehenden §. betrachteten verwandeln.

§. 216.

Was aber diejenigen Aufgaben betrifft, in welchen das mit doppeltem Rabatte früher zu bezahlende Capital bis zu seiner Fallzeit auf Zinseszins stehend angenommen wird, so erfordern dieselben eine genauere Betrachtung. Es gehört hieher die Frage: Wie lange muß man bey doppeltem Rabatte a 5 pr. C. früher bezahlen, wenn man an statt 10000 Rthl, die man bis zu ihrer Fallzeit mit 3 pr. C. Zinseszins verzinsen muß, 9259,58 Rthl geben will? — Ueberlegt man dasjenige genau, was in der doppelten Rabattrechnung §. 177 bis §. 179 gesagt worden ist, so wird es nicht schwer fallen, sich von der Richtigkeit folgender Regel zu überzeugen. — Wenn man

von

von dem Logarithmen des mit doppelten Rabatte zu bezahlenden und bis zu seiner Fallzeit Zinseszins tragenden Capitals den Logarithmen desjenigen Capitals, welches man dafür sogleich erlegen will, abzieht, so erhält man den Logarithmen des Products der Anzeiger, nach welchen man das früher zu bezahlende Capital verändern muß, um die baar dafür zu erlegende Summe zu finden. Wenn man diesen Logarithmen gefunden hat, so suche man die einfachen Anzeiger der Capitalsveränderung für die in der Aufgabe vorkommende pr. C., und nehme von ihren Logarithmen das gleich vielfache so, daß beyder gleich vielfachen Summe dem gefundenen Logarithmen gleich ist. So vielfach hier die Logarithmen der gedachten einfachen Anzeiger genommen werden mußten, so viel Jahre muß auch früher bezahlt werden. Zum Beyspiele diene die angeführte Frage. Es ist also

L. 10000 = 4,0000000, und
L. 9259,58 = 3,9665913, also
L. 10000 — L. 9259,58 = 0,0334087,
oder = — 1,9665913.
Ferner ist L. $\frac{103}{100}$ = 0,0128372
und L. $\frac{20}{21}$ = — 1,9788107. Da nun
0,0128372 × 4 = 0,0513488, und
— 1,9788107 × 4 = — 1,9152428, und
beyder Summe also — 1,9665916; so ist
die Zeit der frühern Zahlung 4 Jahr.

Der

Der geringe Unterschied, der zwischen — 1,9665913 und — 1,9665916 ist, wird weiter nicht in Betrachtung gezogen. Es rührt daher, daß die statt der 10000 Rℓ zu erlegende Summe nur in Hunderttheilen angegeben ist.

Die erwähnten gleich vielfachen findet man in der gedachten Beschaffenheit bald, wenn man bey dem Suchen derselben nur einige wenige Zahlen der Logarithmen, aus welchen sie zusammengesetzt werden müssen, nimmt, z. B. in dem angeführten Falle 0,012 und — 1,978.

Es kann sich leicht ereignen, daß die Zeit der frühern Zahlung durch keine ganze Zahl ausgedruckt werden kann. In diesem Falle findet man auf dem empfohlnen Wege die beyden Termine wenigstens leicht, zwischen welchen sie fällt, und das ist in solchen Fällen meistentheils hinreichend.

Ohne die Logarithmen zu gebrauchen, würde man diese Aufgaben entweder gar nicht, oder doch nicht anders als auf eine sehr beschwerliche und weitläuftige Art aufzulösen im Stande seyn.

§. 217.

Es wäre eine sehr leichte Sache gewesen, die bisher betrachteten Aufgaben der Zeitrechnung im engern Verstande auch auf die Art abzuändern und durch Beyspiele zu erläutern, daß von ganz andern Dingen, als von Capitalien, pr. C., Zinse und Rabatte geredet worden wäre. Es ist ebenfalls eine Zeitrechnung, wenn man zu bestimmen sucht, wie viel Zeit 15 Arbeiter zur Verfertigung einer Arbeit nöthig haben, wenn 21 Arbeiter dazu 6 Wo-

chen

chen gebrauchen? oder wie viel Jahre erfordert werden, daß die Volksmenge eines Landes, wenn das Gesetz der Vermehrung bekannt ist, eine gewisse Grösse erreiche? Indeß gehörte das eigentlich nicht hieher, und ich berühre es nur, damit man den in dieser Rechnung abgehandelten Aufgaben, indem sie so, als sie betrachtet worden sind, vielleicht nicht häufig vorkommen, nicht sogleich allen Nutzen abspreche. Ich werde in der Folge oft bey sehr wichtigen Fällen Gelegenheit haben, die anderweitige Anwendung der Regeln der Zeitrechnung im engern Verstande zu zeigen.

Mitlerer Zahlungstermin.

§. 218.

Wenn eine Schuld, die theilweise in gleichen oder ungleichen Summen, und in verschiedenen Terminen, welche entweder alle von einander gleich oder ungleich weit entfernt seyn können, bezahlt werden sollte, ohne allen Abzug in einem Termine oder auf einmal abgetragen wird; so heißt dieser Termin der **mitlere Zahlungstermin.** Ein Beyspiel anzuführen, so ist der mitlere Zahlungstermin einer Schuld von 1000 Rthl., die ohne Zins zu tragen 10 Jahre nach einander am Ende eines jeden Jahres mit 100 Rthl. bezahlt werden sollten, $5\frac{1}{2}$ Jahr, wenn man denselben nach einfachem Zinse vestsetzt. Der Zeitrechnung im weitläuftigen Verstande kommt es zu, auch diese Zeit aus den

dazu

dazu erforderlichen Dingen durch die Rechnung finden zu lehren, und die Art und Weise davon soll jetzt erklärt werden.

§. 219.

Die allgemeine Regel zur Bestimmung des mitlern Zahlungstermins ist: Der mitlere Zahlungstermin muß so angesetzt werden, daß dadurch weder der Gläubiger zum Vortheile des Schuldners, noch der Schuldner zum Vortheile des Gläubigers vervortheilt wird. Es beruhet also die Ausrechnung des mitlern Zahlungstermins mit der Rabattrechnung am Ende auf einerley Gründen, und ausserdem wird dabey, ob der Gläubiger oder Schuldner vervortheilt werde oder nicht, ebenfalls nach dem Zinse bestimmt, welchen bey dem mitlern Zahlungstermin beyde erheben können. Ist der Zins, welchen einmal der Schuldner von der ganzen Schuld bis zu dem mitlern Zahlungstermine, und zweytens der Gläubiger ebenfalls von der ganzen Schuld, aber von dem mitlern Zahlungstermine an bis zu dem letzten der anfänglich vestgesetzten Termine, rechnen kann, dem Zinse gleich, welchen jener von allen Theilen der Schuld bis zu ihrer Fallzeit, und dieser von eben denselben Summen von ihrer Fallzeit an bis zu dem gedachten letzten Termine rechnen kann; so ist der mitlere Zahlungstermin rich-

tig angesetzt worden. Da es eine doppelte Art des Zinses giebt, so fällt in die Augen, daß es deswegen auch eine zwiefache Art der Bestimmung des mitlern Zahlungstermins gebe, und ausserdem entsteht auch daher noch eine Verschiedenheit unter den hieher gehörigen Fällen, daß die gedachte Schuld bis zu ihrer Fallzeit entweder Zins trägt, oder nicht. In dem im vorhergehenden §. angeführten Falle ist der mitlere Zahlungstermin richtig bestimmt worden; denn der Schuldner hätte, wenn er auf die zuerst vestgesetzte Art bezahlet hätte, in allem 275 Rthlr, und der Gläubiger dagegen 225 Rthlr rechnen können. Es tragen aber auch 1000 Rthlr in $5\frac{1}{2}$ Jahre zu 5 pr. C. einfachen Zinses 275 Rthlr, und in $4\frac{1}{2}$ Jahre 225 Rthlr.

§. 220.

Die Benennung mitlerer Zahlungstermin zeigt, an und für sich genommen, überhaupt einen Termin an, der zwischen zwey andere fällt, und im strengsten Verstande einen solchen, der von dem einen äussern Termine eben so weit entfernt ist als von dem andern. Die beyden äussern oder äusserste Termine sind in den Fällen, wovon hier die Rede ist, einmal der Augenblick, in welchem jemand eines andern Schuldner wird, und zweytens der Zeitpunkt, in welchem er solches zu seyn aufhört. In dem §. 218 angeführten Exempel sind diese beyden äussersten Termine 10 Jahre von einander entfernt, und der mitlere

Termin

Termin im eigentlichen oder Wortverstande wäre daher 5 Jahre. Es fällt also in die Augen, daß in der gegenwärtigen Rechnung die Benennung mitlerer Zahlungstermin nicht in diesem Wortverstande genommen werden dürfe, und zwar deswegen, weil der Schuldner stets mehr Zins in Anschlag bringen kann als der Gläubiger. Nach Maasgabe dieses Ueberschusses aber läßt sich der Unterschied des wahren mitlern Zahlungstermins von denjenigen, worauf der Wortverstand führt, oft sehr leicht bestimmen, und alsdann giebt es zur Findung jenes Termins einen leichtern Weg als der gewöhnliche.

§. 221.

Nun zur Betrachtung

a. des Falls, wenn eine Schuld, die terminweise, ohne Zins, in gleichen Summen und gleich weit von einander entfernten Terminen bezahlt werden sollte, nach vorhergegangener Verabredung zwischen dem Gläubiger und Schuldner in einem mitlern Termine abzutragen ist, bey dessen Bestimmung auf einfachen Zins gesehen wird. Es ist jemand einem andern 1000 Rthlr ohne Zins, in zehn auf einander folgenden Jahren und jedesmal mit 100 Rthlr, zu bezahlen schuldig. Er verabredet aber mit seinem Gläubiger, die ganze Schuld in einem mitlern Zahlungstermine, der nach einfachem Zinse bestimmt

werden soll, abzutragen. Wenn fällt dieser mitlere Zahlungstermin? — Der Schuldner könnte, wenn er auf die zuerst verabredete Art bezahlte,

			Zins rechnen
von den	1ten 100 Rt.	1 × 5 Rt. =	5 Rt.
— —	2 — 100 Rt.	2 × 5 Rt. =	10 Rt.
— —	3 — 100 Rt.	3 × 5 Rt. =	15 Rt.
— —	4 — 100 Rt.	4 × 5 Rt. =	20 Rt.
— —	5 — 100 Rt.	5 × 5 Rt. =	25 Rt.
— —	6 — 100 Rt.	6 × 5 Rt. =	30 Rt.
— —	7 — 100 Rt.	7 × 5 Rt. =	35 Rt.
— —	8 — 100 Rt.	8 × 5 Rt. =	40 Rt.
— —	9 — 100 Rt.	9 × 5 Rt. =	45 Rt.
— —	10 — 100 Rt.	10 × 5 Rt. =	50 Rt.,

also in allem von 55 × 100 Rt. auf 1 Jahr 55 × 5 Rt. = 275 Rt.

Um diese Summe von 1000 Rt., als der ganzen Schuld zu erhalten, muß er dieselben, da zu 50 Rt. 1 Jahr erfordert wird, $\frac{275}{50}$ Jahr, d. h. $5\frac{1}{2}$ Jahr nutzen können. Es fällt also der mitlere Zahlungstermin nach $5\frac{1}{2}$ Jahre, von dem Augenblicke an, wo die Schuld gemacht worden, gerechnet. Der Gläubiger, der nun die ganze Summe der 1000 Rt. erhält, kann dieselbe bis zu dem letzten Termine $4\frac{1}{2}$ Jahr nutzen, und also in allem

225 Rt.

225 Rthlr Zins rechnen. Wäre die Schuld nicht in einem mitlern Termine abgetragen worden, so hätte er erhalten können

					Zins
von den	1ten	100 Rthlr	9 × 5 Rthlr	=	45 Rthlr
— —	2 —	100 Rthlr	8 × 5 Rthlr	=	40 Rthlr
— —	3 —	100 Rthlr	7 × 5 Rthlr	=	35 Rthlr
— —	4 —	100 Rthlr	6 × 5 Rthlr	=	30 Rthlr
— —	5 —	100 Rthlr	5 × 5 Rthlr	=	25 Rthlr
— —	6 —	100 Rthlr	4 × 5 Rthlr	=	20 Rthlr
— —	7 —	100 Rthlr	3 × 5 Rthlr	=	15 Rthlr
— —	8 —	100 Rthlr	2 × 5 Rthlr	=	10 Rthlr
— —	9 —	100 Rthlr	1 × 5 Rthlr	=	5 Rthlr
— —	10 —	100 Rthlr	0 Rthlr	=	0 Rthlr,

also in allem von 45 × 100 Rthlr auf 1 Jahr 45 × 5 Rthlr = 225 Rthlr. Es ist also in Ansehung der Menge des Zinses weder der Gläubiger noch der Schuldner vervortheilt.

Man hätte hier auch auf die Art rechnen können, daß man den Zins, welcher dem Gläubiger zu gute kommt, gesucht, und dann daraus die Zeit bestimmt hätte, welche er das ganze Capital geniessen muß. Diese Zeit von der Zeit des letzten Termins abgezogen, giebt die Zeit des mitlern Zahlungstermins von dem Augenblick an gerechnet, in welchem die Schuld gemacht worden ist.

Daß es hinlänglich sey, auf die eine oder die andere Art allein den mitlern Zahlungstermin gefunden

zu haben, davon kann man sich auf folgende Art überzeugen. Von dem sämtlichen Zinse, welchen die ganze Schuld bis zum letzten Termine trägt, gehört ein Theil dem Schuldner, und der andere dem Gläubiger. Ist daher die Zeit richtig bestimmt, in welcher der Schuldner seinen Antheil von der ganzen Schuld erhalten soll, so muß die Differenz zwischen derselben und der ganzen hier in Betrachtung zu ziehenden Zeit, diejenige Zeit seyn, in welcher der Gläubiger seinen Antheil erhalten kann, und umgekehrt.

§. 221.

Es ist bey der bis jetzt nur an einem Beyspiele gezeigten Art des Verfahrens übrigens einerley, was für ein pr. C. angenommen wird, wenn man nur durchaus dasselbe pr. C. beybehält. Wollte man z. B. 1 pr. C. annehmen, und rechnen: Der Schuldner könnte, wenn er terminweise bezahlte,

	an Zins rechnen	
von den 1ten 100 Rthl.	1 × 1 Rthl. =	1 Rthl.
— — 2 — 100 Rthl.	2 × 1 Rthl. =	2 Rthl.
— — 3 — 100 Rthl.	3 × 1 Rthl. =	3 Rthl.
— — 4 — 100 Rthl.	4 × 1 Rthl. =	4 Rthl.
— — 5 — 100 Rthl.	5 × 1 Rthl. =	5 Rthl.
— — 6 — 100 Rthl.	6 × 1 Rthl. =	6 Rthl.
— — 7 — 100 Rthl.	7 × 1 Rthl. =	7 Rthl.
— — 8 — 100 Rthl.	8 × 1 Rthl. =	8 Rthl.
— — 9 — 100 Rthl.	9 × 1 Rthl. =	9 Rthl.
— — 10 — 100 Rthl.	10 × 1 Rthl. =	10 Rthl.,

also

also in allem von 55 × 100 Rthl auf 1 Jahr 55 × 1 Rthl = 55 Rthl, und er muß also, wenn er die ganze Schuld auf einmal abtragen will, dieselbe $\frac{55}{10}$ Jahr, d. h., $5\frac{1}{2}$ Jahr behalten; so zeigt so wohl dies Beyspiel als eine geringe Aufmerksamkeit auf die Natur der Sache, daß dadurch in der gefundenen Zeit keine Veränderung entstehen könnte. Man kann daher jedesmal das pr. C. nehmen, wodurch die Rechnung am einfachsten wird.

§. 222.

Die §. 219 gegebene allgemeine Regel zur Findung des mitlern Zahlungstermins läßt sich daher nun in folgende verwandeln. Man suche den Zins, welchen entweder der Schuldner oder der Gläubiger, wenn die Schuld terminweise abgetragen würde, rechnen könnte, (das pr. C. ist willkührlich) und bestimme aus diesem Zinse die Zeit, welche entweder jener oder dieser nöthig hat, um von der ganzen Schuld eben dieselbe Summe Zinses zu erhalten. Im ersten Falle erhält man die Zeit des mitlern Zahlungstermins vom Anfang der Verbindung zwischen dem Gläubiger und Schuldner, im letzten aber von der Zeit des letzten Termins an gerechnet. Uebrigens kann man bey der Findung der gedachten Zinse sich die dazu nöthige Arbeit durch die Anwendung des Lehrsatzes von

der Findung der Summe einer arithmetischen Progression sehr erleichtern, und vieles Schreiben ersparen.

Nach §. 44 nemlich ist es in Ansehung des Zinses gleich, ob man, vorausgesetzt, daß das pr. C. nicht geändert werde, den Zins von einem gegebenen Capitale und der vestgesetzten Zeit, oder von dem Producte aus dem Capitale und der Zahl der Zeit nach Jahren bestimmt, berechne. Es hat also der Schuldner, wenn er terminweise bezahlt, an Zins zu rechnen.

1.	von	100 Rthl.	auf	1	Jahr	d. h.	1 × 100 Rthl.
2.	—	100 Rthl.	—	2	—	—	2 × 100 Rthl.
3.	—	100 Rthl.	—	3	—	—	3 × 100 Rthl.
4.	—	100 Rthl.	—	4	—	—	4 × 100 Rthl.
5.	—	100 Rthl.	—	5	—	—	5 × 100 Rthl.
6.	—	100 Rthl.	—	6	—	—	6 × 100 Rthl.
7.	—	100 Rthl.	—	7	—	—	7 × 100 Rthl.
8.	—	100 Rthl.	—	8	—	—	8 × 100 Rthl.
9.	—	100 Rthl.	—	9	—	—	9 × 100 Rthl.
10.	—	100 Rthl.	—	10	—	—	10 × 100 Rthl., also

in allem von $((10+1) \times \frac{10}{2} \times 100$ Rthl., d. h. 55×100 Rthl., welches man so gar, ohne etwas aufzuschreiben, leicht übersehen kann.

Ausserdem aber giebt es für den §. 221 beschriebenen Fall noch folgenden Weg. Man sucht die Zahl der Jahre, welche die in jedem Termine zu bezahlende Summe stehen mußte, um den Zins zu tragen,

welchen

welchen der Schuldner oder der Gläubiger rechnen kann, und sucht dann die Zahl der Jahre, in welchen die ganze Schuld denselben Zins trägt. Der Zeitpunkt, von welchem an darauf der mitlere Zahlungstermin gerechnet werden muß, wird wie vorhin bestimmt. In dem betrachteten Exempel müßte der Schuldner 100 Rthlr 55 Jahr, der Gläubiger aber 45 Jahr benutzen können. Man rechnet also entweder

$$55 \text{ Jahr} \times \frac{100}{1000},$$
d. h. $55 \text{ Jahr} \times \frac{1}{10}$
oder $5\frac{1}{2}$ Jahr;

oder

$$45 \text{ Jahr} \times \frac{100}{1000}$$
d. h. $45 \text{ Jahr} \times \frac{1}{10}$
oder $4\frac{1}{2}$ Jahr.

Diese Art ist offenbar viel bequemer, als die vorhergehende; indeß mußte diese ebenfalls berührt werden, weil sie diejenige ist, auf welche die obige allgemeine Regel zur Findung des mitlern Zahlungstermins unmittelbar führt, und außerdem erfordert die unten folgende Beurtheilung der Art, den mitlern Zahlungstermin nach einfachem Zinse vestzusetzen, dieselbe.

§. 223.

Um endlich noch eine Art der Auflösung zu berühren, so suche man den Zins, welchen der Schuldner mehr

als der Gläubiger erhält, (in dem bisher betrachteten Falle ist solches leicht, es hat nemlich jedesmal der Schuldner vor dem Gläubiger den Zins voraus, welchen die in dem letzten Termine zu bezahlende Summe bis zu ihrer Fallzeit trägt) und addire entweder die Hälfte der Zeit, in welcher die ganze Schuld diesen Zins trägt, zu der Hälfte der Zeit, in welcher der Schuldner die ganze Schuld abtragen will, oder subtrahire sie von derselben. Im ersten Falle erhält man die Zeit des mitlern Zahlungstermins vom Anfang, und im andern vom Ende an gerechnet.

Der Schuldner hat z. B. in der auf mehrere Arten bereits beantworteten Frage vor dem Gläubiger den Zins von 100 Rthl in 10 Jahren voraus; die Zeit, in welcher er seine Schuld abtragen will, ist 10 Jahre, und 1000 Rthl, die ganze Schuld, trägt in einem Jahre so viel Zins, als 100 Rthl in 10 Jahren. Hieraus ergeben sich sogleich $5\frac{1}{2}$ und $4\frac{1}{2}$ Jahr, als die Zeiten des mitlern Zahlungstermins auf die gedachte Art verschiedentlich bestimmt, und es hat daher diese Art hier vor allen andern einen Vorzug. Sollten 5000 Rthl auf eine ähnliche Art in 5 einjährigen Terminen bezahlt werden, so hätte der Schuldner den Zins von 1000 Rthl auf 5 Jahre oder von 5000 Rthl auf 1 Jahr voraus, und er müßte also nach 3 Jahren die ganze Schuld entrichten.

Ueber-

Ueberlegt man hier alles recht genau, so findet man, daß der mitlere Zahlungstermin vom Anfang gerechnet, um die Hälfte eines Termins grösser sey, als die Zeit, in welcher die ganze Schuld abgetragen werden soll, und vom Ende an gerechnet, um eben so viel kleiner.

§. 224.

Wenn alle Umstände so bleiben, als sie im 221ten §. vestgesetzt worden sind, der mitlere Zahlungstermin aber nach Zinseszinse bestimmt werden soll; so ist ein sehr leichter Weg, die Zeit desselben zu finden, dieser, daß man den Nutzen berechnet, welchen der Gläubiger, wenn terminweise bezahlt würde, von den in den vestgesetzten Terminen zu bezahlenden Summen von ihrer Fallzeit an bis zu dem letzten Termine durch den Zinseszins ziehen könnte, dann die Zeit sucht, in welcher er denselben Nutzen von der ganzen Schuld erhalten kann, und diese Zeit endlich, wenn man die Entfernung des mitlern Zahlungstermins vom Anfang der Entstehung der Schuld an angeben will, von der Zahl der Jahre aller Termine abzieht.

Der mitlere Zahlungstermin muß hier auf die Art bestimmt werden, daß einmal der Schuldner den Nutzen, welchen er bey demselben von der ganzen Schuld bis zu dem mitlern Zahlungstermine durch den Zinseszins erhält, nebst dem Vor-

theile, welchen er von diesem Nutzen durch den Zinseszins vom mitlern Zahlungstermine an bis zu dem letzten Termine rechnen kann, so hoch bringen könne, als er, wenn er terminweise bezahlt hätte, den Zinseszins aller abzutragenden Summen bis zu ihrer Fallzeit, nebst dem Zinseszinse aller dieser Interessen bis zu dem letzten Termine anschlagen kann; und zweytens, daß der Gläubiger im Stande sey, von dem mitlern Zahlungstermine an bis zu dem letzten Termine von der ganzen Schuld so viel Zinseszins zu ziehen, als die terminweise abzutragenden Summen von ihrer Fallzeit an bis zu dem letzten Termine gegeben haben würden. Gesetzt, daß jemand 1000 Rthl., die er in 10 einjährigen Terminen, jedesmal mit 100 Rthl. bezahlen sollte, in einem nach Zinseszinse vestgesetzten mitlern Zahlungstermine abtragen wollte; so würde er, wenn er terminweise bezahlte, rechnen können

von den in den Term. zu bezahl. Sum.	den Zinseszins für Jahre	den Zinseszins dieser Sum. für J.
der 1ten — —	— 1 —	— 9
— 2 — —	— 2 —	— 8
— 3 — —	— 3 —	— 7
— 4 — —	— 4 —	— 6
— 5 — —	— 5 —	— 5
— 6 — —	— 6 —	— 4
— 7 — —	— 7 —	— 3
— 8 — —	— 8 —	— 2
— 9 — —	— 9 —	— 1
— 10 — —	— 10 —	— 0

und so viel als dies insgesammt beträgt, muß er bey einem mitlern Zahlungstermine auf die gedachte Art ebenfalls erhalten können.

nen. Der Gläubiger hingegen könnte, wenn terminweise bezahlt würde, rechnen

von den in den Term. zu bezahl. Sum.					den Zinseszins für Jahre
der	1ten	—	—	—	9
—	2 —	—	—	—	8
—	3 —	—	—	—	7
—	4 —	—	—	—	6
—	5 —	—	—	—	5
—	6 —	—	—	—	4
—	7 —	—	—	—	3
—	8 —	—	—	—	2
—	9 —	—	—	—	1
—	10 —	—	—	—	0 und eben

so viel muß er bey einem mitlern Zahlungstermine von demselben an bis zu dem letzten Termine durch den Zinseszins erhalten können. Man überzeugt sich hier bald davon, daß der Nutzen des Gläubigers und der Nutzen des Schuldners zusammengenommen dem Zinseszinse gleich sey, welchen die ganze Schuld vom Anfang an bis zu dem letzten Termine trägt, und daß daher, wenn die Zeit richtig bestimmt ist, welche der Gläubiger gebraucht, um von der ganzen Schuld den ihm zukommenden Nutzen durch den Zinseszins zu erhalten, die dem Schuldner zu gestattende Zeit durch den Abzug jener von der Zeit aller Termine sich ergeben müsse.

§. 225.

§. 225.

Der Nutzen, welchen der Gläubiger, wenn terminweise bezahlt würde, von den in den vestgesetzten Terminen zu bezahlenden Summen von ihrer Fallzeit an bis zu dem letzten Termine rechnen könnte, läßt sich für den bisher betrachteten Fall nach §. 124 leicht berechnen. In dem im vorhergehenden §. angeführten Exempel wäre er zu entwickeln aus

$$(100 \text{ Rthlr} + 20 \times 100 \text{ Rthlr}) \times \frac{21^9}{20^9} - 20 \times 100 \text{ Rthlr}$$

oder $2100 \text{ Rthlr} \times \frac{21^9}{20^9} - 2000 \text{ Rthlr}$. Da nun $L.\ 2100 = 3{,}3222193$, und $L.\ \frac{21^9}{20^9} = 0{,}1907037$; so ist $L.\ 2100 \times \frac{21^9}{20^9} = 3{,}5129230$. Da nun hiezu die Zahl 3257,78 gehört, so sind 3257,78 Rthlr — 2000 Rthlr, oder 1257,78 Rthlr, das durch den Zinseszins vermehrte Capital, und 1257,78 Rthlr — 1000 Rthlr, oder 257,78 Rthlr der Nutzen, welchen der Gläubiger in Anschlag bringen kann. Nunmehr findet man nach dem aus der Zeitrechnung hieher gehörigen leicht die Zeit, welche der Gläubiger haben muß, um eben denselben Vortheil durch den Zinseszins von 1000 Rthlr zu erhalten. Es ist nemlich

L. 1257,

L. 1257,78 = 3,0996075 und
L. 1000 = 3,0000000, folglich
L. 1257,78 — L. 1000 = 0,0996075. Nun dividire man, wie in der Zeitrechnung gelehret worden

211893   996075000 | 4,7008
          1528139686 |
          48500185
          18474
          2893
          178
          1

Es muß also der Gläubiger die ganze Schuld vor dem letzten Termine 4,7008 Jahre nutzen können, und der Schuldner also dieselbe 10 Jahre weniger 4,7008 Jahre, oder 5,299 Jahre behalten.

Es ist in dem vorhergehenden der Zinseszins zu 5 pr. C. gerechnet worden; man kann aber auch hier, so wie bey der Berechnung des mittern Zahlungstermins nach einfachem Zinse ein anderes pr. C. und zwar was für eins man will annehmen, wofern man nur das einmal angenommene bis ans Ende beybehält.

§. 226.

Will man die Zeit, welche der Schuldner die ganze Schuld behalten muß, unmittelbar finden, so ist der bequemste Weg dazu folgender. Man sucht nach den Regeln

geln der doppelten Rabattrechnung die Summe, welche für die terminweise zu bezahlende Schuld bey doppeltem Rabatte sogleich bezahlt werden müßte, und wenn das geschehen ist, so sucht man ferner die Zeit, welche diese Summe gebraucht, um durch den Zinseszins zu der Grösse der ganzen Schuld zu wachsen. Diese Zeit ist die verlangte. Uebrigens kann man auch hier ein pr. C. nach Willkühr annehmen.

Das vorhergehende Exempel beyzubehalten, so findet man die für 1000 Rth, die in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen bezahlt werden sollen, mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. sogleich zu erlegende Summe aus

$$20 \times 100 \text{ Rth} - 21 \times 100 \text{ Rth} \times \frac{20^{11}}{21^{11}}$$

$$\text{oder } 2000 \text{ Rth} - 2100 \text{ Rth} \times \frac{20^{11}}{21^{11}}. \text{ (s. §. 181 f.)}$$

$$\text{Da nun L. } \frac{20^{11}}{21^{11}} = -1{,}7669177, \text{ und}$$

$$\text{L. } 2100 = 3{,}3222193, \text{ also}$$

$$\text{L. } 2100 \times \frac{20^{11}}{21^{11}} = 3{,}0891370,$$ und dieser Logarithme zu 1227,826 gehört; so ist die sogleich zu erlegende Summe gleich 2000 Rth weniger 1227,826 Rth, oder 772,174 Rth. Die Zeit zu finden, in welcher 772,174 Rth durch den Zinseszins zu 5 pr. C. 1000 Rth werden, lehret die Zeitrechnung. Es ist

$$\text{L. } 1000 = 3{,}0000000, \text{ und}$$

$$\text{L. } 772{,}174 = 2{,}8877146, \text{ also}$$

$$\text{L. } 1000 - \text{L. } 772{,}174 = 0{,}1122854.$$ Nun wird dividirt

211893

211893 | 11228540000 | 5,2991
774094337
6338124
21120093
301881
212000
10419
9538
142
31
1

Der Schuldner muß also 5,2991 Jahr zur Benutzung der ganzen Schuld erhalten.

In Ansehung der Rechnung ist diese Art nicht schwerer als die vorhergehende; der Grund der Richtigkeit des Verfahrens aber fällt bey der vorhergehenden Art eher in die Augen. Auch kann man bey solchen Fällen, wie der bisher betrachtete zur Findung der baar zu erlegenden Summe die §. 186 gedachten Tabellen gebrauchen und sich dadurch die Rechnung noch mehr erleichtern.

§. 227.

Die bisher betrachteten beyden Arten den mitlern Zahlungstermin zu bestimmen, findet man in den hieher gehörigen Schriften gewöhnlicher Weise allein, und sie sind auch die beyden einzigen, auf welche die §. 219 angeführte allgemeine Regel leitet. Es läßt sich indeß noch eine dritte

dritte Art gedenken, diejenige nemlich, welche den mitlern Zahlungstermin nach dem einfachen Rabatte angiebt, und es kann nicht schädlich seyn, auch hievon mit wenigem zu reden. Die allgemeine Regel hiebey ist: Es muß der mitlere Zahlungstermin so vestgesetzt werden, daß die für die ganze Schuld, bey einer frühern Zahlung derselben von der Zeit des mitlern Zahlungstermins, mit einfachem Rabatte sogleich zu bezahlende Summe gleich sey dem Capitale, welches die einfache Rabattrechnung als die für die terminweise abzutragende Schuld sogleich zu bezahlende Summe angiebt. Soll also der mitlere Zahlungstermin nach einfachem Rabatte vestgesetzt werden, so suchet man zuvörderst die Summe, welche für die terminweise abzutragende Schuld bey einfachem Rabatte sogleich bezahlt werden müßte, und bestimmt dann die Zeit, in welcher diese Summe durch den einfachen Zins zu der Grösse der ganzen Schuld anwächst. Diese Zeit ist die gesuchte Zeit des mitlern Zahlungstermins. Das pr. C. des Rabatts und des Zinses kann seyn, welches es will, doch muß durch die ganze Rechnung ein und dasselbe pr. C. beybehalten werden.

§. 228.

Gesetzt, daß der mitlere Zahlungstermin für 1000 Rk, die ohne Zins in 10 einjährigen Terminen und gleichen

chen Summen abzutragen sind, nach einfachem Rabatte zu 5 pr. C. vestgesetzt werden sollte; so ist zuvörderst die für die gedachte 1000 Rthlr sogleich zu bezahlende Summe $794\frac{1}{2}$ Rthlr, (s. §. 161) und die Zeit, in welcher diese $794\frac{1}{2}$ Rthlr durch den einfachen Zins a 5 pr. C. zu 1000 Rthlr anwachsen, gleich $\frac{205,5}{5 \times 7,945}$ Jahre. Rechnet man nun

7945	4110000	5,173
6675555
148173
39031
6276
5 45
3

so findet man 5,173 Jahre, oder 5 Jahre und 9 Wochen. Nur so lange dürfte also bey dieser Bestimmung des mitlern Zahlungstermins der Schuldner die ganze Schuld nutzen.

§. 229.

Auf was für eine Art soll und muß nun aber bey wirklichen Vorfällen der mitlere Zahlungstermin vestgesetzt werden? nach dem einfachen Zinse, oder nach dem Zinseszinse, oder nach dem einfachen Rabatte? Nach dem einfachen Zinse kann solches ohne Vervortheilung des Gläubigers nicht geschehen. Man betrachte nur, um sich hievon zu überzeugen, nach der

§. 221 bis 223 befindlichen weitläuftigen Auseinandersetzung der Bestimmung des mitlern Zahlungstermins nach einfachem Zinse, genau den Zins, welchen der Schuldner und Gläubiger in Anschlag zu bringen haben, insbesondere aber die Zeit, wo sie ihn erhalten sollten, und die Art, wie man bey der Bestimmung des mitlern Zahlungstermins darauf Rücksicht nimmt. Wenn der Zins zu 5 pr. C. gerechnet wird, so erhält in dem zum Grunde liegenden Falle der Schuldner an Zins

nach Jahren	ohne mitlern Zahlungstermin	bey einem mitlern Zahlungstermine
— 1 —	— 50 Rthlr	— — 50 Rthlr
— 2 —	— 45 Rthlr	— — 50 Rthlr
— 3 —	— 40 Rthlr	— — 50 Rthlr
— 4 —	— 35 Rthlr	— — 50 Rthlr
— 5 —	— 30 Rthlr	— — 50 Rthlr
— 5½ —	— 0	— — 25 Rthlr
— 6 —	— 25 Rthlr	— — 0 —
— 7 —	— 20 Rthlr	— — 0 —
— 8 —	— 15 Rthlr	— — 0 —
— 9 —	— 10 Rthlr	— — 0 —
— 10 —	— 5 Rthlr	— — 0 —

Es erhält also der Schuldner bey einem mitlern Zahlungstermine verschiedene Zinsposten eher, als er, wenn er terminweise bezahlte, dieselben rechnen könnte; nemlich 5 Rthlr anstatt nach 10 Jahren nach 2 Jahren, 10 Rthlr anstatt nach

nach 9 Jahren nach 3 Jahren, 15 Rthlr anstatt nach 8 Jahren nach 4 Jahren, 20 Rthlr anstatt nach 7 Jahren nach 5 Jahren, und 25 Jahren anstatt nach 6 Jahren nach 5½ Jahre. Der Gläubiger hingegen erhält an Zins

nach Jahren	ohne mitlern Zahlungstermin	bey einem mitlern Zahlungstermine
— 1 —	— 0 —	— 0 —
— 2 —	— 5 Rthlr —	— 0 —
— 3 —	— 10 Rthlr —	— 0 —
— 4 —	— 15 Rthlr —	— 0 —
— 5 —	— 20 Rthlr —	— 0 —
— 6 —	— 25 Rthlr —	— 25 Rthlr
— 7 —	— 30 Rthlr —	— 50 Rthlr
— 8 —	— 35 Rthlr —	— 50 Rthlr
— 9 —	— 40 Rthlr —	— 50 Rthlr
— 10 —	— 45 Rthlr —	— 50 Rthlr.

Der Gläubiger bekommt also bey einem mitlern Zahlungstermine verschiedene Zinsposten später, als er, wenn terminweise bezahlt worden wäre, dieselben hätte rechnen können; nemlich 5 Rthlr anstatt nach 2 Jahren nach 10 Jahren, 10 Rthlr anstatt nach 3 Jahren nach 9 Jahren, 15 Rthlr anstatt nach 4 Jahren nach 8 Jahren, und 20 Rthlr anstatt nach 5 Jahren nach 7 Jahren. Ist daher nicht offenbar der mitlere Zahlungstermin, wenn er nach einfachem Zinse bestimmt wird, zum Schaden des Gläubigers und zum Vortheile des Schuldners? Wenn ein

Schuldner eine nach einer gewissen Zeit erst fällige Schuld mit einfachem Rabatte früher bezahlen will, so wird daben auf die Zeit der daselbst in Anschlag zu bringenden Zinse nicht gesehen, weil (s. §. 199) der daher mögliche Nachtheil dem Schuldner durch anderweitige Umstände ersetzt wird. Aber was soll hier der Gläubiger für anderweitige Vortheile in Anschlag bringen, um den Nachtheil nicht zu achten, der daher für ihn entspringt, daß man nicht auf die Zeit der ihm zukommenden Zinse Rücksicht nimmt? Wie, wenn in den meisten Fällen der mitlere Zahlungstermin mehr von dem Schuldner als von dem Gläubiger verlangt würde?

§. 230.

Wie verhält es sich also mit der Bestimmung des mitlern Zahlungstermins nach Zinseszinse? Sollte man bey der Vestsetzung des mitlern Zahlungstermins die Rechnung nach Zinseszinse empfehlen müssen, da man sonst dieselbe verwirft? Kann hier durch die Rechnung nach Zinseszinse Vervortheilung verhütet werden, da sie sonst dadurch befördert wird? Es sind diese Fragen allerdings zu bejahen, und der anscheinende Widerspruch fällt weg, wenn man bedenkt, daß bey der Vestsetzung eines mitlern Zahlungstermins nach Zinseszinse nicht blos der Nutzen des Schuldners, sondern auch der Nutzen des Gläubigers nach Zinseszinse berechnet wird, und daß der Schuldner auch den Zins rechnen muß, welchen der

von

von der ganzen Schuld bis zu dem mitlern Zahlungstermine erhaltene Zins von diesem Zeitpunkte an bis zu dem letzten Termine trägt. Wird daher der mitlere Zahlungstermin nach Zinseszinse bestimmt, so ist die Vervortheilung des Gläubigers wenigstens so groß nicht, als wenn derselbe nach einfachem Zinse bestimmt worden wäre; allein es bleibt gleichwohl in so fern noch eine Vervortheilung des Gläubigers möglich, weil der Schuldner die Benutzung der Summe des letzten Termins vor dem Gläubiger voraus hat, und ihm also davon doch Zinseszins zu ziehen erlaubt wird.

§. 231.

Gesetzt der Gläubiger sagte: Wenn mir ein Schuldner 1000 Rthlr in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen ohne Zins zu bezahlen verspricht, so tritt er mit mir in eben die Verbindung, als wenn er mir $794\frac{1}{2}$ Rthlr sogleich zu geben verpflichtet wäre (s. §. 161); will er also seine Schuld in einem mitlern Zahlungstermine abtragen, so ist es so viel, als ob er jetzt von mir $794\frac{1}{2}$ Rthlr unter der Bedingung aufnähme, daß er mir dafür 1000 Rthlr, wenn der einfache Zins a 5 pr. C. $205\frac{1}{2}$ Rthlr ausmachen würde, wiedergeben wolle, und ich brauche ihm also auch jene 1000 Rthlr nicht länger zu lassen, als bis die $794\frac{1}{2}$ Rthlr durch den einfachen Zins a 5 pr. C. zu 1000 Rthlr angewachsen sind, und dazu werden 5,173 Jahre erfordert; gesetzt ein Gläubiger sagte so, so hätte er ohnstreitig nichts

weiter wider sich, als daß die gedachten 1000 Rthlr. nur, wenn sie wirklich mit einfachem Rabatte a 5 pr. C. bezahlt werden, $794\frac{1}{2}$ Rthlr. am Werthe gleich sind. Wäre also ein Fall von der Art da, daß nicht so wohl dem Gläubiger als dem Schuldner an einem mitlern Zahlungstermine gelegen wäre, so könnte derselbe allerdings nach dem einfachen Rabatte bestimmt werden. Alles genau erwogen, so erhält alsdann der Gläubiger einen Vortheil, den er ohne einen mitlern Zahlungstermin nicht gehabt haben würde; allein einmal kann der Schuldner eigentlich nicht sagen, daß er dadurch vervortheilt werde, zweytens hat der Schuldner dagegen den Vortheil, daß er eine Zeitlang gar nicht an die Abtragung seiner Schuld denken darf, drittens erhält der Gläubiger bey einem mitlern Zahlungstermine verschiedene Zinsposten später, als bey der Zahlung in Terminen, und endlich hat der Gläubiger bey einem mitlern Zahlungstermine mehr Sorge in Ansehung der Unterbringung des Capitals, als ohne denselben. Soll aber auf dieses alles nicht gesehen werden, so wird freylich der mitlere Zahlungstermin am besten nach dem doppelten Zinse oder Rabatte bestimmt. Eine weitläuftigere Untersuchung dieses Gegenstandes gehöret nicht hieher.

§. 232.

Wenn die terminweise abzutragende Schuld bis zu ihrer Fallzeit einen verabredeten Zins trägt, in dem

dem bisher betrachteten Exempel z. B. der Schuldner seine Schuld mit 2 pr. C. verzinsen wollte; so sind die mehresten der bisher gegebenen Regeln ebenfalls, doch mit einiger Veränderung oder Zusätzen, brauchbar. Nun ist z. B. das pr. C., nach welchem man den Nutzen des Schuldners und Gläubigers berechnen will, nicht mehr willkührlich, welches nach einiger Ueberlegung der Natur dieses Falls keines weitern Beweises bedarf, sondern es muß dazu das landübliche, oder 5 pr. C., genommen werden. Ferner bleiben die bisher möglichen und empfohlnen Verkürzungen in der Berechnung des Nutzens des Schuldners und des Gläubigers von der terminweise zu bezahlenden Schuld nicht dieselben, u. d. gl. Man überdenke, sich davon zu überzeugen, die folgenden Fälle genau.

§. 233.

Angenommen also, daß jemand einem andern 1000 Rthlr in 10 einjährigen Terminen, jedesmal mit 100 Rthlr abzutragen, und dieselben bis zu ihrer Bezahlung mit 2 pr. C. zu verzinsen versprochen hätte, hinterher aber wünschte, die ganze Schuld in einem mitlern Zahlungstermine zu bezahlen; so wäre, wenn der mitlere Zahlungstermin nach einfachem Zinse vestgesetzt werden sollte, dieser Fall nicht verschieden von dem, wenn der Schuldner sich verpflichtete, den von dem terminweise zu

bezahlenden Summen ihm zukommenden Vortheil nur zu 3 pr. C. zu rechnen, und dagegen den bey einem mitlern Zahlungstermine von der ganzen Schuld zu erhaltenden Nutzen zu 5 pr. C. sich anschlagen zu lassen. Stellt man es sich auf diese Art vor, so ist das übrige leicht. Der Schuldner erhält nemlich, wenn terminweise bezahlt wird

$$55 \times 100 \text{ Rthlr} \times \frac{3}{100} \text{ oder } 165 \text{ Rthlr},$$

und die Zeit, welche er, um diese Summe durch den Zins a 5 pr. C. von der ganzen Schuld zu erhalten braucht, oder die Zeit des mitlern Zahlungstermins ist

$$\frac{165}{5 \times 10} \text{ oder } 3,3 \text{ Jahre.}$$

Der Gläubiger hingegen kann, wenn terminweise bezahlt wird, an Zins rechnen

1. $45 \times 100 \text{ Rthlr} \times \frac{1}{20}$ oder 225 Rthlr
2. $55 \times 100 \text{ Rthlr} \times \frac{1}{50}$ oder 110 Rthlr, also überhaupt — 335 Rthlr

Um dieselbe Summe durch den Zins a 5 pr. C. von der ganzen Schuld oder 1000 Rthlr zu erhalten, wird an Zeit erfordert.

$$\frac{335}{5 \times 10} \text{ oder } 6,7 \text{ Jahre.}$$

§. 234.

Soll der mitlere Zahlungstermin nach Zinseszinse vestgesetzt werden, so ist der bequemste Weg dazu, daß man nach §. 194 diejenige Summe sucht, welche der

Schuld=

Schuldner, wenn er mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. sogleich bezahlen wollte, baar zu entrichten hätte, und dann die Zeit bestimmt, welche diese Summe gebraucht, um durch den Zinseszins a 5 pr. C. zu der Grösse der ganzen Schuld anzuwachsen. Die in dem betrachteten Exempel baar zu bezahlende Summe findet man aus

$$\frac{100\ \text{Rthl.} \times \frac{51}{50} \times \frac{20}{21} - 100\ \text{Rthl.} \times \frac{51^{11}}{50^{11}} \times \frac{20^{11}}{21^{11}}}{1 - \frac{51}{50} \times \frac{20}{21}},$$

und wie aus der baar zu bezahlenden Summe die gedachte verlangte Zeit gefunden werde, ist bereits öfters gezeigt worden. Alle andere Wege sind zu weitläuftig, als daß sie verdienen sollten, beschrieben zu werden.

§. 235.

Soll endlich der mitlere Zahlungstermin nach einfachem Rabatte vestgesetzt werden, so lehret der 157te und 165te §, wie man die von dem Schuldner, wenn er mit einfachem Rabatte sogleich bezahlen wollte, baar zu entrichtende Summe findet, und weiß man erst diese Summe, so ist das übrige leicht und aus dem bisherigen klar.

Wenn man die §. 229 bis 231 angestellte Untersuchung auf den §. 232 f. betrachteten Fall anwendet, so wird man die daselbst angeführten Behauptungen ebenfalls bestätiget finden.

§. 236.

Gesetzt, daß die Termine, in welchen der Schuldner seine Schuld bezahlen sollte, selbst zwar in gleichen Zwischenräumen auf einander folgen, die Zeit des ersten Termins aber von der Zwischenzeit jeder zweyer auf einander folgenden Termine verschieden ist; so berechnet man, was auch übrigens für Bedingungen vestgesetzt seyn mögen, jedesmal, nach den statt findenden Umständen und den dafür in der Zinsrechnung und Rabattrechnung gegebenen Regeln, entweder den Nutzen, welchen der Schuldner oder der Gläubiger, wenn terminweise bezahlt würde, rechnen könnte, oder die für die ganze Schuld, wenn sie mit Rabatte sogleich bezahlt werden sollte, baar zu entrichtende Summe, und suchet dann aus dem gefundenen auf den bisher betretenen Wegen die Zeit des mitlern Zahlungstermins. Wer die bisherigen Exempel genau überdacht und gefaßt hat, der wird hiernach leicht im Stande seyn, die vorkommenden Aufgaben dieses Falls aufzulösen.

§. 237.

Sind b (s. §. 221) entweder die Summen der Schuld, welche terminweise bezahlt werden sollte, und für welche man einen mitlern Zahlungstermin finden will, ungleich, oder die Termine von einander nicht

gleich

gleich weit entfernt, oder finden sich beyde Umstände zusammen; so muß man, was auch übrigens noch für Bedingungen vestgesetzt seyn mögen, theilweise entweder den Nutzen des Gläubigers oder Schuldners, wenn terminweise bezahlt würde, berechnen, oder eben so die, wenn mit Rabatte sogleich bezahlt werden sollte, für die ganze Schuld baar zu entrichtende Summe finden, und dann endlich aus dem gefundenen die Zeit des mitlern Zahlungstermins suchen. Sollte z. B. für 5000 Rthlr, die ohne Zins in ungleichen Summen zu 2000 Rthlr, 1750 Rthlr und 1250 Rthlr in drey Terminen abgetragen werden sollten, davon der erste nach 3, der andere nach 4 und der dritte nach $5\frac{1}{2}$ Jahre fiele, ein mitlerer Zahlungstermin gefunden werden; so müßte man,

wenn der mitlere Zahlungstermin nach einfachem Zinse bestimmt werden sollte,

1. den Nutzen, welchen der Schuldner durch den einfachen Zins von 2000 Rthlr in 3 Jahren,

2. den Nutzen, welchen er von 1750 Rthlr in 4 Jahren und

3. den Nutzen, den er von 1250 Rthlr in $5\frac{1}{2}$ Jahre erhalten könnte, berechnen, und dann die Zeit suchen, in welcher er denselben Nutzen durch gleichen einfachen Zins von 5000 Rthlr erhalten könnte;

wenn

wenn aber der mitlere Zahlungstermin nach Zinseszinse vestgesetzt werden sollte,

1. den Nutzen, welchen der Gläubiger durch den Zinseszins von 2000 Rthl in $2\frac{1}{2}$ Jahre, und

2. den Nutzen, welchen er auf eben die Art von 1750 Rthl in $1\frac{1}{2}$ Jahre erhalten könnte, suchen, dann die Zeit bestimmen, in welcher er denselben Nutzen durch den Zinseszins von 5000 Rthl gewinnen könnte, und diese von $5\frac{1}{2}$ Jahre abziehen; und endlich,

wenn der mitlere Zahlungstermin nach einfachem Rabatte bestimmt werden sollte,

1. die für 2000 Rthl, so nach 3 Jahren,

2. die für 1750 Rthl, die nach 4 Jahren, und

3. die für 1250 Rthl, die nach $5\frac{1}{2}$ Jahren fällig sind, bey einfachem Rabatte sogleich zu entrichtende Summe suchen, und daraus nachher die verlangte Zeit finden.

Da die zur gänzlichen Ausrechnung der hieher gehörigen Exempel nöthige Regeln bereits in der Zinsrechnung, Rabattrechnung und Zeitrechnung angeführt und durch Beyspiele hinlänglich erläutert worden sind, so wäre es ohnstreitig überflüssig, bey diesen Fällen länger zu verweilen.

Ver-

Veränderte und getheilte Zahlungstermine.

§. 238.

Was unter den veränderten Zahlungsterminen überhaupt zu verstehen sey, bedarf keiner Anzeige; aber dagegen muß bemerkt werden, daß hier unter diesem Titel nicht solche Fälle abgehandelt werden sollen, in welchen Geld das in einem Termine fällig ist, früher oder später aber doch in einem Termine, und also mit Zinse oder mit Rabatte bezahlt werden soll. Die dabey nöthigen Rechnungen sind schon in der Zinsrechnung, Rabattrechnung und Zeitrechnung da gewesen. Veränderte Zahlungstermine, im engern Verstande nemlich genommen, finden statt, wenn Geld, das in verschiedenen Terminen bezahlt werden sollte, nach einem anderweitigen Vertrage nun in andern, aber auch mehrern, Terminen abgetragen werden muß. Es redet z. B. ein Schuldner mit seinem Gläubiger, dem er 1000 Rthlr in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen zu bezahlen versprochen, hinterher ab, daß er diese Schuldsache in 5 zweyjährigen Terminen abmachen darf. Hier sind verschiedene Termine in verschiedene andere verwandelt worden, und es kann dabey, wenn die Termine bestimmt sind, die Frage entstehen, wie viel in jedem Termine bezahlt werden müsse, oder es können auch die Termine selbst

zu

zu suchen seyn. Was man in beyden Fällen für Regeln zu befolgen habe, muß und soll daher jetzt gezeigt werden.

§. 239.

Man überzeugt sich bey einiger Betrachtung der hieher gehörigen Aufgaben sehr bald von der Wahrheit folgender allgemeinen Regel: **Wenn Zahlungstermine verändert werden, so muß solches ohne Vervortheilung so wohl des Gläubigers als des Schuldners geschehen**; und eben so leicht entdeckt man die verschiedenen möglichen Arten der Beurtheilung, ob dies geschehen sey oder nicht. Man kann nemlich untersuchen, ob der Gläubiger und Schuldner bey den veränderten Terminen noch eben so viel einfachen Zins entweder oder Zinseszins auf ihre Rechnung setzen können, als wenn die Termine nicht verändert wären; oder ob die in den veränderten Terminen bezahlte Schuld, nach dem einfachen Rabatte auf ihren jetzigen Werth zurückgebracht, eben die Summe gebe, welche man erhält, wenn man die in den unveränderten Terminen zu bezahlende Schuld auf gleiche Art reducirt. Uebrigens entsteht auch daher eine Verschiedenheit in der Veränderung der Zahlungstermine, daß die terminweise zu bezahlende Schuld bisweilen bis zu ihrer Fallzeit verzinset werden muß, und bisweilen nicht.

§. 240.

§. 240.

Was die getheilten Zahlungstermine betrifft, so finden dieselben statt, wenn Geld, das auf einmal bezahlt werden sollte, nach getroffener Verabredung nun in mehrern Terminen bezahlt wird. Auch hier muß weder der Gläubiger noch der Schuldner leiden, und es kann, ob dies statt finde oder nicht, auf eben die Arten, als bey den veränderten Zahlungsterminen, beurtheilt werden. Das Geld, welches anstatt auf einmal in verschiedenen Terminen bezahlt werden soll, trägt ebenfalls bis zu seiner Fallzeit entweder keinen Zins, oder es steht bis dahin auf Zins. Endlich giebt es, so wohl bey den veränderten Zahlungsterminen als bey den getheilten, noch mehrere Umstände, welche in den dazu gehörigen Fällen Mannigfaltigkeit verursachen; es wird aber besser seyn, darauf erst in der Folge zu sehen. Mit der Betrachtung der getheilten Zahlungstermine wird am füglichsten der Anfang gemacht.

§. 241.

Wenn eine Summe Geldes in verschiedenen Terminen bezahlt werden soll, so ist dieselbe entweder sogleich oder erst nach einiger Zeit fällig. Ein Fall von der ersten Gattung fände statt, wenn jemand einem andern 3546 Rthlr gäbe, und derselbe sie ihm mit dem Zinse, z. B. in 4 einjährigen Terminen und in glei-

chen.

chen Summen, von jetzt an gerechnet, wiedergeben sollte; oder wenn jemand nach 10 Jahren von einem andern 3546 Rthlr ohne Zins zu fordern hätte, und nach Verlauf dieser 10 Jahre mit demselben verabredete, daß er ihm, von nun an gerechnet, diese 1000 Rthlr unter eben den Bedingungen abtragen sollte. Zur andern Gattung aber gehört: Es hat jemand 1000 Rthlr ohne Zins nach 10 Jahren zu fordern, verabredet aber nach 2 Jahren mit seinem Schuldner, daß er ihm diese Schuld in drey zweyjährigen Terminen und gleichen Summen, doch ohne seinen (des Schuldners) Nachtheil, bezahle. Ausser der Summe, die in getheilten Terminen bezahlt werden soll, ist entweder die Zahl der Termine und ihre Entfernung von einander gegeben, und dann ist diejenige Summe, die in jedem Termine bezahlt werden muß, zu bestimmen; oder es ist diese Summe und die Zahl der Termine bekannt, und dann sucht man die Grösse der Termine; oder man weiß endlich ausser der ganzen Summe aller Terminzahlungen auch die Grösse der Termine, und dann bleibt die Zahl der Termine und die in jedem zu gebende Summe zu finden übrig.

§. 242.

Gesetzt also, daß eine Summe, die baar gegeben wird, oder jetzt fällig ist, in mehrern Terminen

und

und gleichen Summen, aber zugleich mit dem Zinse, den sie trägt, wiedergegeben werden soll, und Zinseszins gerechnet wird; so ist für den Fall, wenn die Zahl der Termine und ihre Grösse gegeben ist, und daher die Grösse der jedesmal zu entrichtenden Summe gefunden werden soll, das nöthige leicht aus §. 180 u. f. herzuleiten. Genau nemlich die gegenwärtigen Aufgaben betrachtet, so stehen sie den §. 180 u. f. erklärten entgegen, und man hat also zu ihrer Auflösung auch einen entgegenstehenden Weg einzuschlagen. So wird oben §. 181 gefragt: Wie viel muß mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. für 4090 Rthl., die in 4 einjährigen Terminen ohne Zins abgetragen werden sollen, sogleich bezahlt werden? und die Antwort war §. 182: 3545,95 Rthl., oder 3546 Rthl. Hier wird gefragt: Wie viel erhält man jedesmal, wenn man 3546 Rthl. mit dem Zinseszinse a 5 pr. C. in gleichen Summen und 4 einjährigen Terminen wieder bekömmt? und die Antwort hierauf muß daher auf die dem §. 181 und 182 betretenen Wege entgegenstehende Art gesucht werden.

§. 243.

Da also die bey doppelten Rabatte a 5 pr. C. für ein Capital, das in 4 einjährigen Terminen und gleichen Summen bezahlt werden soll, baar zu entrichtende Summe aus der Summe eines Termins gefunden wird,

wenn man dieselbe mit $\frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2} + \frac{20^3}{21^3} + \frac{20^4}{21^4}$, oder $20 - 21 \times \frac{20^5}{21^5}$ (s. §. 181 und 182) multiplicirt; so muß umgekehrt aus der baar zu gebenden oder gegebenen Summe, wenn man dieselbe mit $\frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2} + \frac{20^3}{21^3} + \frac{20^4}{21^4}$, oder mit $20 - 21 \times \frac{20^5}{21^5}$ dividirt, die in jedem Termine fällige Summe gefunden werden. Da also

$$L.\ 3546 = 3,5497387, \text{ und}$$

$$L.\ \frac{20^5}{21^5} = -\ 1,8940535, \text{ und}$$

$$L.\ 21 = 1,3222193, \text{ also}$$

$$L.\ 21 \times \frac{20^5}{21^5} = 1,2162728,$$ und dieser letzte Logarithme zu der Zahl 16,454 gehört, welche von 20 abgezogen 3,546 giebt; so ist der L. 3,546 = 0,5497387, und daher $L.\ 3546 - L.\ (20 - 21 \times \frac{20^5}{21^5}) = 3,0000000$, und die in jedem Termine abzutragende Summe 1000 Rthl.

Wollte man die Frage beantworten: Wie viel muß jedesmal gegeben werden, wenn man 772,173 Rthl. mit Zinseszinse à 5 pr. C. in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen wiedergeben will? so würde solches nach folgendem Ausdrucke geschehen müssen.

772,

$$772,173$$

$$20 - 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}}.$$

Nun ist $\text{L.}\ 772,173 = 2,8877146$, ferner

$\text{L.}\ \frac{20^{11}}{21^{11}} = -1,7669177$, und

$\text{L.}\ 21 = 1,3222193$, also

$\text{L.}\ 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}} = 1,0891370$, und daher

$21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}} = 12,2783$ folglich

$20 - 12,2783 = 7,7217$. Da

nun $\text{L.}\ 7,7217 = 0,8877129$, so ist

$\text{L.}\ 772,173 - \text{L.}\left(20 - 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}}\right) = 2,0000000$, und

also die in jedem Termine zu bezahlende Summe 100 Rthl.

§. 244.

Die zu dem betrachteten Falle gehörige Regel ist daher in Worten ausgedruckt: Man suche den Anzeiger, mit welchem man multipliciren müßte, wenn man die für ein Capital, das ohne Zins in den gegebenen Terminen in gleichen Summen bezahlt werden sollte, mit doppeltem Rabatte zu dem vestgesetzten pr. C. sogleich zu erlegende Summe finden wollte, und dividire

 damit

damit dasjenige Capital, welches mit Zinseszinse in gleich weit von einander entfernten Terminen und in gleichen Summen zurück bezahlt werden soll. Daß man bey der Rechnung selbst die Logarithmen mit Vortheile gebrauche, versteht sich von selbst.

§. 245.

Wenn die Termine einjährig sind, und so als in den betrachteten Exempeln angehen, so kann man sich auch der §. 186 und 187 beschriebenen Tabellen bedienen, um zu seinem Zwecke zu gelangen. Gebraucht man diejenigen, welche für 100 eingerichtet sind, (s. S. 222) so multiplicirt man jedesmal das gegebene Capital mit 100, und dividirt das Product durch die in der Tabelle neben der Zahl der Jahre aller Termine stehende Zahl; nimmt man aber diejenigen, die für 1 gemacht sind, so hat man bloß diese Division nöthig. Die Ausrechnung der Exempel §. 243 wäre auf diese Art.

354,59504	354600, / 285	1000 Rthl.
7,7217339	772,174 / 1	100 Rthl.

§. 246.

So bequem der Gebrauch dieser Tabellen in solchen Fällen ist, wenn die in jedem Termine zu gebende Summe durch eine eintheilige; obgleich zu irgend einer Ord-

nung

nung gehörende, Zahl ausgedruckt wird; so unbequem wird derselbe, wenn diese Zahl aus mehrern Theilen besteht. Für dergleichen Fälle wären Tabellen gut, die entweder anstatt der jetzigen Divisoren gleiches hervorbringende Multiplicatoren, oder die Logarithmen aller darin befindlichen Zahlen enthielten. Die gedachten Multiplicatoren erhält man unter andern durch Findung der dritten Proportionalzahl zu den in der Tabelle S. 223 befindlichen Zahlen und 1; von den erwähnten Logarithmen ist nicht nöthig weiter etwas zu sagen.

§. 247.

Soll die baar gegebene oder jetzt fällige Summe mit Zinseszins in gleich weit von einander entfernten Terminen und gleichen Summen zurück gegeben werden, der erste Termin aber von der Zeit des Vertrags anders entfernt seyn als ein jeder anderer Termin von dem nächst vorhergehenden oder nachfolgenden; so läßt sich die §. 244 gegebene Regel nichts desto weniger anwenden. Gesetzt z. B. daß 6563,78 Rthl jetzt gegeben würden oder fällig wären, und in 4 Terminen, davon der erste nach 5 Jahren, und die drey übrigen in den drey darauf folgenden Jahren sind, mit Zinseszins a 5 pr. C. und in gleichen Summen wieder gegeben werden sollten; so wäre, wenn ein Capital, das in 4 Terminen, nach 5, 6, 7 und 8 Jahren in gleichen

 Sum-

Summen aber ohne Zins zu bezahlen wäre, mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. sogleich bezahlt werden sollte, der Anzeiger der Veränderung der Summe eines Termins zur Findung der baaren Zahlung $21 \times \frac{20^5}{21^5} - 21 \times \frac{20^9}{21^9}$ oder $20 \times \frac{20^4}{21^4} - 20 \times \frac{20^8}{21^8}$, (s. §. 189. 190), und 6563,78 Rthlr. also mit dem einen dieser Anzeiger dividirt geben die in jedem Termine abzutragende Summe, 2250 Rthlr. Es ist nemlich

$$L.\ 6563{,}78 = 3{,}8171540; \text{ ferner}$$

$$L.\ \frac{20^5}{21^5} = -1{,}8940535, \text{ und}$$

$$L.\ 21 = 1{,}3222193, \text{ also}$$

$$L.\ 21 \times \frac{20^5}{12^5} = 1{,}2162728, \text{ folglich}$$

$$21 \times \frac{20^5}{21^5} = 16{,}454; \text{ ferner}$$

$$L.\ \frac{20^9}{21^9} = 1{,}8092963, \text{ und}$$

$$L.\ 21 = 1{,}3222193, \text{ also}$$

$$L.\ 21 \times \frac{20^9}{21^9} = 1{,}1315156, \text{ folglich}$$

$$21 \times \frac{20^9}{21^9} = 13{,}53678, \text{ und}$$

21 ×

$21 \times \frac{20^5}{21^5} - 21 \times \frac{20^9}{21^9} = 2,91722$. Da nun

$l.\ 2,91722 = 0,4649692$, so ist

$l.\ 6563,78 - l.\left(21 \times \frac{20^5}{21^5} - 21 \times \frac{20^9}{21^9}\right) = 3,3521848$,

und also die in jedem Termine zu bezahlende Summe 2250 Rthlr, indem 3,3521848 der Logarithme von 2250, eine Kleinigkeit nicht gerechnet, ist.

§. 248.

Wenn in jedem Termine zwar gleich viel bezahlet werden soll, die Termine aber ungleich weit von einander entfernt sind, so reicht die §. 244 gegebene Regel auch zur Auflösung dieser Fälle hin, es läßt sich aber alsdann der Divisor der angelegten Summe nur nicht so leicht als bisher finden. Gesetzt z. B. daß jemand 3500 Rthlr auf Zinseszins zu 5 pr. C. anlegte, und dieselbe mit dem Zinseszins in gleichen Summen nach 3, 5, 8 und 9 Jahren wieder verlangte, so müßte man, um die Summe eines jeden Termins zu finden, die gedachten 3500 Rthlr durch $\frac{20^3}{21^3} + \frac{20^5}{21^5} + \frac{20^8}{21^8} + \frac{20^9}{21^9}$ dividiren.

Da sich aber die Reihe $\frac{20^3}{21^3} + \frac{20^5}{21^5} + \frac{20^8}{21^8} + \frac{20^9}{21^9}$ nicht addiren läßt, so bleibt zur fernern Rechnung kein anderer Weg übrig, als von allen einzeln Gliedern dersel-

 ben

ben die Logarithmen, und zu jeden einzeln dieser Logarithmen die zugehörende Zahl zu suchen, alle diese Zahlen zu addiren, und den Logarithmen ihrer Summe von dem Logarithmen von 3500 abzuziehen, wo dann die zu dieser Differenz gehörige Zahl die in jedem Termine zu bezahlende Summe giebt. Es sind aber dergleichen Aufgaben viel seltner, als die in den vorhergehenden §§. betrachteten, so wie eben dies von den Aufgaben der doppelten Rabattrechnung gilt, womit sie in Verbindung stehen, daher auch von denselben in der doppelten Rabattrechnung nicht einmal besonders geredet worden ist.

§. 249.

Ist nun aber (s. §. 241) das Capital, das terminweise in gleichen Summen und mit Zinseszinse abgetragen werden soll, erst nach einiger Zeit fällig, so muß man vor allen Dingen den jetzigen Werth dieses Capitals nach den Regeln der doppelten Rabattrechnung suchen. Das pr. C., welches man hierbey zu nehmen hat, ist entweder eben dasjenige, wornach darauf der Zinseszins gerechnet wird, oder ein anderes; was für ein Fall aber auch statt finde, so ist der einzuschlagende Weg bekannt. Hat man nun das gedachte Capital auf seinen jetzigen Werth reducirt, so darf man nur diesen Werth anstatt des gegebenen Capitals nehmen, und ferner nach den bisher §. 241 bis 248 vorgetragenen Regeln handeln.

Gesetzt

Gesetzt z. B. daß ein Gläubiger von einem Schuldner $1215\frac{1}{2}$ Rthlr. nach 4 Jahren zu fordern hätte, und beyde verabredeten, daß diese Schuldsache terminweise und zwar in gleichen Summen abgemacht werden sollte; so wäre, wenn weiter keine Bestimmungen hinzukämen, dieser Fall gleich dem, wenn 1000 Rthlr., denn dies ist der gegenwärtige Werth der gedachten $1215\frac{1}{2}$ Rthlr., in eben den Terminen und in gleichen Summen bezahlt werden sollten. Es bedarf also dieser Fall keiner weitläuftigern Auseinandersetzung.

§. 250.

Sollte der erste Termin sogleich seyn, so wäre der Anzeiger der Veränderung des in demselben zu bezahlenden Theils zur Findung seines jetzigen Werths 1. Bedenkt man dies, so kann der gedachte Umstand keine Schwierigkeit verursachen, denn man rechnet am Ende doch nach der Regel §. 244. Sollte z. B. in dem 2ten Exempel des 243ten §. der erste Termin sogleich seyn, so müßte man 772,173 dividiren durch $1 + \frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2} + \frac{20^3}{21^3} + \frac{20^4}{21^4} + \frac{20^5}{21^5} + \frac{20^6}{21^6} + \frac{20^7}{21^7} + \frac{20^8}{21^8} + \frac{20^9}{21^9}$,

d. h. durch $\dfrac{\frac{20^{10}}{21^{10}} - 1}{-\frac{1}{21}}$ oder $21 - 21 \times \frac{20^{10}}{21^{10}}$.

 Man

Man betrachte hiebey den entgegenstehenden Fall in der doppelten Rabattrechnung §. 188.

§. 251.

Ehe ich weiter gehe, wird es gut seyn, die von §. 241 an betrachteten Fälle unter der Bedingung zu erwägen, daß der Zins, welcher in Anschlag gebracht wird, einfacher Zins sey. Nach der bisher allgemein befolgten Ordnung hätte ich hievon zuerst reden sollen; ich habe indeß diesmal die umgekehrte Ordnung erwählt, weil so die zu gebende Regeln leichter gefaßt werden können.

§. 252.

Es sey also zuvörderst das Capital, das in gleichen Summen und in gleich weit von einander entfernten Terminen mit einfachem Zinse abgetragen werden soll, jetzt fällig, oder werde dazu einem Schuldner von einem Gläubiger gegeben. Was auch übrigens für Verschiedenheiten in Ansehung der Termine statt finden mögen, so hat man jedesmal nur nöthig, den Anzeiger zu suchen, mit welchem man multipliciren müßte, wenn man die für ein Capital, das ohne Zins in den gegebenen Terminen in gleichen Summen bezahlt werden sollte, mit einfachem Rabatte zu dem gegebenen pr. C. sogleich zu erlegende Summe finden wollte,

und damit dasjenige Capital, welches mit einfachem Zinse terminweise und in gleichen Summen bezahlt werden soll, zu dividiren. Von der Richtigkeit dieser Regel kann man sich leicht auf eine ähnliche Art, als von der §. 244 im 242ten §. geschehen, überzeugen.

§. 253.

Viel weitläuftiger und mühsamer aber, als wenn Zinseszins gerechnet wird, ist hier die Findung des nöthigen Anzeigers, der immer eine Summe mehrerer anderer einfachen Anzeiger ist. Wofern man nicht denselben aus Tafeln, wie §. 162 bis 164 da gewesen, nehmen kann, so ist der beste Weg der, wenn man alle einfache Anzeiger mit Hülfe der logarithmischen Tafeln in Decimalzahlen verwandelt, und nach dieser Verwandlung erst die nöthige Addition vornimmt. So als §. 162 verschiedene einfache Anzeiger addirt sind, auch hier jedesmal addiren zu wollen, würde ausserordentlich weitläuftig und mühsam werden, obgleich die dabey zu befolgenden Regeln leicht sind; und es ist das hier empfohlne auch oben §. 164 bereits angepriesen worden.

§. 254.

Hat man in einer Tabelle die einfachen Anzeiger der Veränderung eines Capitals zur Findung der dafür bey einer frühern Zahlung desselben mit einfachem Rabatte baar

baar zu gebenden Summe in Decimalzahlen, so läßt sich daraus leicht durch die Addition derselben vom Anfang an und nach und nach bis zu allen folgenden Gliedern eine Tabelle verfertigen, die der §. 186 und 187 beschriebenen ähnlich ist, und sich hier eben so gebrauchen läßt, als die genannte nach dem 245ten §. in den daselbst betrachteten Fällen. Ich will hier für 5 pr. C. beyde Tabellen dem Anfange nach hersetzen, und den darin vorkommenden Zahlen zugleich die Logarithmen beyfügen. Wenn man also mit einfachem Rabatte a 5 pr. C. früher bezahlt, so giebt man,

wenn man früher bezahlt	für 1	und der Logarithme davon ist
1 Jahr	0,9523809	— 1,9788107
2 Jahre	0,9090909	— 1,9586073
3 —	0,8695652	— 1,9393022
4 —	0,8333333	— 1,9208188
5 —	0,8000000	— 1,9030900
6 —	0,7692307	— 1,8860566
7 —	0,7407407	— 1,8696662
8 —	0,7142857	— 1,8558720
9 —	0,6896551	— 1,8386320
10 —	0,6666666	— 1,8339087
11 —	0,6451612	— 1,8090863
12 —	0,6250000	— 1,7958800

wenn

wenn man früher bezahlt	für 1	und der Logarithme davon ist
13 Jahre	0,6060606	— 1,7825161
14 —	0,5882352	— 1,7695511
15 —	0,5714285	— 1,7569620
16 —	0,5555555	— 1,7447275
17 —	0,5405404	— 1,7328283
18 —	0,5263157	— 1,7202464
19 —	0,5128205	— 1,7109654
20 —	0,5000000	— 1,6989700
21 —	0,4878048	— 1,6882461
22 —	0,4761904	— 1,6777807
23 —	0,4651162	— 1,6675615
24 —	0,4545454	— 1,6575773
25 —	0,4444444	— 1,6478175
26 —	0,4347826	— 1,6382722
27 —	0'4255319	— 1,6289321
28 —	0,4166666	— 1,6197888
29 —	0,4081632	— 1,6108339
30 —	0,4000000	— 1,6020600, u. s. w.

Wenn man nun zu 0,9523809 die folgenden 0,9090909 addirt, zu dieser Summe darauf die 0,8695652 fügt, und so immer weiter fortgeht; so erhält man folgende Tabelle.

Um

Um Jahre hindurch jedes Jahr 1 zu bekommen, muß man jetzt zahlen

Jahre	zu zahlende Summe	Logarithme davon
1 —	0,9523809	— 1,9788107
2 —	1,8614718	0,2698563
3 —	2,7310370	0,4363276
4 —	3,5643703	0,5519827
5 —	4,3643703	0,6399215
6 —	5,1336010	0,7104221
7 —	5,8743417	0,7689592
8 —	6,5886274	0,8187948
9 —	7,2782825	0,8620289
10 —	7,9449491	0,9000910
11 —	8,5901103	0,9339987
12 —	9,2151103	0,9645006
13 —	9,8211709	0,9921636
14 —	10,4094061	
15 —	10,9808346	u.
16 —	11,5363901	
17 —	12,0769306	s.
18 —	12,6032463	
19 —	13,1160668	w.
20 —	13,6160668	

Je weiter man diese letzte Tabelle fortsetzen will, desto nöthiger ist es, die einfachen Anzeiger in vielen Decimalstellen entwickelt zu haben. Der Anzeiger für 6 Jahre ist

um

um 0,0000001, der Anzeiger für 10 Jahre um 0,0000003, der Anzeiger für 15 Jahre um 0,0000005, und der Anzeiger für 20 Jahre um 0,0000007 kleiner, als er seyn würde, wenn man alle einfache Anzeiger noch eine Stelle weiter entwickelt hätte.

§. 255.

Nun werde gefragt, wie viel jedesmal gegeben werden müsse, wenn $794\frac{1}{2}$ Rthl. mit 5 pr. C. einfachen Zinses in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen bezahlt werden sollen? Die letzte Tabelle des vorhergehenden §. giebt zum Divisor dieser 794,5 Rthl. die Zahl 7,9449491, und die in jedem Termine zu gebende Summe ist daher 100 Rthl. Eben das findet man, wie sehr bald in die Augen fällt, wenn man mit den Logarithmen rechnet.

Würde gefragt, wie viel jedesmal gegeben werden müsse, wenn 3546 Rthl. mit einfachem Zinse a 5 pr. C. in gleichen Summen und 4 einjährigen Terminen bezahlt werden sollten; so wäre die Rechnung anzustellen nach

$$\frac{3546 \text{ Rthl.}}{3,564370}.$$ Da nun

$L.\ 3546 = 3,5497387$, und

$L.\ 3,564370 = 0,5519821$, so ist

$$L.\ \frac{3546}{3,564370} = 2,9977566,$$ und also die jedem Termine zu gebende Summe 994,848 Rthl.

Die

Die Probe auf dies letzte Exempel macht man auf folgende Art. Man sucht

$$\frac{20}{21} \times 994{,}848\ Rt = 947{,}474\ Rt$$
$$\frac{10}{11} \times 994{,}848\ Rt = 904{,}407\ Rt$$
$$\frac{20}{23} \times 994{,}848\ Rt = 865{,}085\ Rt$$
$$\frac{5}{6} \times 994{,}848\ Rt = 829{,}040\ Rt, \text{ und}$$

wenn die Summe davon 3546,006 Rt der terminsweise mit einfachem Zinse zu bezahlenden Summe gleich ist, so ist richtig gerechnet worden. Man sehe hiebey §. 161 nach, wo zugleich die Probe auf das erste Exempel befindlich ist. Der geringe Ueberschuß von 0,006 Rt, der sich in der gefundenen Summe findet, rührt daher, weil der Divisor 3,564370 nur bis auf die Milliontheile genommen worden ist.

§. 256.

Ist der erste Termin von der Zeit des Vertrags anders entfernt, als ein jeder der übrigen Termine von dem nächst vorhergehenden oder nachfolgenden, oder soll derselbe sogleich seyn, oder sind endlich die Termine ungleich weit von einander entfernt; so sind die zu befolgenden Regeln nach dem bisherigen und den 247, 248, und 250ten §§. leicht zu finden, so daß es überflüssig wäre, dabey zu verweilen.

§. 257.

Wenn die Schuld, die mit einfachem Zinse terminweise in gleichen Summen wieder gegeben werden

den soll, erst nach einiger Zeit fällig ist; so reducirt man auch hier dieselbe, aber nach der einfachen Rabattrechnung, auf ihren wahren Werth, und verfährt alsdann, wie gelehrt worden ist. Es sey z. B. jemand 1000 Rthl. nach 5 Jahren und 9 Wochen ohne Zins zu bezahlen schuldig, und verabrede mit seinem Gläubiger die Abtragung dieser Schuld mit dem einfachen Zinse in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen. Man findet hier die in jedem Termine zu bezahlende Summe, nemlich 100 Rthl., wenn man zuvörderst die gedachten 1000 Rthl. auf ihren jetzigen Werth zurückbringt. Da derselbe $794\frac{1}{2}$ Rthl. ist, so ist nach dieser Reduction das angeführte Exempel dem 3ten in §. 255 gleich.

Wenn man auf diese Art verfährt, und die Reduction eines nach einiger Zeit erst fälligen Capitals auf den Werth, den es nach der gemeinen Rabattrechnung hat, nach den in dieser Rechnung gegebenen Regeln vornimmt, und auch den mittlern Zahlungstermin nicht nach einfachem Zinse, sondern nach einfachem Rabatte vestsetzt, so wird man, wie das sonst häufig statt findet, durch die Betrachtung eines und desselben Falls von verschiedenen Seiten, die in der Rechnung nichts ändern sollen, nie auf Widersprüche oder verschiedene Resultate geleitet werden.

§. 258.

Hieher gehört nun auch noch die Betrachtung der halbjährigen und viertheiljährigen Zahlungstermine,

wenn die in solchen Terminen zu bezahlende Summe eine einzele Summe ist. Um von dem Falle anzufangen, wenn bey der Bestimmung dieser Termine auf einfachen Zins gesehen wird, so verlange ein Gläubiger von seinem Schuldner, daß er ihm 50 Rthl, die er ihm nach einem Jahre zu geben schuldig ist, in 2 halbjährigen Terminen und gleichen Summen, doch ohne seinen Schaden, geben solle, und es werde gefragt, wie viel jedesmal zu geben sey? Diese Frage ist einerley mit der: Wie viel muß jedesmal gegeben werden, wenn $\frac{20}{21} \times 50$ Rthl mit einfachem Zinse a 5 pr. C. in zwey halbjährigen Terminen und gleichen Summen bezahlt werden sollen? Aus §. 252 und §. 146 u. f. erhellet, daß die Rechnung zu führen sey nach

$$\frac{\frac{20}{21} \times 50 \text{ Rthl}}{\frac{40}{41} + \frac{20}{21}}$$

oder nach $\frac{0{,}9523809 \times 50 \text{ Rthl}}{1{,}9279906}$, woraus man 24,68 Rthl erhält. Sollten hingegen die Termine viertheiljährige Termine seyn, so wäre die Rechnung anzustellen nach dem Ausdrucke

$$\frac{\frac{20}{21} \times 50 \text{ Rthl}}{\frac{80}{81} + \frac{40}{41} + \frac{80}{83} + \frac{20}{21}},$$

dessen Entwickelungsart aus dem vorhergehenden Beyspiele bekannt ist.

§. 259.

Sollte auf Zinseszins gesehen werden, so würde die Rechnung des Exempels des vorhergehenden §. bey halbjährigen Terminen gesucht nach

$$\frac{\frac{40^2}{41^2} \times 50 \text{ Rthlr.}}{40 - 41 \times \frac{40^3}{41^3}}.$$ Nun ist

$$l.\ 50 = 1{,}6989700$$

$$l.\ \frac{40^2}{41^2} = -1{,}9785522, \text{ also}$$

$$l.\ \left(\frac{40^2}{41^2} \times 50\right) = 1{,}6775222.$$ Ferner ist

$$l.\ \frac{40^3}{41^3} = -1{,}9678283$$

$$l.\ 41 = 1{,}6127839, \text{ also}$$

$$l.\ \left(41 \times \frac{40^3}{41^3}\right) = 1{,}5806122 \text{ und}$$

$$41 \times \frac{40^3}{41^3} = 38{,}0725.$$ Da nun

$$40 - 38{,}0725 = 1{,}9275, \text{ und}$$

$$l.\ 1{,}9275 = 0{,}2849944; \text{ so ist}$$

$$l.\left(\frac{40^2}{41^2} \times 50\right) - l.\left(40 - 41 \times \frac{40^3}{41^3}\right) = 1{,}3925278,$$

und die in jedem Termine zu bezahlende Summe ist daher 24,69 Rthlr.

 Sollen

Sollen die Termine viertheiljährig seyn, so muß gerechnet werden nach:

$$\frac{\frac{80^4}{81^4} \times 50 \text{ Rthl.}}{80 - 81 \times \frac{80^5}{81^5}}$$

§. 260.

Was den Fall betrifft, wenn das terminweise mit dem Zinse abzutragende Capital nach einiger Zeit erst fällig ist, und bis zu seiner Fallzeit einen verabredeten Zins trägt; so erfordert derselbe eben keine weitläuftige Betrachtung. Wie nemlich auch der Zins, den das gedachte Capital bis zu seiner Fallzeit tragen soll, beschaffen ist, es mag einfacher Zins, oder Zinseszins seyn, so ist die Art der Reduction des Capitals auf einen jetzigen Werth aus der gemeinen und doppelten Rabattrechnung bekannt, und hat man diesen Werth erst gefunden, so führt die Befolgung der bisher betrachteten Regeln zu dem vorgesetzten Ziele, so daß also nach diesem nichts weiter davon zu sagen nöthig ist. Wie viel muß jedesmal bezahlt werden, wenn man 1000 Rthl., die über 4 Jahre fällig sind, und unterdeß mit 3 pr. C. verzinset werden sollen, in 5jährigen Terminen und gleichen Summen abtragen will? Diese Frage ist, wenn einfacher Zins gerechnet wird, einerley mit folgender: Wie viel muß jedesmal

mal bezahlt werden, wenn man 1000 Rthlr $\times \frac{28}{25} \times \frac{5}{6}$, oder 1000 Rthlr $\times \frac{14}{15}$, die jetzt fällig sind, mit einfachem Zinse à 5 pr. C. in 5 einjährigen Terminen und gleichen Summen abtragen will? und wird Zinseszins gerechnet, so ist sie gleichbedeutend mit dieser: Wie viel muß man jedesmal bezahlen, wenn man 1000 Rthlr $\times \frac{105^5}{100^4} \times \frac{20^4}{21^4}$, die jetzt fällig sind, mit Zinseszinse à 5 pr. C. in 5 einjährigen Terminen und gleichen Summen abtragen will? Man nehme also bey den Aufgaben dieser Art jedesmal zuvörderst die gedachte Reduction vor, und verfahre alsdann nach den bekannten Regeln.

§. 261.

Um auch eine Art der Probe auf diejenigen Exempel, welche die getheilten Zahlungstermine nach der Zinseszinsrechnung oder doppelten Rabattrechnung vestsetzen, zu berühren; so diene dazu das 1te der Exempel §. 242. Man kann unter andern rechnen: Es tragen zu 5 pr. C. gerechnet

3546 Rthlr in einem Jahre
177,3 Rthlr Zins, und man hat also
nach dem 1ten Jahre 3723,3 Rthlr. Davon bezahlt man
nun 1000 Rthlr, und behält daher
2723,3 Rthlr. Diese geben in 1 Jahre
136,165 Rthlr Zins, und man hat

 nach

nach dem 2ten Jahre 2859,465 Rt. Davon bezahlt man
wieder 1000 Rt, und behält nunmehr
1859,465 Rt. Nun rechnet man
jährigen Zins 92,97325 Rt, und hat also
nach dem 3ten Jahre 1952,43825 Rt. Davon bezahlt man
wieder 1000 Rt, und behält
952,43825 Rt. Diese geben
jährigen Zins 47,6219125 Rt, und man hat also
nach dem 4ten Jahre 1000,0601625 Rt.

Hier zeigt sich ein Ueberschuß von 0,0601625 Rt oder von etwas über $\frac{1}{16}$ Rt. Es rührt daher, daß anstatt der obigen 3545,95 . . . Rt (s. §. 182) 3546 Rt angenommen worden sind. Auf solche Kleinigkeiten, als man §. 242 mehr denn 1000 Rt erhalten haben würde, wenn man genauer hätte rechnen wollen, pflegt man bey Berechnung wirklicher Fälle dieser Gattung nicht zu sehen, sonst hätte man die Rechnung leicht so genau führen können, daß der Fehler in der Probe kein Tausendtheil betrüge.

§. 262.

Es folgt nunmehr (s. §. 241) der Fall, wenn aus dem Capitale, das mit seinem Zinse terminweise und in gleichen Summen abgetragen werden soll, ferner der in jedem Termine zu bezahlenden Summe und der Zahl der Termine, die Grösse der Termine, oder die Zeit, welche zwischen jeden zwey auf einander

ander folgenden ist, bestimmt werden soll. Es sollen z. B. 794½ Rthl. mit ihrem einfachen Zinse zu 5 pr. C. in 10 gleichen Terminen und jedesmal mit 100 Rthl. abgetragen werden; es wird gefragt, wie weit jede zwey auf einander folgende Termine von einander entfernt seyn müssen? oder: Es sollen 773 Rthl. mit ihrem Zinseszinse zu 5 pr. C. auf gleiche Art bezahlt werden, und man verlangt ebenfalls die Zeit zwischen jeden zwey auf einander folgenden Terminen zu wissen. Dieser Fall ist ohnstreitig unter allen der schwierigste, und es ist, wenn gleich nicht unmöglich, doch hier viel zu weitläuftig, dazu Regeln zu geben, nach welchen das verlangte mit einem Male ganz genau bestimmt werden könnte. Glücklicher Weise ist derselbe zugleich von der Art, daß man dabey schon mit der möglichen ohngefähren Bestimmung des gesuchten zufrieden seyn kann, indem er einmal nicht häufig vorkommt, und zweytens, wenn er vorkommt, jene ohngefähre Bestimmung durch Versuche genauer gemacht werden kann.

§. 263.

Unger berührt den gegenwärtigen Fall, wenn einfacher Zins gerechnet wird, im 2ten Stücke seiner Beyträge S. 182 u. f., setzt aber zur Auflösung desselben eine Regel vest, deren Anwendung grosse Vervortheilung veranlassen kann. Man urtheile darüber selbst nach dem von ihm zur Erläuterung gebrauchten Exempel. Er wirft die

 Fra-

Frage auf, wie lange jeder Termin dauren werde, wenn 5200 Rthlr mit ihrem Zinse zu 5 pr. C. in 5 Terminen und jedesmal mit 1600 Rthlr abgetragen werden, der erste Termin aber nach 8 Jahren seyn solle? und die Antwort darauf ist: 3 Jahre, so daß also 20 Jahre verfliessen müssen, ehe der letzte Termin herankömmt. Gesetzt aber, daß 8000 Rthlr, die in 5 dreyjährigen Terminen, wovon der erste nach 8 Jahren fällt, jedesmal mit 1600 Rthlr abzutragen sind, sogleich mit einfachem Rabatte à 5 pr. C. bezahlt werden sollten; so wäre sogleich zu entrichten für den

1ten Term.	$\frac{5}{7} \times$ 1600 Rthlr	oder 0,714285	}	
2 —	$\frac{20}{31} \times$ 1600 Rthlr	— 0,645161	}	
3 —	$\frac{10}{17} \times$ 1600 Rthlr	— 0,588235	}	$\times$ 1600 Rthlr;
4 —	$\frac{20}{37} \times$ 1600 Rthlr	— 0,540540	}	
5 —	$\frac{1}{2} \times$ 1600 Rthlr	— 0,500000	}	

also in allem 2,988221 $\times$ 1600 Rthlr, d. h. 4781,1536 Rthlr. Umgekehrt braucht man also auch nur 4781,1536 Rthlr, um in 5 dreyjährigen Terminen, wenn der erste nach 8 Jahren seyn soll, jedesmal 1600 Rthlr geben zu können. Unger rechnet also dem Schuldner über 418 Rthlr zum Vortheile, welches hier um so weniger geschehen darf, da schon ohnehin eher der Gläubiger als der Schuldner verliert.

Unger beweiset die Richtigkeit seiner Ausrechnung durch folgende Probe.

Jahre

Jahre	Capital	Zins davon	Termin	Zins davon
1	5200 Rthl.	—	—	—
2	—	260 Rthl.	—	—
3	—	260 Rthl.	—	—
4	—	260 Rthl.	—	—
5	—	260 Rthl.	—	—
6	—	260 Rthl.	—	—
7	—	260 Rthl.	—	—
8	—	260 Rthl.	—	—
9	—	260 Rthl.	1600 Rthl.	—
10	—	260 Rthl.	—	80 Rthl.
11	—	260 Rthl.	—	80 Rthl.
12	—	260 Rthl.	1600 Rthl.	80 Rthl.
13	—	260 Rthl.	—	160 Rthl.
14	—	260 Rthl.	—	160 Rthl.
15	—	260 Rthl.	1600 Rthl.	160 Rthl.
16	—	260 Rthl.	—	240 Rthl.
17	—	260 Rthl.	—	240 Rthl.
18	—	260 Rthl.	1600 Rthl.	240 Rthl.
19	—	260 Rthl.	—	320 Rthl.
20	—	260 Rthl.	—	320 Rthl.
21	—	260 Rthl.	1600 Rthl.	320 Rthl.

Summe 5200 Rthl. + 5200 Rthl. = 8000 Rthl. + 2400 Rthl.

Allein welch ein Unterschied zwischen der Zeit, in welcher der Gläubiger, wenn terminweise bezahlt wird, den zu rechnenden Zins erhält, und derjenigen, in welcher er ihn ohne Termine hätte erhalten können! Und ist wohl irgend ein Grund da, diesen Unterschied so ganz und gar nicht zu achten?

§. 264.

Wenn ausser dem Capitale, das mit seinem Zinse terminweise und in gleichen Summen abgetragen werden soll, auch die in jedem Termine zu bezahlende Summe und die Anzahl der Termine gegeben ist, und die Zeit, welche zwischen jeden zwey auf einander folgenden Terminen ist, daraus gefunden werden soll; so ist nothwendig, daß die Zeit zwischen jeden zwey auf einander folgenden Terminen gleich sey. Wäre dies nicht, so hätte man an den genannten Stücken nicht genug, um das verlangte zu finden. Bis zum ersten Termine ist nun entweder eben so lange, als von einem jeden Termine bis zu dem nächst folgenden, oder nicht. Dies letztere findet z. B. in dem vorhin aus Ungers Beyträgen angeführten Exempel statt. Es ist hinlänglich, bloß den vorhergehenden Fall zu betrachten, weil dieser wirklich sich ereignen kann, der andere hingegen nicht leicht zu entstehen pflegt.

§. 265.

Da die Anzahl der Termine gegeben ist, und alle Termine gleich groß sind, so läßt sich, wenn man die Zahl der Jahre aller Termine weiß, die Grösse eines jeden einzeln Termins leicht bestimmen, und es kommt also nur darauf an, die Zeit aller Termine zu finden. Man weiß nun die Summe, aus welcher das terminweise zu bezahlende Capital erwachsen soll, und auch, wie viel in allen

allen Terminen überhaupt gegeben werden muß. Es ist daher leicht, den mitlern Zahlungstermin zu finden, und weiß man ihn, so ist derselbe noch nicht um die Hälfte eines Termins grösser als die Hälfte der Zeit aller Termine, und es läßt sich also diese daraus ziemlich genau bestimmen. Einige Exempel mögen dies weiter erläutern.

§. 266.

Sollen $794\frac{1}{2}$ Rthlr mit ihrem einfachen Zinse a 5 pr. C. in 10 gleichen Terminen und jedesmal mit 100 Rthlr abgetragen werden, so ist der mitlere Zahlungstermin der auf diese Art ohne Zins terminweise abzutragenden 1000 Rthlr alsdann, wenn $794\frac{1}{2}$ Rthlr durch den einfachen Zins a 5 pr. C. 1000 Rthlr geworden sind, und also nach 5,173 Jahren. Die Zahl der Jahre aller Termine ist also, weniger als 2×5,173 Jahre, also etwa 10 Jahre, und die Termine selbst einjährige Termine, wovon die Richtigkeit aus dem obigen bekannt ist.

Da der mitlere Zahlungstermin noch nicht um die Hälfte eines Termins grösser ist, als die Hälfte der Zeit aller Termine, so läßt sich daraus beurtheilen, daß man, nachdem man die Zeit desselben doppelt genommen, auch weniger aus der Acht zu lassen habe, als nach der erforderlichen Division auf einen Termin kommt. Wird auf Zinseszins gesehen, so beträgt dies mehr, als wenn einfacher Zins gerechnet wird; ein Umstand, der auch bisweilen nützlich seyn kann, und aus der Berechnung des mitlern Zahlungstermins bekannt ist. Je

grösser

grösser endlich die Termine werden, desto grösser ist auch der Ueberschuß der Zeit des mitlern Zahlungstermins über die Hälfte der Zeit aller Termine, so daß derselbe bey doppelt so grossen Terminen mehr denn noch einmal so groß ist, als bey den anfänglichen Terminen.

§. 267.

Sollen 773 Rthl mit ihrem Zinseszinse a 5 pr. C. auf die im vorhergehenden §. gedachte Art bezahlt werden, so ist der zu suchende mitlere Zahlungstermin 5,299 Jahre, die Zahl der Jahre aller Termine also weniger denn 2 × 5,299 Jahre, und folglich 10 Jahre, woher auch hier die Termine einjährige werden.

Gesetzt, daß in den beyden betrachteten Exempeln die Anzahl der Termine und die in jedem zu bezahlende Summe abgeändert würden, in 5 Terminen z. B. in jedem 200 Rthl abgetragen werden sollten, so könnte nach der Anmerkung des vorhergehenden §. am Ende die Zahl der Jahre aller Termine nicht mehr 10, und also die Termine nicht zweyjährige Termine, sondern sie müßten um etwas kleiner seyn. Um sehr vieles kann es hier nicht seyn, das fällt in die Augen; indeß kann doch die Frage entstehen, wie findet man auch diesen Unterschied? Hiezu sind Versuche nöthig, die, je weiter man sie fortsetzt, auf etwas desto genauers führen. Man überlegt nemlich, ob bey den angenommenen Terminen die gegebene Summe nicht etwa zu groß oder zu klein sey. Ist das erstere, so nimmt man die Termine kleiner, ist aber das letztere, grösser an, stellt darauf dieselbe Ueberlegung von neuem an, und fährt damit so lange fort, bis man die wahre Dauer der Termine gefunden hat.

§. 268.

§. 268.

Wichtiger als der vorhergehende ist der Fall, wenn ausser dem Capitale, das in gleichen Terminen und in gleichen Summen mit seinem Zinse abgetragen werden soll und der Summe aller in den Terminen zu entrichtenden Theile noch die Dauer eines jeden Termins gegeben ist, und die Anzahl der Termine und die in jedem zu gebende Summe gefunden werden sollen. Wenn die Termine einjährige sind, wie sie bey wirklichen Aufgaben dieser Art es gewöhnlicher Weise sind, so erreicht man mit Hülfe solcher Tabellen, als §. 186 und §. 253 beschrieben worden sind, auf folgendem Wege bald seinen Endzweck. Man sucht, wie in dem vorhergehenden Falle, den mitlern Zahlungstermin, dividirt mit der Zahl der Jahre, die sich daraus für alle Termine ergiebt, die Summe aller in den Terminen zu entrichtenden Theile, und vergrössert oder verkleinert diese Quotienten so wohl als die angenommene Zahl der Termine mit Hülfe der gedachten Tabellen auf die Art, welche in den folgenden Exempeln angewandt ist.

§. 269.

Es gehören hieher die Aufgaben, deren §. 268 gedacht worden ist, und wovon Florencourt dies Exempel giebt. A macht Concurs; die Masse der Güter ist 773 Rthl., die Summe der Schulden 1000 Rthl. Hievon

das

hat zu fordern B 200 Rk, C 250 Rk, D 350 Rk, E 200 Rk, und geniessen auch nach dieser Ordnung das Prioritätsrecht. Die Schuldner sollen so befriediget werden, daß die ältern Gläubiger zuerst, die jüngern zuletzt, alle aber mit der Zeit ihr Capital erhalten. Wird hiebey einfacher Zins zu 5 pr. C. gerechnet, so ist die Rechnung folgende.

Man sucht zuvörderst den mitlern Zahlungstermin.

```
.773    1000000 | 129,36
         337431 |
         22312
          8281
           797
            35
            12
```

$\frac{29,36}{5} = 5,87$ Jahre.

Multiplicirt man nun mit 2, so erhält man 11,74 Jahre, und es sind also fürs erste $11\frac{1}{2}$ Termine anzunehmen. Da nun 1000 Rk zu bezahlen sind, so kommt auf jeden ganzen Termin $\frac{1000 \text{ Rk}}{11\frac{1}{2}} = \frac{2000 \text{ Rk}}{23} =$ 86,95 Rk, und auf den einen halben 43,475 Rk. Nach der Tabelle §. 253 muß man, um 11 Jahre hinter einander 1 zu erhalten, sogleich geben 8,5901102, und da man, um

nach

nach $11\frac{1}{2}$ Jahre $\frac{1}{2}$ zu bekommen, 5 pr. C. gerechnet, 0,3174603 anlegen muß, so ist um 11 Jahr hinter einander 1, und nach $11\frac{1}{2}$ Jahre $\frac{1}{2}$ zu erhalten jetzt überhaupt zu geben 8,9075705. Um nun an statt 1 jedesmal 86,95 Rthlr zu bekommen, müßte man geben $8{,}90757 \times 86{,}95$ Rthlr, d. h.

$$\begin{array}{r} 8{,}90757 \\ 86{,}95 \\ \hline 4453785 \\ 8016813 \\ 5344542 \\ 7126056 \\ \hline 774{,}5132115 \end{array}$$ Rthlr.

So viel ist aber nicht da, und daraus erhellet, daß noch nicht Termine genug angenommen worden sind. Man nehme also $11\frac{3}{5}$ Termine an. Die auf jeden Termin fallende Summe ist nun $\frac{1000 \text{ Rthlr}}{11\frac{3}{5}} = \frac{5000 \text{ Rthlr}}{58}$ $= 86{,}2$. Um 11 Jahre hinter einander aber jedesmal 86,2 Rthlr, und nach $11\frac{3}{5}$ Jahren $\frac{3}{5} \times 86{,}2$ Rthlr oder 51,72 Rthlr zu erhalten, muß man jetzt geben $(8{,}59011 + 0{,}37974) \times 86{,}2$, also

8,96985

```
      8,96985
         86,2
   ----------
      1793970
     5381910
    7175880
   ----------
    773,201070 Rthlr.
```

Da diese Summe noch zu groß ist, so kann man auf dem betretenen Wege noch weiter fortfahren. Man nehme also $11\frac{3}{4}$ Termine an. Nun wird die auf jeden Termin fallende Summe $\frac{1000 \text{ Rthlr.}}{11\frac{3}{4}} = \frac{4000 \text{ Rthlr.}}{47} = 85{,}106$ Rthlr.

Um 11 Jahre hinter einander am Ende eines jeden Jahres 85,106 Rthlr. und nach $11\frac{3}{4}$ Jahren $\frac{3}{4} \times 85{,}106$ Rthlr. oder 63,829 Rthlr. zu erhalten, muß man jetzt geben $(8{,}59011 + 0{,}47244) \times 85{,}106$ Rthlr., oder

```
        9,06255
         85,106
     ----------
        5437530
       906255
      4531275
     7250040
     ----------
     771,27738030 Rthlr.
```

Hier hätte man eine kleinere Summe, als wirklich da ist, und wenn die Umstände es rathen, so kann man diese letzten Resultate zum Grunde legen, und darnach die Vertheilung einrichten. Soll aber genauer gerechnet werden, so

thut

thut man besser, wenn man, nachdem man der wahren Bestimmung sich bis auf eine Kleinigkeit genähert hat, das noch fehlende durch die Verrückung des letzten Termins, ohne gleichwohl immer die in demselben zu bezahlende Summe zu verändern, ergänzt. Die Art davon soll sogleich gezeigt werden.

§. 270.

Nach der zweyten Bestimmung können

nach Jahren	die Gläubiger	bekommen	solches ist jetzt werth	können also jetzt erhalten
1	— B	— 86,2 Rk	— 82,095 Rk	
2	— B	— 86,2 Rk	— 78,363 Rk	B 184,458 Rk
3	— B	— 27,6 Rk	— 24, Rk	
	— C	— 50,956 Rk	— 50,956 Rk	
4	— C	— 86,2 Rk	— 71,833 Rk	
5	— C	— 86,2 Rk	— 68,96 Rk	C 206,364 Rk
6	— C	— 19 Rk	— 14,615 Rk	
	— D	— 67,2 Rk	— 51,538 Rk	
7	— D	— 86,2 Rk	— 63,852 Rk	
8	— D	— 86,2 Rk	— 61,571 Rk	D 252,542 Rk
9	— D	— 86,2 Rk	— 59,448 Rk	
10	— D	— 24,2 Rk	— 16,133 Rk	
	— E	— 62, Rk	— 41,333 Rk	
11	— E	— 86,2 Rk	— 55,603 Rk	E 129,636 Rk
$11\frac{7}{10}$	— E	— 51,8 Rk	— 32,700 Rk	
Summe		1000 Rk	— 773 Rk.	

Es ist hier die letzte Summe 51,8 Rk angenommen worden, weil vorher die Tausendtheile nicht mitgerechnet worden sind,

Y und

und sonst nicht wirklich 1000 Rthl. vertheilt worden wären. Leicht ist übrigens, wenn es nöthig ist, vom Anfang an die in jedem Termine zu bezahlenden Summen, auf so viel Decimalstellen, als man will, zu rechnen.

Die Zeit des letzten Termins findet man auf folgende Art. Wenn man den jetzigen Werth aller vorhergehenden Termine bestimmt hat, so ist es durch Abziehung der Summe derselben von dem vorhandenen Capitale leicht, den jetzigen Werth des letzten Termins zu finden. In dem betrachteten Exempel ist die gedachte Summe 740,3 Rthl., und der jetzige Werth des letzten Termins also 773 Rthl. weniger 740,3 Rthl., d. h. 32,7 Rthl. Hat man nun den jetzigen Werth des letzten Termins, und zugleich die darin zu bezahlende Summe, so findet man leicht die Zeit, in welcher jener zu dieser durch den Zins anwachsen kann, und dies ist die Zeit des letzten Termins. Im Exempel sollen in dem letzten Termin 51,8 Rthl. gegeben werden. Man dividirt also

```
0,327      51,8 | 158,4
           2591 | 542
           14796
            3333
            222
```

und der letzte Termin fällt also nach $\frac{58,4}{5} = 11,7$ Jahren.

Die Rechnungen im vorhergehenden §. brauchen nicht immer mit so vielen Zahlen angestellt zu werden, als es daselbst wirklich geschehen ist.

§. 271.

§. 271.

Wird aber

b. (s. §. 269) Zinseszins gerechnet; so findet man auf demselben Wege, nur daß man allenthalben Zinseszins voraussetzen muß, 10 einjährige Termine, und eine der §. 269 angestellten ähnliche Probe rechtfertiget dies gefundene als das wahre. Es sind indeß nicht alle Aufgaben so leicht, und ich will daher von dem Falle, wenn Zinseszins gerechnet wird, noch das Exempel berechnen, welches Florencourt berührt, aber auf eine andere Art zu berechnen gelehrt hat. Es sollen 4000 Rthlr mit ihrem Zinseszinse à 5 pr. C. in jährigen Terminen und so bezahlt werden, daß die Summe aller in den Terminen abgetragenen Theile 6000 Rthlr ist; es wird gefragt wie viel Termine statt finden? Man sucht zuvörderst den mitlern Zahlungstermin. Es ist

$$\text{L. } 6000 = 3{,}7781512 \text{ und}$$
$$\text{L. } 4000 = 3{,}6020600\text{, also}$$
$$\text{L. } 6000 - \text{L. } 4000 = 0{,}1760912\text{, und}$$
$$\frac{\text{L. } 6000 - \text{L. } 4000}{\text{L. } \frac{21}{20}} = \frac{1760912}{211893} = 8{,}3 \ldots$$

Der mitlere Zahlungstermin ist also nach 8,3 Jahren und die Zahl aller Termine über 16. Nimmt man 16 an, so ist die in jedem Termine abzutragende Summe $\frac{6000 \text{ Rthlr}}{16}$

 = 375

= 375 Rthlr. Um aber 375 Rthlr. 16 Jahre nach einander zu erhalten, muß man jetzt geben

375 Rthlr. × 10,83776

$$\begin{array}{r} 5418880 \\ 7586432 \\ 3251328 \\ \hline 4064,16000 \end{array}$$

Rthlr., und 16 Termine sind also zu wenig. Nimmt man 17 an, so ist die in jedem Termine abzutragende Summe $\frac{6000 \text{ Rthlr.}}{17}$ = 353 Rthlr. Um nun 16 Jahre hinter einander am Ende eines jeden Jahres 353 Rthlr. zu bekommen, muß man jetzt geben

353 Rthlr. × 10,83776

$$\begin{array}{r} 3251328 \\ 5418880 \\ 3251328 \\ \hline 3825,72928 \end{array}$$

Rthlr., und es bleibt also für den jetzigen Werth des letzten Termins 4000 Rthlr. — 3825,72 Rthlr. oder 174,28 Rthlr. Diese 174,28 Rthlr. aber brauchen noch keine 16 Jahre, um zu 353 Rthlr. durch den Zinseszins anzuwachsen, und es kann also auch bey dieser Annahme noch nicht bleiben. Da also die Summe, die für den letzten Termin gerechnet worden, zu groß

ist,

ist, so rechne man für jeden der 16 ersten Termine etwas mehr z. B. 358 Rthl. Um diese 16 Jahre hinter einander am Ende eines jeden Jahres zu erhalten, muß man jetzt geben 358 Rthl. $\times$ 10,83776 = 3879,9 oder 3880 Rthl. und es bleiben also für den jetzigen Werth des letzten Termins 120 Rthl. übrig. In dem letzten Termine aber müssen noch bezahlt werden 6000 Rthl. weniger 16 $\times$ 358 Rthl. oder 272 Rthl., und der letzte Termin ist also, wenn 120 Rthl. durch den Zinseszins zu 5 pr. C. zu 272 Rthl. angewachsen sind. Da nun

$$L.\ 272 = 2{,}4345689,\ \text{und}$$
$$L.\ 120 = 2{,}0791812,\ \text{also}$$
$$L.\ 272 - L.\ 120 = 0{,}3553877,\ \text{und}$$

$$\frac{3553877}{211893} = 16\tfrac{2}{3};$$ so ist die Zeit des letzten Termins nach $16\frac{2}{3}$ Jahren.

Der Vortheil des betretenen Weges vor dem, den Florencourt vorschlägt, besteht darin, daß man einmal die Zahl der Termine leichter findet, und zweytens so genau rechnen kann, als man will. Daß übrigens der letzte Termin den vorhergehenden so wohl in Ansehung der Zeit als der darin zu bezahlenden Summe, wenn genau gerechnet werden soll, nicht immer gleich seyn könne, fällt nach einer kurzen Betrachtung der Natur der Sache in die Augen.

§. 272.

Endlich ist noch der Fall übrig, wenn ein Capital mit seinem Zinseszinse, (denn auch einfachen Zins hier

anzunehmen wäre überflüssig, da durch denselben in diesem Falle zu grosse Vervortheilung entsteht) in gleichen Summen und einjährigen Terminen wieder gegeben werden soll, die jährlich abzutragende Summe bestimmt ist, und gefragt wird, nach wie viel Jahren das Capital verzehrt seyn werde? Z. B. Einer hat 100000 Rthlr zu 5 pr. C. ausstehen; braucht aber alle Jahr zu seinem Unterhalte 6000 Rthlr, welches mehr ist, als der Zins von 100000 Rthlr, so nur 5000 Rthlr beträgt, daher das Capital immer kleiner wird. Nun ist die Frage, nach wie viel Jahren dasselbe verschwinden werde? Die Grösse, die ein Capital, das auf Zinseszins zu 5 pr. C. aussteht, und wovon alle Jahr eine gewisse Summe weggenommen wird, nach einer bestimmten Anzahl von Jahren noch hat, findet man, wenn man die Differenz zwischen dem anfänglich angelegten Capitale und der jährlich davon weggenommenen Summe zwanzigmal genommen mit dem Anzeiger $\frac{21}{20}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, multiplicirt, und zu dem kommenden Producte die jährlich weggenommene Summe zwanzigmal genommen addirt. Wollte man z. B. wissen, wie groß in dem Exempel das Capital nach 10 Jahren seyn werde, so müßte man diesen Ausdruck entwickeln

(100000

$$(100000\ \text{Rthlr} - 20 \times 6000\ \text{Rthlr}) \times \frac{21^{10}}{20^{10}} + 20 \times 6000\ \text{Rthlr},$$

$$\text{oder} - 20000\ \text{Rthlr} \times \frac{21^{10}}{20^{19}} + 20 \times 6000\ \text{Rthlr},$$

$$\text{oder}\ 120000\ \text{Rthlr} - 20000\ \text{Rthlr} \times \frac{21^{10}}{20^{10}}$$ (s. §. 125).

Dividirt man also das jährlich weggenommene Capital zwanzigmal genommen mit der Differenz zwischen dem anfänglich angelegten Capitale und der jährlich davon weggenommenen Summe zwanzigmal genommen, so erhält man den Anzeiger $\frac{21}{20}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, nach welchen das Capital gänzlich verschwindet; denn es ist in diesem Fall das zwanzigfache des jährlich weggenommenen Capitals der Differenz hiezwischen und dem anfänglich angelegten Capitale, wenn man selbige mit dem Anzeiger $\frac{21}{20}$ in der erforderlichen Dignität multiplicirt hat, gleich. In dem Exempel ist also 6 gleich $\frac{21}{20}$ in der Dignität, deren Exponent die Zahl der Jahre ist, nach welchen das Capital verschwindet. Da man also, wenn man diesen Exponenten weiß, auch die gesuchte Zahl der Jahre kennt, so darf man auch ihn nur suchen. Man findet ihn, wie bekannt, auf folgende Art. Es ist

L. 6 = 0,7781513, und also

$$\frac{L.\ 6}{L.\ \frac{21}{20}} = \frac{7781513}{211893} = 36\tfrac{2}{3} \text{ fast } 36\tfrac{3}{4}.$$

 Nach

Nach $36\frac{2}{3}$ bis $36\frac{3}{4}$ Jahren ist also das ganze Capital verzehret.

Dieses Exempel ist aus Eulers Anleitung zur Algebra S. 255 genommen.

Wird das Capital zu einem andern pr. C. verzinset, so kann man nach dem 126ten §. leicht finden, wie die vorhergehende Auflösung abgeändert werden müsse, um das verlangte zu entwickeln.

§. 273.

Es wird Zeit, von der Veränderung der Zahlungstermine, in dem §. 238 angenommenen Verstande zu reden. Es kann aber dieses nach dem bisherigen mit wenigem geschehen, indem alle zu gebende Regeln darauf hinauslaufen, daß man jedesmal zuvörderst den jetzigen Werth der in veränderten Zahlungsterminen zu entrichtenden Summe aus den gegebenen Stücken entwickeln, und dann nach den erklärten Regeln das verlangte suchen müsse. Gesetzt, daß jemand einem andern 1000 Rt in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen doch ohne Zins zu bezahlen versprochen hätte, und hinterher die Erlaubniß erhielte, dieselben in 10 zweyjährigen Terminen und ebenfalls in gleichen Summen abtragen zu dürfen; so müßte man zuvörderst den jetzigen Werth der in 10 einjährigen Terminen zu bezahlenden 1000 Rt suchen, und dann nach §. 242 u. f. verfahren. Sollte nach einfachem Zinse gerechnet werden, so wäre der gedachte

jetzige

jetzige Werth $794\frac{1}{2}$ Rℓ. Dividirt man denselben mit 6,6877, als der Summe von $\frac{10}{11} + \frac{5}{6} + \frac{10}{13} + \frac{5}{7} + \frac{2}{3} + \frac{5}{8} + \frac{10}{17} + \frac{5}{9} + \frac{10}{19} + \frac{1}{2}$; so erhält man 118,8 Rℓ, welche in jedem Termine zu geben sind. Sollte hingegen nach Zinseszinse gerechnet werden, so wäre der jetzige Werth 772,173 Rℓ, und diesen müßte man, um daraus die in jedem der veränderten Terminen zu bezahlende Summe zu finden, mit $\dfrac{\frac{20^{22}}{21^{22}} - \frac{20^{2}}{21^{2}}}{\frac{20^{2}}{21^{2}} - 1}$ dividiren. Da nun

$$L.\frac{20^{22}}{21^{22}} = -1,5338354, \text{ und also}$$

$$\frac{20^{22}}{21^{22}} = 0,34185; \text{ ferner}$$

$$L.\frac{20^{2}}{21^{2}} = -1,9576214, \text{ und also}$$

$$\frac{20^{2}}{21^{2}} = 0,90703; \text{ so ist}$$

$$\frac{20^{22}}{21^{22}} - \frac{20^{2}}{21^{2}} = -0,56518, \text{ und}$$

$$\frac{20^{2}}{21^{2}} - 1 = -0,09297. \text{ Man hat also}$$

noch zu rechnen nach

$\frac{9297}{56518} \times 772{,}173$ Rt. Da nun

l. 772,173 = 2,8877146, und

l. 9297 = 3,9683428, also

l. 772,173 + l. 9297 = 6,8560574, und ferner

l. 56518 = 4,7521868; so ist

l. 772,173 + l. 9297 — l. 56518 = 2,1038706, und die in jedem Termine zu bezahlende Summe also 127,019 Rt.

Diese letzte Summe hat auch Florencourt; anstatt der Summe 118,8 Rt aber, S. 345 bringt er 112,643 Rt heraus, denn 112,6403 Rt ist ein Druckfehler. Dieser Unterschied rührt daher, weil Florencourt auch hier die §. 161 berührte Voraussetzung annimmt und anwendet.

§. 274.

Der einzige Fall, der besonders zu berühren seyn könnte, wäre der, wenn zu dem Gelde, das bereits da ist, noch eine neue Summe gelegt wird, oder gelegt werden soll. Es entsteht dabey entweder die Frage, wie viel nach dem Zuschusse einer gewissen Summe in den vestgesetzten Terminen gegeben werden müsse? oder, wie viel man zuschiessen müsse, um in jedem Termine eine bestimmte Summe zu erhalten? Von der ersten Art ist die Frage: Wie viel muß jedesmal gegeben werden, wenn 2000 Rt, die über 3 Jahr fällig sind,

sind, und unterdeß mit 2 pr. C. verzinset werden, und 500 Rthlr. die nach einem Jahre dazu gelegt werden, in 10 zweyjährigen Terminen mit ihrem Zinse und in gleichen Summen abgetragen werden sollen? Es muß indeß auch hier, es mag nach einfachem Zinse oder nach Zinseszinse gerechnet werden, der jetzige Werth beyder Summen bestimmt, und dann nach dem bisherigen weiter gerechnet werden, und es bedarf also dieser Fall nun keiner weitläuftigen Erörterung. Eine Frage der 2ten Art ist: Es genießt jemand nach 5 Jahren 20 Jahre hindurch jährlich 60 Rthlr. Einkünfte; er will aber jetzt so viel Capital anlegen, daß er mit diesen Einkünften jährlich 150 Rthlr. Einkommens habe. Wie viel hat er zuzuschiessen? Man sieht bald, daß es hier nur auf die Bestimmung des jetzigen Werthes eines Capitals ankomme, das nach 5 Jahren 20 Jahre hindurch jedesmal mit 90 Rthlr. abgetragen werden soll. Da die dazu zu befolgenden Regeln bereits vorgetragen worden sind, so wäre es daher überflüßig, bey diesem Falle zu verweilen.

§. 275.

Mehrere von den in der Betrachtung der getheilten und veränderten Zahlungstermine aufgeworfenen Fragen betreffen nicht so wohl eine gewisse Zeit, als gewisse Summen Geldes, und hätten also eben so gut

in

in der Zinsrechnung im eigentlichen Verstande und in der Rabattrechnung abgehandelt werden können, und der einen ist daher auch in der gemeinen Rabattrechnung §. 166 Erwähnung gethan worden. Gut ist es indeß immer, daß die getheilten und veränderten Zahlungstermine besonders betrachtet werden, und es ist daher auch hier solches geschehen. Uebrigens hat der eingeschlagene Weg, bey der Vestsetzung der veränderten und getheilten Zahlungstermine jedesmal vor allen Dingen das vorkommende Capital auf seinen jetzigen oder wahren Werth zu reduciren, den Vortheil, daß dadurch eine Menge von Abtheilungen der möglichen Fälle, dergleichen man in Ungers Beyträgen finden kann, ganz und gar nicht gemacht zu werden brauchen.

Rech-

Rechnungen
beym
antichretischen Vertrage.

§. 276.

Es geschieht bisweilen, daß ein Schuldner seinem Gläubiger eine nutzbare Sache übergiebt, theils um denselben wegen des ihm geliehenen Capitals zu sichern, theils den dafür schuldigen Zins durch Ueberlassung des Ertrags jener Sache abzutragen. Besitzer von Landgütern z. B. nehmen ein Capital auf, und treten dagegen auf eine Zeitlang eins ihrer Güter an ihren Gläubiger ab. Ein solcher Vertrag heißt ein antichretischer Vertrag, und weil der Ertrag der verpfändeten nutzbaren Sache nicht immer dem Zinse gleich seyn kann, den das aufgenommene Capital trägt; so muß der Gläubiger, wenn der gedachte Ertrag sich höher beläuft, als der zu fordernde Zins, vorausgesetzt, daß gesetzwidrige Vervortheilung verhütet werden soll, sich den Ueberschuß vom Capitale selbst abrechnen lassen. Der antichretische Vertrag macht daher verschiedene Berechnungen nothwendig, und wie dieselben anzustellen seyn, soll nunmehr gezeigt werden.

Es

Es müssen sich bey einem antichretischen Vertrage drey Fälle gedenken; der Ertrag der verpfändeten nutzbaren Sache ist entweder dem Zinse des dagegen geliehenen Capitals gleich, oder grösser oder kleiner als derselbe. Wenn der Ertrag der verpfändeten nutzbaren Sache dem Zinse des dagegen geliehenen Capitals gleich ist, so fällt in die Augen, daß keine Rechnung nöthig sey, und daß, es daure der Vertrag so lange als er wolle, der Gläubiger sein volles Recht an dem geliehenen Capitale, und der Schuldner gleiches Recht an der dafür verpfändeten Sache behalte. Wenn der Ertrag des Guts geringer ist, als der Zins des dafür aufgenommenen Capitals, so wird die Schuld von Zeit zu Zeit grösser und grösser, und es kann nach einiger Zeit der Schuldner das aufgenommene Capital ganz schuldig seyn, und sein Recht an der übertragenen nutzbaren Sache ebenfalls verlohren haben. Wenn endlich der Ertrag der verpfändeten nutzbaren Sache grösser ist als der Zins des dafür geliehenen Capitals, so tritt der im § gedachte Fall ein, und auf diesen ist hier allein zu sehen, theils, weil der zweyte selten statt findet, und, wenn er sich ereignete, die dabey nöthigen Berechnungen auf eine ähnliche Art als bey dem dritten Falle geführt werden müßten.

§. 277.

Hat ein Gläubiger von seinem Schuldner für das ihm geliehene Capital eine nutzbare Sache zu seinem Gebrauche erhalten, von welcher er mehr Vortheil ziehen kann, als der Zins dieses Capitals beträgt; so entstehen dabey vorzüglich zwey Fragen: Wie viel muß nach

einer bestimmten Zeit von dem geliehenen Capitale wegen des genossenen Ueberschusses abgezogen werden? ist die eine, und die andere: Wie lange kann der Gläubiger die nutzbare Sache behalten, wenn er dem Schuldner die ganze geliehene Schuld lassen will? Andere weniger wichtige Fragen sollen unten berührt werden. Hiebey ist nun vor allen Dingen nöthig, daß der jährliche Ertrag der verpfändeten nutzbaren Sache ausgemacht sey; indeß sieht ein jeder von selbst ein, daß die Art, denselben auszumitteln hieher nicht gehöre, sondern hier jedesmal als bekannt vorausgesetzt werden müsse. In der Folge erst kann von dieser Art Rechnungen geredet werden.

§. 278.

Nun finde der Fall statt, den auch **Unger** in seinen Beyträgen in der Abhandlung von der Liquidationsrechnung, denn unter diesem Titel hat er die Rechnungen beym antichretischen Vertrage abgehandelt, und **Langsdorf** in der Fortsetzung der Erläuterungen über die Kästnerische Analysis endlicher Grössen berühren: Es nehme jemand 1000 Rthlr a 5 pr. C. auf, und gebe dagegen ein Pfand, das jährlich 80 Rthlr erträgt. Wird hier erstlich gefragt, wie viel z. B. nach 5 Jahren der Schuldner wieder zu bezahlen, oder der Gläubiger zu fordern habe; so kann man **entweder** sagen, der Gläubiger habe jedes Jahr 30 Rthlr mehr erhalten, als er zu fordern gehabt;

und

und der Schuldner habe ihm daher 150 Rthlr abzuziehen, oder in allem 850 Rthlr wieder zu geben; oder man kann, um den am ersten sich darbietenden Weg zu wählen, rechnen: Der Schuldner nimmt auf zu 5 pr. C.

	1000 Rthlr.	Nach einem Jahre
kommen dazu	50 Rthlr	Zins, und
gehen ab	80 Rthlr	jährlicher Ertr. des Pfandes
und es bleiben also	970 Rthlr.	Nach 2 Jahren
kommen dazu	48,5 Rthlr	Zins, und
gehen ab	80 Rthlr	jährl. Ertrag des Pfandes.
Es bleiben also	938,5 Rthlr.	Nach 3 Jahren.
kommen dazu	46,925 Rthlr	Zins, und
gehen ab	80 Rthlr	jährl. Ertrag des Pfandes.
Es bleiben also	905,425 Rthlr.	Nach 4 Jahren
kommen dazu	45,27125 Rthlr	Zins, und
gehen ab	80 Rthlr	jährl. Ertrag des Pfandes.
Es bleiben also	870,69625 Rthlr.	Nach 5 Jahren
kommen dazu	43,5348125 Rthlr	Zins, und
gehen ab	80 Rthlr	jährl. Ertrag des Pfandes.

Es bleiben also 834,2310625 Rthlr, und so viel und nicht mehr muß der Schuldner nach dieser Rechnung herausgeben, um wieder zu dem völligen Besitz seines Pfandes zu gelangen. Es findet sich also hier ein Unterschied von beynahe 16 Rthlr, und es wird derselbe immer grösser,

je

je grösser die Anzahl der Jahre angenommen wird, wie man bald sieht, wenn man nur das gegenwärtige Exempel mit Aufmerksamkeit betrachtet.

Es ist der Bequemlichkeit wegen mit zehntheiligen Brüchen gerechnet worden. Man kann solches, so oft man es bequem findet, thun, und am Ende leicht den Decimalbruch in ℛ und ß verwandeln.

§. 279.

Wird aber zweytens gefragt, wie lange der Gläubiger das Pfand behalten könne, um durch den jährlichen Ueberschuß des Ertrags desselben über den Zins des dagegen geliehenen Capitals nach und nach sein ganzes Capital zu erhalten? so kann man entweder sagen: so viel Jahre als vielmal 30 ℛ in 1000 ℛ enthalten sind, das heißt $33\frac{1}{3}$ Jahr; oder man betrachtet diesen Fall als gleich mit folgendem: Es giebt jemand einem andern jährlich 30 ℛ, bis diese jährliche Summen, ihren Zinseszins zu 5 pr. C. mitgerechnet, 1000 ℛ ausmachen; es wird gefragt, wie lange solches geschehe? In diesem Falle müssen 1000 ℛ gleich seyn 20 × 30 ℛ multiplicirt mit $\frac{21}{20}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, weniger 20 × 30 ℛ, oder 1600 ℛ müssen gleich seyn 600 ℛ multiplicirt mit $\frac{21}{20}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist. Daraus fließt, daß $\frac{1600}{600}$ gleich sey $\frac{21}{20}$ in der gedachten Dignität, und

also $\frac{\text{L. } 1600 - \text{L. } 600}{\text{L. } \frac{21}{20}}$ gleich der Zahl der gesuchten Jahre. Nun ist

$$\text{L. } 1600 = 3{,}2041200, \text{ und}$$
$$\text{L. } 600 = 2{,}7781512, \text{ also}$$
$$\text{L. } 1600 - \text{L. } 600 = 0{,}4259688, \text{ und}$$
$$\frac{\text{L. } 1600 - \text{L. } 600}{\text{L. } \frac{21}{20}} = \frac{4259688}{211893} = 20{,}103\ \ldots,$$

und es giebt also diese Rechnung nicht mehr als 20 Jahr und etwas über 5 Wochen an. Welch ein Unterschied zwischen diesem und dem vorhergehenden Resultate!

§. 280.

Betrachtet man nun die Fälle §. 278 und 279 genauer, so sieht man bald, daß sich die davon gegebene zwiefache Auflösung durch nichts anders unterscheidet, als daß entweder von dem Ueberschusse des jährlichen Ertrags über den Zins des dafür geliehenen Capitals weiter kein Zins in Anschlag gebracht wird, oder daß solches geschiehet. Wenn jenes ist, so findet man das verlangte, indem man nach der gemeinen Zinsrechnung oder der gemeinen Rabattrechnung rechnet; ist aber dies, so findet man es, wenn man die Zinseszinsrechnung oder die doppelte Rabattrechnung anwendet. Die wichtigste Frage ist daher hier: Wie sind die Rechnungen beym antichretischen Vertrage zu führen, nach der gemeinen

Zins=

Zins- und Rabattrechnung, oder nach der Zinseszinsrechnung und doppelten Rabattrechnung? denn das übrige nöthige ist fast nichts weiter als eine Zurückweisung auf die eben genannten Rechnungen.

§. 281.

Polack vertheidigt in dem schon öfters angeführten Werke in der Abhandlung vom Pacto antichretico die Art, wobey man bloß den jährlichen Ueberschuß des Ertrags des Pfandes über den Zins des dagegen geliehenen Capitals in Anschlag bringt, oder wobey man nach der gemeinen Zinsrechnung rechnet; und führt dabey die gleiche Meinung behauptende Inauguraldissertation des Herrn D. Moser an, welche den Titel führt: Rationem computationis fructuum ex pacto antichretico perceptorum in foro receptam nec juri nec æquitati convenire, und zu Helmstädt unter dem Vorsitze des Herrn Prof. Eisenhardts gehalten worden ist. Seine Meinung ist: Es exercire bey der andern Art zu rechnen der Schuldner gegen seinen Gläubiger im höchsten Grade usurariam pravitatem, wo Zins auf Zins gehäuft, und dem Gläubiger sein auf einmal gezahltes Capital und noch dazu per partialissimam solutionem zu Wasser gemacht werde u. s. w. und wenn man bey dieser Rechnung bleiben wolle, so

würde sich gewiß künftig kein so einfältiger antichretischer Gläubiger mehr finden, und das ganze antichretische pactum aus der Welt proscribiret werden. Unger hingegen, Langsdorf und Florencourt empfehlen diese andere Art, und ohnstreitig mit Recht. Ich will ihre Gründe, wiewohl mit einigen Veränderungen und Zusätzen, anführen.

§. 282.

Die Gesetze verbieten den Zinseszins, und es kann daher in Gerichten keine Rechnung anwendbar seyn, welche in der That voraussetzt, daß der Gläubiger Zinseszins erhalte; auch ist die Unterscheidung in erlaubten und unerlaubten Zinseszins in solchen Fällen gar nicht zu gebrauchen. Geben aber auf diese Art die Gesetze dem Schuldner das Recht, seinem Gläubiger Zinseszins zu versagen, so hat dieser dagegen das Recht, von seinem Schuldner den fälligen Zins zur rechten Zeit zu verlangen, und insbesondere, wenn Abrechnung gehalten wird, wie beym antichretischen Vertrage. Würde dabey zwischen dem Gläubiger und Schuldner verabredet, daß der jährliche Ueberschuß des Ertrags des Pfandes über den Zins des dagegen geliehenen Capitals nicht von Jahr zu Jahr, sondern erst nach einer bestimmten Zeit von diesem Capitale abgezogen werden sollte, so wäre aller Streit gehoben; so lange das aber nicht ist, so kann allerdings den Gesetzen gemäß

gemäß der Schuldner verlangen, daß der jährliche Ueberschuß des Ertrags seines Pfandes auch jährlich, oder sobald derselbe wirklich da ist, von dem geliehenen Capitale abgezogen werde. Oder sollte etwa der Umstand eine Aenderung verursachen, daß der Gläubiger auf diese Art sein auf einmal gegebenes Capital in kleinen Summen nach und nach wieder erhält? Dies ist allerdings eine Unbequemlichkeit für den Gläubiger; allein wird er sich wohl zu einem antichretischen Vertrage entschliessen, wenn daraus für ihn beträchtlicher Nachtheil entstehen kann? und ist er im Stande die nutzbare ihm verpfändete Sache höher auszubringen, als sie ihm angeschlagen ist, wie das oft der Fall seyn kann, so muß man diesen Vortheil doch dagegen auch in Anschlag bringen. Streitet also das nicht mit den Gesetzen, sondern stimmt es vielmehr mit denselben überein, daß der Ueberschuß des jährlichen Ertrags des Pfandes über den Zins des dagegen geliehenen Capitals, so oft er da ist, d. h. jährlich, von dem Capitale abgezogen werde, und findet dabey keine usuraria pravitas statt; so kann man, ohne dem Gläubiger zu nahe zu treten, die Rechnungen beym antichretischen Vertrage nach den Regeln der Zinseszinsrechnung führen, indem dieselben, nur auf eine kürzere Art, zu eben dem Resultate führen, wozu der weitläuftige §. 278 eingeschlagene Weg, der durch das bisherige gerechtfertiget wird, leitet.

§. 283.

Um diese letzte Behauptung noch mit wenigen zu erläutern, so betrachte man den §. 278 durchgenommenen Fall. Der Schuldner rechnet daselbst seinem Gläubiger von dem aufgenommenen 1000 Rthlr ab

das	1te	Jahr	—	30 Rthlr
—	2te	—	—	31,5 Rthlr
—	3te	—	—	33,075 Rthlr
—	4te	—	—	34,72875 Rthlr
—	5te	—	—	36,4651875 Rthlr, und in

allem also 165,7689375 Rthlr, so daß er ihm nach 5 Jahren wiedergiebt 834,2310625 Rthlr. Der Gläubiger erhält also von seinen 1000 Rthlr eigentlich an Zins

das	1te	Jahr	—	50 Rthlr
—	2te	—	—	48,5 Rthlr
—	3te	—	—	46,925 Rthlr
—	4te	—	—	45,27125 Rthlr
—	5te	—	—	43,5348125 Rthlr. Dies

heißt aber im Grunde eben so viel, als: Der Schuldner rechnet seinem Gläubiger, als wenn er ihm den Ueberschuß des Ertrags des Pfandes auf Zinseszins liehe; eigentlich giebt er ihm nur von Jahr zu Jahr weniger Interessen, weil sich das Capital immer mehr und mehr vermindert, und der Ueberschuß des jährlichen Ertrags des

Pfandes

Pfandes wird immer grösser und grösser, weil der Ertrag des Pfandes selbst unverändert bleibt.

§. 284.

Will man sich hievon auf eine allgemeinere Art überzeugen; so überdenke man folgende Tabelle. Der Schuldner hat

Jahre,	von dem gelieh. Capitale,	giebt davon Zins	zieht also von dem gel. Capitale ab
1.	das ganze Capital	$\frac{1}{20}$	— den ganzen Uebersch.
2.	das Cap. — 1 Ueberschuß	$\frac{1}{20}$	— $\frac{21}{20}$ des Ueberschusses
3.	das Cap. — $\frac{21}{20}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	— $\frac{21^2}{20^2}$ des Ueberschusses
4.	das Cap. — $\frac{21^2}{20^2}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	— $\frac{21^3}{20^3}$ des Ueberschusses
5.	das Cap. — $\frac{21^3}{20^3}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	— $\frac{21^4}{20^4}$ des Ueberschusses
6.	das Cap. — $\frac{21^4}{20^4}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	— $\frac{21^5}{20^5}$ des Ueberschusses
7.	das Cap. — $\frac{21^5}{20^5}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	— $\frac{21^6}{21^6}$ des Ueberschusses
8.	das Cap. — $\frac{21^6}{20^6}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	— $\frac{21^7}{20^7}$ des Ueberschusses

u. s. w.

§. 285.

Gesetzt, daß man nach einfachem Zinse rechnen wollte, so würde dem Schuldner bloß der Ueberschuß zu gute gerechnet, auf die Zeit aber, wo er denselben jedesmal eigentlich hätte erhalten sollen, ganz und gar nicht Rücksicht genommen. Hier ist also die Vervortheilung offenbar, und sie ist um so viel grösser, je grösser einmal der Ueberschuß des jährlichen Ertrags des Pfandes über den Zins des dafür geliehenen Capitals ist, und zweytens, je länger der antichretische Vertrag dauert. In dem Exempel §. 278 wird also der Schuldner fast um 16 Rthl. und in dem §. 279 um 13 Jahre, d. h. 13 × 80 Rthl. oder 1040 Rthl. vervortheilt.

Aus dem bisherigen erhellet auch, warum oben bey der Berechnung der Zeit, in welcher ein Capital, wovon jährlich mehr, als der Zins beträgt, genommen wird, gänzlich verschwindet, behauptet worden ist, daß man dabey ganz und gar nicht nach einfachem Zinse oder Rabatte rechnen müsse.

§. 286.

Nunmehr ist es leicht, für die wichtigsten Fälle der Rechnungen beym antichretischen Vertrage Regeln vestzusetzen, indem dieselben keine andere sind, als die Regeln der Zinsesrechnung und doppelten Rabattrechnung, höchstens mit einigen geringen Veränderungen. Ist

a der jährliche Ertrag des nutzbaren Pfandes

stets

stets derselbe, und soll bestimmt werden, wie viel der Gläubiger nach einer gegebenen Anzahl von Jahren von dem geliehenen Capitale wieder erhalten könne; so hat man nur nöthig zu berechnen, wie viel der jährliche Ueberschuß des Ertrags des Pfandes über den Zins des geliehenen Capitals bis zu dieser Zeit mit dem Zinseszinse betrage, und diese Summe von dem geliehenen Capitale abzuziehen. Das Exempel §. 278 beyzubehalten, so beträgt der jährliche Ueberschuß des Ertrags des Pfandes bis nach dem 5ten Jahre mit dem Zinseszinse zu 5 pr. C.

$$30 \text{ Rthl.} \times \left(\frac{21^4}{20^4} + \frac{21^3}{20^3} + \frac{21^2}{20^2} + \frac{21}{20} + 1\right),$$ oder

$$30 \text{ Rthl.} \times \left(20 \times \frac{21^5}{20^5} - 20\right),$$ oder

$$20 \times \frac{21^5}{20^5} \times 30 \text{ Rthl.} - 20 \times 30 \text{ Rthl.}$$ (s. §. 122 u. f.)

Da nun

$$l.\ 20 = 1{,}3010300,$$

$$l.\ \frac{21^5}{20^5} = 0{,}1059465,$$ und

$$l.\ 30 = 1{,}4771212,$$ also

$$l.\ 20 \times \frac{21^5}{20^5} \times 30 = 2{,}8840977,$$ und

$$20 \times \frac{21^5}{20^5} \times 30 = 765{,}7689.$$ Hievon

20 × 30 oder 600, abgezogen, so kommen 165,7689 Rthl., und der

 Schuld-

Schuldner muß also seinem Gläubiger 1000 Rth — 165,7689 Rth, d. h. 834,2311 Rth herausgeben.

§. 287.

Soll hingegen die Zeit bestimmt werden, nach deren Verlauf der Gläubiger das Pfand wieder herausgeben muß, ohne etwas von seinem Capitale wieder zu erhalten; so reducire man das Pfand auf Capital, d. h. setze dafür ein Capital, das so viel Zins trägt, als der Ertrag des Pfandes ist, und suche den Logarithmen davon auf. Ferner ziehe man das geliehene Capital von dem reducirten Pfande ab, suche davon ebenfalls den Logarithmen, und ziehe denselben von dem zuvor gedachten Logarithmen ab. Endlich dividire man den gefundenen Rest durch den Logarithmen des Anzeigers der Capitalsveränderung zur Findung der durch den einfachen Zins vermehrten Summe. Der Quotient zeigt die Zahl der Jahre an, nach welchen der Gläubiger das Pfand herauszugeben verbunden ist. Da bereits §. 279 nach dieser Regel gehandelt worden ist, so wäre es überflüssig, noch ein anderes Exempel herzusetzen.

§. 288.

Ist aber

b (s. §. 286) der jährliche Ertrag des Pfandes nicht gleich; so giebt es auch keinen verkürzten Weg zu dem Ziele, das man alsdann sich vorsetzen kann, sondern man muß da den weitläuftigen Weg betreten,

ten, der §. 278 und §. 120 eingeschlagen worden ist. Dieser Fall ist indeß so häufig nicht, und es ist also um so viel weniger nöthig, dabey zu verweilen.

§. 289.

Um nun auch noch einige der übrigen hier möglichen Fälle zu berühren, so kann die Frage entstehen: Wie groß muß das Capital seyn, das für ein gegebenes und seinem Werthe nach bekanntes Pfand auf eine bestimmte Zahl von Jahren gegeben werden muß? Z. B. Wie groß muß das Capital seyn, das man geben muß, um ein Pfand, dessen Werth jährlich 80 Rthl. ist, 20 Jahr und 5 Wochen zu geniessen? Es fällt indeß bald in die Augen, daß diese Fragen durch eine geringe Abänderung zu Fragen der doppelten Rabattrechnung gemacht werden können, und sie dürfen daher hier nur berührt werden. Es ist nemlich gleich, ob man auf die angezeigte Art frägt; oder: wie groß ist der jetzige Werth einer jährlichen Einnahme von 80 Rthl., die man 20 Jahr und 5 Wochen zu geniessen hat, nach doppeltem Rabatte gerechnet.

§. 290.

Wird gefragt, wie groß der jährliche Ertrag eines Pfandes seyn müsse, wenn man ein gewisses Capital, um jenes Pfand eine gewisse Anzahl Jahre hindurch zu benutzen, geben will; so ist auch von diesem Falle da schon geredet worden, wo die Beantwortung der Fragen untersucht

sucht wurde, wie viel man eine bestimmte Anzahl von Jahren hindurch erhalten könne, wenn man baar eine Summe Geldes auf Zinseszins anlege; und überhaupt sind in den vorhergehenden Rechnungen von allen Fragen, die sonst hier noch vorfallen können, bereits ähnliche da gewesen.

Anhang zur Zinsrechnung
im weitläuftigen Verstande.

---

§. 291.

Ich war anfänglich willens, mehr in diesen Anhang zu bringen, als, da der erste Abschnitt viel länger geworden, als ich es vermuthet habe, wirklich geschehen kann. Es sollten darin insbesondere verschiedene vermischte Fälle zu stehen kommen, damit auch dabey die nöthige und kürzeste Verfahrungsart gezeigt würde. Aus dem angeführten Grunde aber, und weil sich zu dergleichen vermischten Fällen auch in der Folge Gelegenheit finden wird, bleiben dieselben für jetzo weg, und ich werde daher nur noch verschiedene Gegenstände berühren, die mit der Zinsrechnung in Verbindung stehen, und bis jetzt entweder noch gar nicht, oder doch nicht ausführlich genug haben betrachtet werden können.

§. 292.

Es ist oben §. 53 bemerkt worden, daß die Berechnung des Agios mit der gemeinen Zinsrechnung, und §. 154, daß die Berechnung des Verlustes, wenn man schlechteres Geld gegen bessers vertauscht, mit der gemeinen Rabattrechnung auf einerley Gründen beruhe. Mehr braucht daher auch von diesen beyden Rechnungen überhaupt nicht gesagt zu werden, als in dem angeführten §. von denselben steht. So wie es aber in der gemeinen Zinsrechnung so wohl als in der gemeinen Rabattrechnung sehr vortheilhaft ist, sich die Verhältnisse, nach welchen man aus einer gegebenen Grösse eine andere, aus einem Capitale z. B. seinen Zins oder Rabatt zu entwickeln hat, nicht nur in den möglich kleinsten Zahlen, und Anzeigermässig bekannt und geläufig zu machen, so hat dasselbe auch hier seinen grossen Nutzen, und es kann daher nicht schädlich seyn, die Art und Weise davon in ein Paar Beyspielen zu zeigen.

§. 293.

Gesetzt also z. B. daß das Gold gegen Courant $6\frac{2}{3}$ pr. C. stehe; wie berechnet man nun am kürzesten und geschwindesten das Agio einer jeden Summe Goldes? Der Anzeiger der Veränderung derselben zur Findung des Agios ist $\frac{6\frac{2}{3}}{100} = \frac{20}{300} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$.

Man

Man nimmt also in diesem Falle von der gegebenen Summe Goldes erstlich $\frac{1}{3}$, und dann von diesem $\frac{1}{3}$ wieder $\frac{1}{5}$, und hat so das Agio gefunden. Z. B.

Wie viel Agio tragen 3645 Rthlr Gold a $6\frac{2}{3}$ pr. C.?

3645 Rthlr
―――――
1215
―――――
243 Rthlr.

Wie viel Agio tragen $8462\frac{1}{2}$ Rthlr Gold a $6\frac{2}{3}$ pr. C.?

$8462\frac{1}{2}$ Rthlr
―――――
2820 Rthlr 20 gr
―――――
564 Rthlr 4 gr.

Ist das pr. C. $6\frac{2}{3}$; so trägt ein Louisd'or $\frac{1}{3}$ Rthlr. Dividirte man daher die gegebene Summe Goldes anfänglich mit 5; so erhielte man die darin enthaltene Louisd'or, und eben so viel $\frac{1}{3}$ Rthlr betrüge das Agio. Man müßte also noch mit 3 dividiren, um das Agio in Thalern zu erhalten. Ob man zuerst mit 3 oder mit 5 dividirt, ist in Ansehung des endlichen Resultats gleich.

§. 294.

Soll rückwärts berechnet werden, wie viel Gold man für eine bestimmte Summe Courant erhalte, so wird der Anzeiger wie die Anzeiger in der Rabattrechnung formirt.

mirt. Soll also das pr. C. ebenfalls $6\frac{2}{3}$ seyn, so ist der Anzeiger der Veränderung einer Summe Courant, um den Verlust desselben gegen Gold zu finden, $\frac{6\frac{2}{3}}{106\frac{2}{3}} = \frac{20}{320} = \frac{1}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$. Man dividire also die gegebene Summe Courant durch 4, und das kommende Viertheil derselben nochmals mit 4, so erhält man das von der gegebenen Summe Courant abzuziehende, um die dafür zu erhaltende Summe Goldes zu bekommen. Z. B.

Wie viel Gold erhält man für 3888 Rthlr Courant a $6\frac{2}{3}$ pr. C.?

3888 Rthlr

972

243 Rthlr.

3888 Rthlr — 243 Rthlr = 3645 Rthlr Gold.

Wie viel Gold erhält man für $9026\frac{2}{3}$ Rthlr Courant a $6\frac{2}{3}$ pr. C.?

$9026\frac{2}{3}$ Rthlr

$2256\frac{2}{3}$ Rthlr

$564\frac{1}{6}$ Rthlr.

$9026\frac{2}{3}$ Rthlr — $564\frac{1}{6}$ Rthlr = $8462\frac{1}{2}$ Rthlr Gold.

§. 295.

Aehnlicher Vortheile kann man sich bey der Berechnung der Bancogelder bedienen. 100 Mk Bancogeld sind

sind bey der Berliner Banque 125 Rthlr Friedrichsd'or und $131\frac{1}{4}$ Rthlr Courant. Will man daher,

a Berliner Bancogeld auf Gold reduciren, so ist der Anzeiger der Veränderung der gegebenen Bancosumme zur Findung der dafür zu setzenden Summe Goldes $\frac{125}{100} = 1\frac{1}{4}$. Man addirt also zu der gedachten gegebenen Summe nur $\frac{1}{4}$ derselben. Z. B.

Wie viel machen 568 ℔ Berliner Bancogeld in Friedrichsd'or?

$$\begin{array}{r} 568 \text{ ℔} \\ 142 \text{ —} \\ \hline 710 \text{ Rthlr in Friedrichsd'or.} \end{array}$$

Will man hingegen

b eine gegebene Summe Friedrichsd'or in Bancogeld verwandeln, so ist der Anzeiger der Veränderung der gegebenen Summe in Friedrichsd'or zur Findung der dafür zu setzenden Summe in Bancogeld $\frac{100}{125} = \frac{4}{5}$, und man hat also nur nöthig, von der gegebenen Summe in Friedrichsd'or $\frac{1}{5}$ abzuziehen. Z. B.

Wie viel machen 710 Rthlr in Friedrichsd'or Berliner Bancogeld?

$$\begin{array}{r} 710 \text{ Rthlr} \\ 142 \text{ Rthlr} \\ \hline 568 \text{ ℔ Berliner Bancogeld.} \end{array}$$

Soll man ferner

c Berliner Bancogeld auf Courant reduciren, so ist der

der Anzeiger der Veränderung des Bancogeldes zur Findung der dafür zu setzenden Summe in Courant $\frac{131\frac{1}{4}}{100} = \frac{525}{400} = \frac{105}{80} = \frac{21}{16} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$. Da man $\frac{1}{16}$ der vierte Theil von $\frac{1}{4}$ ist, so hat man nur nöthig, von der gegebenen Summe $\frac{1}{4}$, und von diesem $\frac{1}{4}$ abermals $\frac{1}{4}$ zu suchen, und beyde gefundene Stücke zu der gegebenen Summe zu addiren. Z. B.

Wie viel Courant machen 368 Rthl. 12 Gr. Berliner Bancogeld?

368 Rthl.	12 Gr.		
92 —	3 —		
23 —	— —	9 Pf.	
483 Rthl.	15 Gr.	9 Pf.	Courant.

Will man endlich

d Berliner Courant auf Berliner Bancogeld reduciren, so ist der Anzeiger der Veränderung der gegebenen Summe Courant zur Findung der dafür zu

setzenden Bancosumme $\frac{100}{131\frac{1}{4}} = \frac{400}{525} = \frac{16}{21} = \frac{2}{3} + \frac{2}{21}$. Da nun $\frac{2}{21}$ eben so viel als $\frac{1}{7}$ aus $\frac{2}{3}$ ist, so sucht man aus der gegebenen Summe erst $\frac{2}{3}$, und aus diesen $\frac{2}{3}$ noch $\frac{1}{7}$, und addirt diese beyden gefundenen Stücke zu einander. Dieses kann auf folgende Arten geschehen, entweder nach $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{21} + \frac{1}{21}$, oder nach $2\,(\frac{1}{3} + \frac{1}{7})$, oder nach $(\frac{1}{3} + \frac{1}{7})\,2$. Z. B.

Wie viel machen 483 Rthl. 15 ggr. 9 pf. Berliner Courant in Berliner Bancogeld? Man rechnet entweder

483 Rthl.	15 ggr.	9 pf.		
161 Thl.	5 ggr.	3 pf.		
161 —	5 —	3 pf.		
23 —	— —	9 —		
23 —	— —	9 —		
368 Thl.	12 ggr.	—	Bancogeld; oder	

483 Rthl.	15 ggr.	9 pf.	
967 Rthl.	7 ggr.	6 pf.	
322 Thl.	10 ggr.	6 pf.	
46 —	1 —	6 —	
368 Thl.	12 ggr.	—	Bancogeld; oder endlich

483 Rthl.	15 ggr.	9 pf.	
161 Thl.	5 ggr.	3 pf.	
23 —	— —	9 —	
184 Thl.	6 ggr.	—	
368 Thl.	12 ggr.	—	Bancogeld.

§. 297.

Mit der Berechnung des einfachen Zinses hat die Berechnung des Portos, welches man von Geldern, die man

man posifreŋ übersenden sollte, aber unbefreŋt übersenden, und dagegen das Postgeld, das der Empfänger geben muß, beŋlegen will, vieles gemein, und es ist daher hier der Ort, dieser Berechnung mit ein Paar Worten zu gedenken. So bald man weiß, wie viel für eine gewisse Summe gegeben werden muß, und dies ist jedesmal bekannt, so kommt es nur darauf an, den gehörigen Anzeiger der Veränderung der zu überschickenden Summe zur Findung des beŋzulegenden Portos vestzusetzen. Bedenkt man nun, daß, wenn z. B. das Porto für 100 Rthlr. 1 Rthlr. oder $\frac{1}{100}$ der überschickten Summe ist, der Empfänger statt jeder 100 Rthlr., die ihm unbefreŋt übersandt werden, nur 99 erhält, so sieht man leicht, daß in diesem Falle das beŋzulegende Porto $\frac{1}{99}$ derjenigen Summe seŋn muß, welche der Empfänger wirklich erhalten soll, und daß man überhaupt den hier nöthigen Veränderungsanzeiger finde, wenn man einen Bruch macht, dessen Zähler der für eine bestimmte Summe zu gebende Theil, und dessen Nenner diese bestimmte Summe weniger das dafür zu gebende Porto ist. Um diese Regel an einigen Beŋspielen zu erläutern, so werde gefragt:

a Wie viel Porto muß man zu 198 Rthlr., die man befreŋt übersenden sollte, legen, wenn 100 Rthlr. 1 Rthlr. geben?

$$\frac{198 \text{ Rthlr.} \times \frac{1}{99}}{\quad 2 \text{ Rthlr.}}$$

2 Rthlr., und man muß also 200 Rthlr. übermachen.

 b Wie

b Wie viel muß man anstatt 1500 Rthl, die unbefreyt abgeschickt werden sollten, postfrey senden, wenn das Porto $\frac{1}{3}$ pr. C. ist?

$$1500 \text{ Rthl} \times \frac{99\frac{2}{3}}{100} = \frac{299}{300}$$

5 Rthl

1495 Rthl.

c Wie viel Porto muß bey a gerechnet werden?

$$300 \text{ Rthl} \times \frac{1}{150}$$

2 Rthl.

d Wie viel Porto findet bey c statt?

$$1500 \text{ Rthl} \times \frac{\frac{1}{3}}{100} = \frac{1}{300}$$

5 Rthl.

§. 300.

Um zum Schlusse noch einer Anwendung der Regeln der gemeinen Zinsrechnung und Rabattrechnung zu gedenken, so gebraucht man dieselbe sehr nothwendig bey gewissen Fällen der Remissionsrechnung, die nebst andern Rechnungen in dem folgenden zweyten Abschnitte abgehandelt werden wird. Es kann sich nemlich ereignen, daß ein Pächter die Pacht mehrerer Jahre auf einmal entweder zu Anfange oder zu Ende der Pacht entrichtet. Gesetzt,

daß

daß alsdann für irgend ein Jahr eine Remission bewilliget werden soll, und das Verhältniß der Remission zu der Pacht bestimmt ist, so kommt es dann darauf an, daß die Grösse der Pacht eines Jahres bestimmt werde, und hiezu gebraucht man die Regeln entweder der gemeinen Zinsrechnung oder der gemeinen Rabattrechnung.

§. 301.

Es bezahle also jemand an einen Gutsbesitzer 4000 Rthl. unter der Bedingung, daß er dafür ein Gut 6 Jahre lang besitze, und es entstehe wegen einer zu ertheilenden Remission die Frage, wie hoch eigentlich die Pacht eines Jahres zu rechnen sey? Es enthalten, den Zins zu 5 pr. C. gerechnet, die zu Anfange der Pacht gegebenen 4000 Rthl. von der jährlichen Pachtsumme

$$\frac{20}{21} = 0,9523809$$
$$\frac{10}{11} = 0,9090909$$
$$\frac{20}{23} = 0,8695652$$
$$\frac{5}{6} = 0,8333333$$
$$\frac{4}{5} = 0,8000000$$
$$\frac{10}{13} = 0,7692307$$

und sind also gleich $\frac{1181909}{230230} = 5,1336010$ der gedachten jährlichen Pachtsumme. Will man also diese Pachtsumme finden, so dividirt man

5,1336 | 4000,0000000 | 779,18 Rℓ.
83998804 2
40847230
8932825
472828
22346
29215
42

§. 302.

Gesetzt, daß jemand mit einem Gutsbesitzer den Vertrag errichtet hätte, daß er ihm für ein Gut nach 6 Jahren 4000 Rℓ für die gesammte Pacht aller 6 Jahre entrichten wolle, und ebenfalls wegen einer zu ertheilenden Remission die Frage entstünde, wie hoch die Pachtsumme eines Jahres eigentlich anzusetzen sey? so enthielten die gedachten 4000 Rℓ, den Zins wieder zu 5 pr. C. gerechnet, ausser der jährlichen Pachtsumme 6 mahl genommen, noch den

5fachen Zins der Pacht des 1ten Jahres oder $\frac{5}{20}$ der jährl. P.
4 — — — — 2 — — $\frac{4}{20}$ — —
3 — — — — 3 — — $\frac{3}{20}$ — —
2 — — — — 4 — — $\frac{2}{20}$ — —
1 — — — — 5 — — $\frac{1}{20}$ — —

also $6\frac{3}{4}$ der jährlichen Pachtsumme. Um daher diese zu finden, darf man nur 4000 Rℓ mit $6\frac{3}{4}$ dividiren.

Nun

Nun ist

$$\frac{4000}{6\frac{3}{4}} = \frac{16000}{27}$$, und man erhält also

27 | 16000,0 | 592,59 Rt. für die
2 5 7 6 5
7 3 2
1

jährliche Pacht.

§. 303.

Wollte man die Exempel des 301ten und 302ten §. nach der doppelten Rabattrechnung und der Zinseszinsrechnung rechnen, so würde solches leicht seyn; es wird aber hier gewöhnlicher Weise einfacher Zins und Rabatt in Anschlag gebracht.

Zweyter Abschnitt
Verschiedene Rechnungen.

Einleitung.

§. 1.

Unter dem Titel, verschiedene Rechnungen, will ich mehrere Rechnungen abhandeln, die wegen ihres häufigen Gebrauchs allerdings verdienen besonders durchgenommen zu werden, dabey aber, weil sie nicht schwer sind, keine weitläuftige Betrachtung erfordern. Sie sind die Gesellschaftsrechnung nebst ihren Anwendungen, die Alligationsrechnung, die Remissionsrechnung, die Berechnung der Legitimä, der Quartä Falcidiä und der Verletzung über die Hälfte.

Gesellschaftsrechnung
im weitläuftigen Verstande.

§. 2.

Die Gesellschaftsrechnung erklären von Clausberg, demonstr. Rechenk. 4. Th. S. 1312. und Lempe in den

Erläu-

Erläuterungen der Kästnerischen Anfangsgründe der Arithmetic, Geometrie und Trigonometrie (Altenburg 1781) 1. Th. S. 285. durch diejenige Rechnung, welche ein gegebenes Ganze in eine verlangte Anzahl Theile so zu theilen lehrt, daß sich diese Theile eben so verhalten, als wie die Theile eines andern Ganzen, das in eben so viele Theile getheilt ist. In Polacks Mathesi forensi S. 77 und der bekannten vortreflichen oeconomischen Encyclopädie des Hrn. D. Krünitz Th. 8. S. 279. wird sie die Regel der Rechenkunst genannt, durch deren Operation man den Antheil am Gewinn oder Verlust entdecket und vestsetzet, welchen Compagnons oder Gesellschafter nach Proportion ihrer zu gewissen Handlungsgeschäften oder andern Unternehmungen eingelegten oder zusammengeschossenen Capitalien, haben sollen. In dem letztern Werke findet sich überdem der Zusatz: Man brauchet sie auch, wenn man sehen will, was etwa ein Compagnon noch ferner in die unter ihnen errichtete gemeine Casse pro rata, oder nach Beschaffenheit seines daran genommenen Antheils, einzulegen hat. Wiedeburg in seiner kurzgefaßten practischen Mathematic für diejenigen, welche sich auf die Rechtsgelahrheit, Cameralwissenschaft und Oeconomie legen, (Jena 1761). Fr. Chr. Lorenz Karsten in seiner Rechenkunst und Florencourt in den öfters angeführten Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst

kunst fangen, ohne sich bey der Erklärung aufzuhalten, sogleich mit der Hauptregel derselben oder mit Exempeln an.

§. 3.

Ohnstreitig thut man wohl, wenn man **Gesellschaftsrechnung im weitläuftigen Verstande** und **Gesellschaftsrechnung in engerer Bedeutung** von einander unterscheidet, und diese als einen Theil von jener betrachtet. Man erhält dadurch den Vortheil, daß man mehrere Rechnungen, die sich nicht in der Hauptsache, sondern nur in einigen Nebendingen unterscheiden, der Hauptregel nach mit einem Male abhandeln kann, so daß man nachher nur noch auf die wenigen Besonderheiten einer jeden zu sehen hat, um jede ganz zu kennen. Gesellschaftsrechnung im weitläuftigern Verstande ist nun die Rechnung, welche die Theile eines Ganzen nach den gegebenen Theilen eines andern Ganzen bestimmen lehrt, und Gesellschaftsrechnung im engern Verstande, die in der zweyten Erklärung des vorhergehenden §. beschriebene Rechnung, welche daher auch **Gewinn- und Verlustrechnung** genennet werden kann.

Der Unterschied, den man im Gebrauche zwischen Compagnie und Gesellschaft bisweilen macht, so daß man unter Gesellschaften zwey oder drey, überhaupt wenige, unter Compagnien aber mehrere Personen versteht, wovon jene überdem bloß von sich abhängen, diese aber landesherrliche Bewilligung

gung nöthig haben, (s. öconomische Encyclopädie Th. 8. S. 259. 260,) kommt hier nicht in Betrachtung.

Die hier gegebene Erklärung der Gesellschaftsrechnung im weitläuftigern Verstande ist von der 1ten Erklärung im 2ten §. nur darin unterschieden, daß sie weiter ist.

§. 4.

Zur Gesellschaftsrechnung im weitläuftigen Verstande gehören nun

a die Gesellschaftsrechnung in engerer Bedeutung oder die Gewinn- und Verlustrechnung, nebst der Berechnung der Vertheilung der Masse und der Unkosten bey Concursen,
b die Erbtheilsrechnung,
c die Repartitions- und Contributionsrechnung,
d die Havereyrechnung,
e die Vermischungsrechnung u. d. gl.

§. 5.

Da bey allen diesen Rechnungen die Theile eines gewissen Ganzen nach den Theilen eines andern Ganzen vestzusetzen sind; so kommt es dabey vor allen Dingen darauf an, daß man dies letztere Ganze nebst seinen Theilen genau kenne. Oft sind davon blos die Theile gegeben, und dann ist es nothwendig, daß man zuvörderst das Ganze, welches sie ausmachen, suche. Was ausserdem nöthig ist, wird sich am besten an Beyspielen zeigen lassen.

Gesellschaftsrechnung
im engern Verstande
oder
Gewinn- und Verlustrechnung.

§. 6.

Wenn mehrere Personen Capitalien zusammenschiessen und anlegen, und der Antheil am Gewinn und Verlust, den eine jede nach ihrer Einlage von dem nach einiger Zeit entstandenen sämmtlichen Gewinne und Verluste erhalten muß, bestimmt werden soll; so sind entweder so wohl die zusammengeschossenen Capitalien als auch die Zeiten des Gebrauchs derselben gleich, oder es sind solches zwar die Zeiten, aber nicht die Capitalien, oder die Capitalien sind gleich, und die Zeiten ungleich, oder es sind so wohl die Capitalien als die Zeiten ungleich. Wenn so wohl die zusammengeschossenen Capitalien als auch die Zeiten des Gebrauchs derselben gleich sind, so hat natürlicher Weise auch eine jede der interessirten Personen gleichen Antheil an dem nach einiger Zeit entstandenen sämmtlichen Gewinne und Verluste, und man hat, um den Antheil einer jeden zu finden, nichts weiter nöthig, als denselben durch die Anzahl aller dieser Personen zu divi=

dividiren. In diesem Falle hat man daher auch zur Beantwortung der hieher gehörigen Fragen nichts weiter zu wissen nöthig, als einmal den sämmtlichen Gewinn und Verlust, und die Anzahl der dabey interessirten Personen. Exempel sind hier überflüßig.

§. 7.

Sind aber die Capitalien ungleich und die Zeiten gleich, so richtet sich der Antheil am Gewinne und Verluste nach dem zugeschossenen Capitale, so daß der Antheil eines jeden Interessenten an dem vorhandenen Gewinne und Verluste von diesem Gewinne und Verluste eben der Theil seyn muß, der sein eingelegtes Capital von der Summe aller zusammengeschossenen Capitalien ist. Gesetzt, daß vier Personen, A, B, C, D in eine Mascopey geben, und zwar zu gleicher Zeit

A	—	1000 Rthlr
B	—	780 Rthlr
C	—	1550 Rthlr
D	—	830 Rthlr, also
zusammen		4160 Rthlr, und nach einiger

Zeit 1560 Rthlr gewonnen haben, so ist

das gegebene Capital von		von der ganzen Summe
A	— — —	$\frac{100}{416}$
B	— — —	$\frac{39}{208}$
C	— — —	$\frac{155}{416}$
D	— — —	$\frac{83}{416}$, und es

erhält

erhält daher		von dem Gewinne		d. h.
A	—	$\frac{100}{416} \times 1560$ Rthl.	—	375 Rthl.
B	—	$\frac{78}{416} \times 1560$ Rthl.	—	292½ Rthl.
C	—	$\frac{155}{416} \times 1560$ Rthl.	—	581¼ Rthl.
D	—	$\frac{83}{416} \times 1560$ Rthl.	—	311¾ Rthl.

in Summa 1560 Rthl.

§. 8.

Florencourt hat S. 247 folgendes Exempel. Es geben in eine Mascopey

A — 2000 Rthl.
B — 1000 Rthl.
C — 1500 Rthl., und gewinnen damit 1000 Rthl.

Da die ganze zusammengeschossene Summe 4500 Rthl. ist, so ist

das gegebene Capital von				von der ganzen Summe
A	—	—	—	$\frac{20}{45}$
B	—	—	—	$\frac{10}{45}$
C	—	—	—	$\frac{1}{3}$, und es

erhält daher		vom Gewinne		d. h.
A	—	$\frac{20}{45} \times 1000$ Rthl.	—	444 Rthl. 10 gr. 8 pf.
B	—	$\frac{10}{45} \times 1000$ Rthl.	—	222 Rthl. 5 gr. 4 pf.
C	—	$\frac{1}{3} \times 1000$ Rthl.	—	333 Rthl. 8 gr.

in Summa 1000 Rthl.

So wie hier das Exempel gesetzt ist, läßt es sich durchaus im Kopfe ausrechnen, und es ist daher ein grosser Vortheil, sogleich in den kleinsten Zahlen zu bestimmen, was für ein Theil das Capital eines jeden von der ganzen zusammengeschossenen Summe sey.

Ist verloren worden, so bestimmt man, wie leicht einzusehen ist, auf eben die Art, wie hier der Gewinn bestimmt ist, den Verlust eines jeden Interessenten.

§. 9.

Sind die zusammengeschossenen Capitalien gleich, die Zeiten aber ungleich, so richtet sich der Antheil der Interessenten am Gewinn und Verlust nach der Grösse der Zeit, welche ein jeder sein Capital in der Mascopey gehabt hat. Treten z. B. 4 Personen, A, B, C und D zusammen, so daß zwar ein jeder gleich viel Capital giebt, C aber 3 Monat und D 5 Monat später beytreten als A und B sich vereiniget haben, so haben, wenn nach einem Jahre 800 Rthlr gewonnen oder verloren worden, gegen den Theil, den A und B davon erhalten, C zu fordern $\frac{3}{4}$ und D $\frac{7}{12}$. Es muß also der ganze Gewinn oder Verlust durch $3\frac{1}{3}$ getheilt werden, wodurch man 240 Rthlr erhält, und

es erhält	von diesen Theilen	also
A — —	1 — —	240 Rthlr.
B — —	1 — —	240 Rthlr.
C — —	$\frac{3}{4}$ — —	180 Rthlr.
D — —	$\frac{7}{12}$ — —	140 Rthlr.
	in Summa	800 Rthlr.

§. 10.

Will man von den Behauptungen, worauf die bisherigen Berechnungen sich gründen, den Grund allgemein haben, so findet man ihn in dem Satze, daß sich die Wirkungen wie die Ursachen verhalten. Die eingelegten Capitalien und die Zeit, welche dieselben stehen bleiben, sind hier die einzigen Ursachen des zu vertheilenden Gewinns und Verlustes, die in Anschlag gebracht werden können, und je grösser oder je kleiner dieselben sind, desto grösser oder kleiner muß auch ihre Wirkung, oder der Antheil am Gewinn und Verlust seyn. Nach dieser Bemerkung und den bereits betrachteten Fällen sieht man bald, wie man die Berechnung anzustellen habe, wenn so wohl die eingelegten Capitalien als die Zeiten derselben ungleich sind.

§. 11.

Ist dies, so ist der bequemste Weg, das verlangte zu finden, der, daß man die Einlage eines jeden Interessenten mit der Zeit, welche dieselbe steht, multiplicirt, und dann

wie

wie §. 7 und 8 verfähret. Wenn z. B. 4 Personen, A, B, C und D zusammentreten, und geben:

A 1000 Rthl., und zwar sogleich
B 1500 Rthl. nach 3 Monaten,
C 2100 Rthl. nach 5 Monaten, und
D 1800 Rthl. nach 6 Monaten,

damit in einem Jahre 1000 Rthl. gewinnen, und gefragt wird, wie groß der Antheil eines jeden am Gewinne sey? so ist solches eben so viel, als ob

A 12×1000 Rthl. = 12000 Rthl.
B 9×1500 Rthl. = 13500 Rthl.
C 7×2100 Rthl. = 14700 Rthl.
D 6×1800 Rthl. = 10800 Rthl. gäbe,

und alle dieses Geld gleich lange stehen ließen. Es erhält also

vom Gewinne d. h.

A —	$\frac{4}{17}$ —	235 Rthl.	7 gr.	$\frac{12}{17}$ pf.
B —	$\frac{9}{34}$ —	264 Rthl.	16 gr.	$11\frac{5}{17}$ pf.
C —	$\frac{49}{170}$ —	288 Rthl.	5 gr.	$7\frac{13}{17}$ pf.
D —	$\frac{18}{85}$ —	211 Rthl.	18 gr.	$4\frac{4}{17}$ pf.

in Summa 1000 Rthl.

§. 12.

Die Grössen, nach welchen bey den Aufgaben der Gewinn- und Verlustrechnung die Antheile an dem Gewinne und Verluste vestgesetzt werden, werden oft der

Fuß genannt; §. 7 sind es 1000 Rthlr, 780 Rthlr, 1550 Rthlr, 830 Rthlr, in dem Exempel des vorhergehenden §. aber 1000 Rthlr auf 1 Jahr, 1500 Rthlr auf 9 Monat, 2100 Rthlr auf 7 Monat, und 1800 Rthlr auf 6 Monat. Dieser Fuß ist entweder einfach, wie §. 7 und 8 und 9; oder zusammengesetzt, wie §. 11. Um so kurz als möglich zu rechnen, hat man vorzüglich darauf zu sehen, daß man den gegebenen Fuß durch so kleine Zahlen als möglich ausdrucke.

§. 13.

Oft ist es zur Verkürzung der Rechnung vortheilhaft, wenn man zuvörderst das pr. C. des Gewinns oder Verlustes sucht, und dann hiernach das verlangte findet. Gesetzt z. B. daß die ganze angelegte Summe 5000 Rthlr, und der ganze Gewinn oder Verlust 500 Rthlr wäre; so käme auf 100 Rthlr 10 Rthlr. Hätte nun dazu gelegt

A 1600 Rthlr,
B 1200 Rthlr,
C 750 Rthlr, und
D 1450 Rthlr, so sähe oder fände man

ohne Schwierigkeit, daß empfange

A 16 × 10 Rthlr = 160 Rthlr
B 12 × 10 Rthlr = 120 Rthlr
C $7\frac{1}{2}$ × 10 Rthlr = 75 Rthlr
D $14\frac{1}{2}$ × 10 Rthlr = 145 Rthlr, und alle

also 500 Rthlr.

Die

Die Gewinn- und Verlustrechnung hat noch mehr Zweige als bis jetzt betrachtet worden sind. Es giebt z. B. auch eine Gewinn- und Verlustrechnung beym Wechselgeschäfte. Die Betrachtung dieser und anderer Theile der Gewinn- und Verlustrechnung im weitläuftigsten Verstande gehört hieher nicht.

§. 14.

Eine der ersten Anwendungen der bisher erläuterten Regeln findet bey den Concursen statt, und zwar auf verschiedene Weise. Einmal kann es sich ereignen, daß unter mehrere Gläubiger, deren Forderungen zu einer Classe gehören, eine Summe vertheilt werden soll, die kleiner als ihre Forderungen zusammengenommen ist, und daß also die Frage entsteht, wie viel kann für Hundert gegeben werden? oder, wie viel bekommt ein jeder nach Maasgabe seiner Forderung? Hat z. B. ein Gläubiger A 1000 Rthl., ein anderer B 800 Rthl., und ein dritter C 1700 Rthl. zu fordern, und es sind nach Abzug aller Unkosten nicht mehr als 1500 Rthl. da; so werden anstatt 3500 Rthl. 1500 Rthl. vertheilt, so daß also ein jeder nur $\frac{3}{7}$ seiner Forderung erhält. In diesem Falle werden 42 Rthl. 20 gr. $6\frac{6}{7}$ pf. anstatt 100 Rthl. gegeben, und es erhält also

A statt	1000 Rthl.	nur	428 Rthl. 13 gr. $8\frac{4}{7}$ pf.
B —	800 Rthl.	—	342 Rthl. 20 gr. $6\frac{6}{7}$ pf.
C —	1700 Rthl.	—	728 Rthl. 13 gr. $8\frac{4}{7}$ pf.

u. alle in allem anstatt 3500 Rthl. nur 1500 Rthl. — —

 Daß

Daß bey einer wirklichen Vertheilung die Brüche bey den R nicht geachtet werden, ist natürlich und bekannt; der Rechner darf sie indeß nicht sogleich aus der Acht lassen, um die Uebereinstimmung der Theile mit dem Ganzen vor Augen zu legen.

§. 15.

Ferner sind oft die angewandten Kosten nach Maasgabe dessen, was ein jeder aus der Masse empfängt, zu vertheilen. Wenn z. B. A, B und C im vorhergehenden §. als erste Gläubiger ihre Forderungen ganz erhalten könnten, so müßten sie gleichwohl die bis zur Einkunft der zu ihrer Befriedigung nöthigen Gelder angewandten Kosten tragen. Wie hoch sich dieselben nun auch belaufen mögen, so muß davon tragen

A $\frac{10}{35} = \frac{2}{7}$

B $\frac{8}{35} = \frac{8}{35}$

C $\frac{17}{35} = \frac{17}{35}$, und auf eine ähnliche Art in ähnlichen Fällen. Man sieht hieraus, daß hier keine neue Regeln nöthig sind, und es wird derjenige, der das bisherige eingesehen hat, auch bey solchen Fällen keine Schwierigkeit finden, wenn die Kosten Classenweise, d. h. so wie sie zur Eintreibung des zur Befriedigung einer jeden Classe nöthigen Geldes haben gemacht werden müssen, vertheilt werden sollen.

Ein ausführliches Exempel eines Classifications-, Prioritäts- oder Locationsurtheils, das nach sächsischen Rechten eingerichtet ist, findet man aus Menkens Tract. Synopt. Proc. Jur. Comm. etc. P. II. p. 292 — 295 in Polacks Mathesi forensi S. 86 — 90.

Erb-

Erbtheilsrechnung.

§. 16.

Es finden sich oft bey Vertheilungen der Erbschaften Bedingungen, welche die Bestimmung des Theils eines jeden Erben einem ungeübten schwer machen, und die wichtigsten dieser Fälle sollen jetzt kürzlich betrachtet werden. Fälle wie folgende: Die ganze Verlassenschaft soll in 12 gleiche Theile getheilt werden, und A 5, B 4 und C 3 solcher Theile erhalten; oder: A soll von der Verlassenschaft selbst $\frac{1}{2}$, B $\frac{3}{8}$ und C $\frac{1}{8}$ bekommen; gehören hieher nicht, ein jeder sieht da von selbst, wie die Rechnung einzurichten sey.

§. 17.

Es sollen sich 3 Personen A, B und C in eine Erbschaft von 10000 Rthlr. so theilen, daß A $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{2}$ und C $\frac{3}{4}$ bekommt. Wenn eine solche Bestimmung da ist, so sieht man bald, daß der Sinn derselben nicht seyn könne, daß

A — $\frac{1}{3}$ × 10000 Rthlr. = 3333 Rthlr. 8 Gr.
B — $\frac{1}{2}$ × 10000 Rthlr. = 5000 Rthlr. und
C — $\frac{3}{4}$ × 10000 Rthlr. = 7500 Rthlr. erhalten solle;

denn sonst müßten 15833 Rthlr. 8 Gr. zu vertheilen gegeben seyn. Hiedurch wird weiter nichts als das

Verhältniß der Theile von A, B und C gegen einander angezeigt, und der Sinn der Aufgabe ist: Es sollen sich A, B und C in 10000 Rthl. so theilen, daß sich ihre Theile gegen einander wie $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ verhalten. Bringt man nun diese Brüche auf einerley Benennungen, so erhält man anstatt derselben $\frac{4}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{9}{12}$, und anstatt des gedachten Verhältnisses die Zahlen 4, 6, 9. Man muß also die 10000 Rthl. in 19 Theile theilen, und davon A 4, B 6, C 9 geben, so daß also

A $\frac{4}{19} \times 10000$ Rthl. $=$ 2105 Rthl. 6 gr. $3\frac{15}{19}$ pf.
B $\frac{6}{19} \times 10000$ Rthl. $=$ 3157 Rthl. 21 gr. $5\frac{13}{19}$ pf.
C $\frac{9}{19} \times 10000$ Rthl. $=$ 4736 Rthl. 20 gr. $2\frac{10}{19}$ pf.

und alle in allem — — 10000 Rthl. erhalten.

§. 18.

Wenn also eine Summe in Theile getheilt werden soll, und die Grösse dieser Theile durch Brüche bezeichnet ist, welche zusammengenommen nicht Ein Ganzes ausmachen; so muß man die Vertheilung so machen, daß der Antheil eines jeden in der ganzen zu vertheilenden Summe so enthalten ist, als der für den Antheil eines jeden gegebene Bruch in der Summe der Brüche. Das Exempel des vorhergehenden §. kann zur Erläuterung dieser Regel hinlänglich seyn.

§. 19.

§. 19.

Gesetzt, daß folgender Fall vorkäme: Es sollen sich 4 Brüder in eine Erbschaft von 1000 Rthl. dergestalt theilen, daß der 2te 100 Rthl. weniger bekommt als der älteste, der 3te 75 Rthl. mehr als der 2te, und der 4te 60 Rthl. mehr als der dritte; so sieht man nach einigem Nachdenken bald, daß man nur irgend einen Theil zu wissen brauche, um daraus alle übrige mit leichter Mühe bestimmen zu können. Man vergleiche daher alle zu suchende Theile gegen irgend einen derselben, z. B. gegen den ersten; so ist der Theil des

1ten = 1
2ten = 1 − 100 Rthl.
3ten = 1 − 100 Rthl. + 75 Rthl. = 1 − 25 Rthl.
4ten = 1 − 100 Rthl. + 75 Rthl. + 60 Rthl. = 1 + 35 Rthl.

und alle 4 Theile zusammen = 4 − 90 Rthl., d. h. der Theil des ältesten viermal genommen ist um 90 Rthl. grösser als 1000 Rthl., indem die vestzusetzenden Theile zusammengenommen 1000 Rthl. gleich seyn sollen. Ist nun dies, so sind 1000 Rthl. + 90 Rthl. oder 1090 Rthl. das vierfache des Theils des ältesten, und sein Theil also selbst $\frac{1090}{4} = 272\frac{1}{2}$ Rthl. Es erhält also

der älteste	—	$272\frac{1}{2}$ Rthl.
— 2te	—	$172\frac{1}{2}$ Rthl.
— 3te	—	$247\frac{1}{2}$ Rthl.
— 4te	—	$307\frac{1}{2}$ Rthl., und alle
also		1000 Rthl.

Auf eine ähnliche Art kann man sich in ähnlichen, auch noch verwickeltern Fällen helfen. Da übrigens dergleichen Fälle so häufig eben nicht vorkommen, so ist es ohnstreitig genug, die Verfahrungsart dabey an Einem Exempel gezeigt zu haben.

§. 20.

Es soll eine Erbschaft von 20000 Rthlr unter 3 Söhne und 2 Töchter dergestalt vertheilt werden, daß ein Sohn so viel als der andere, und eine Tochter auch so viel als die andere erhalten soll, der Theil eines Sohns soll aber viermal so groß seyn, als der Theil einer Tochter; es wird gefragt, wie viel so wohl ein jeder der Söhne als eine jede der Töchter erhalten müsse? Weiß man hier z. B. wie viel eine Tochter erhält, so ist alles übrige bekannt. Setzt man nun den Antheil einer Tochter 1, so erhält von den zu vertheilenden 20000 Rthlr

die älteste Tochter			1
—	2te	—	1
der älteste Sohn			4
—	2te	—	4
—	3te	—	4, alle also zusammen den Theil
einer Tochter		—	14 mal,

das heißt, das ganze Erbtheil der 20000 Rthlr ist vierzehnmal so groß, als der Antheil einer Tochter. Es erhält also eine Tochter

$$\frac{20000 \text{ Rthlr}}{14} = \frac{10000 \text{ Rthlr}}{7} = 1428 \text{ Rthlr } 13 \text{ gr } 8\tfrac{4}{7} \text{ pf}$$

und

und ein Sohn 5714 Rthl. 6 gr. $10\frac{2}{7}$ pf., als das 4fache davon. Da also bekommen soll

die älteste Tochter	1428 Rthl.	13 gr.	$8\frac{4}{7}$ pf.	
— 2te —	1428 Rthl.	13 gr.	$8\frac{4}{7}$ pf.	
der älteste Sohn	5714 Rthl.	6 gr.	$10\frac{2}{7}$ pf.	
— 2te —	5714 Rthl.	6 gr.	$10\frac{2}{7}$ pf.	
— 3te —	5714 Rthl.	6 gr.	$10\frac{2}{7}$ pf.,	so erhalten

alle insgesammt 20000 Rthl., und die herausgebrachte Bestimmung ist die wahre.

§. 21.

Ein Vater stirbt, und hinterläßt am Vermögen 22000 Rthl. Nach dem Testamente soll seine Frau, welche schwanger ist, wenn sie einen Sohn zur Welt bringt, von dem ganzen Vermögen $\frac{1}{3}$, und der Sohn $\frac{2}{3}$; wenn sie aber mit einer Tochter niederkömmt $\frac{2}{3}$ und die Tochter $\frac{1}{3}$ erhalten. Es fügt sich aber, daß die Mutter mit einem Sohne und einer Tochter zugleich niederkommt. Es ist die Frage, wie viel jetzt ein jeder von dem hinterlassenen Vermögen bekommen muß, wenn des Vaters Wille erfüllt werden soll. Betrachtet man diese Aufgabe genau, so findet man bald, daß der Sohn noch einmal so viel als die Mutter und die Tochter nur $\frac{2}{3}$ des Antheils der Mutter bekommen soll. So oft daher die Mutter 1 erhält, bekommt der Sohn 2, und die Tocher $\frac{2}{3}$; oder, so oft die Mutter 3 erhält, bekommt der Sohn 6 und die Tochter 2.

Man=

Man hat also nur nöthig, das ganze Vermögen in 11 Theile zu theilen, und der Mutter 3, dem Sohne 6, und der Tochter 2 solcher Theile zu geben. Es erhält also die Mutter 6000 Rthlr, der Sohn 12000 Rthlr und die Tochter endlich 4000 Rthlr, welche Summen zusammen 22000 Rthlr ausmachen.

Man findet diese Aufgabe häufig in algebraischen Schriften in dem Capitel von den einfachen arithmetischen Aufgaben. Sie steht z. B. in Tempelhofs Anfangsgründen der Analysis endlicher Grössen (Berlin 1769) §. 271 u. f., und in Langsdorfs Fortsetzung der Erläuterungen über die Kästnerische Analysis endlicher Grössen, S. 367 u. f. Ihre Auflösung ist sehr leicht, und bedarf an und für sich der Hülfe der Algebra nicht.

§. 22.

Wenn das sämmtliche hinterlassene Vermögen, in dem Falle, daß die erbenden Kinder noch minderjährig sind, so lange ungetheilt bleibt, bis das älteste großjährig geworden, und unterdeß von den Interessen die Erziehungskosten bestritten und das übrige zum Capitale geschlagen wird; ferner das älteste Kind nun seinen Theil erhalten, und mit dem übrigen eben so als vorher mit dem ganzen Vermögen bis zur Großjährigkeit des zweyten Kindes u. s. f. verfahren werden soll; so ist das ein Fall, dessen Berechnung zwar weitläuftig aber nicht schwer ist, und daher auch nur berührt werden darf.

Repar-

Repartitions-

und

Contributionsrechnung.

§. 23.

Eine sehr weitläuftige Abhandlung dieser Rechnung findet man im 2ten Stücke der Ungerischen Beyträge zur Mathesi forensi S. 1 bis 78. Wenn der Fuß, nach welchem die Repartition gemacht, oder die Contribution entrichtet werden soll, erst vestgesetzt ist, so unterscheidet sich das übrige Verfahren bey dieser Rechnung von dem Verfahren bey der Gewinn- und Verlustrechnung, nachdem auch da der Fuß vestgesetzt ist, nicht. Von der Art und Weise, bey Repartitionen und Contributionen den Fuß vestzusetzen, braucht daher hier nur geredet zu werden, und das kann auf eine viel kürzere Art geschehen.

§. 24.

Der Repartitions- und Contributionsfuß ist entweder einfach, oder zusammengesetzt. Wenn z. B. die Vermessung eines ganzen Amtes zu 200 Rthlr verdungen worden ist, und die Feldmark

des

des Dorfes A hält 1000 Morgen — —
— — B — 1200 —
— — C — 1700 —
— — D — 1400 —; so ist, wenn bey der Vertheilung der 200 Rthl. Unkosten auf die Morgenzahl allein gesehen werden muß, der Repartitionsfuß ein einfacher Fuß: wenn aber wegen der Lage und der Beschaffenheit der Felder nicht bloß auf die Morgenzahl, sondern auch auf die zur Vermessung nöthige Zeit gesehen werden muß; so wird derselbe dadurch zusammengesetzt. Bey dem berührten einfachen Fusse müßten die Beyträge von A, B, C und D sich gegen einander verhalten, wie 10, 12, 17, 14 und also

A geben $\frac{10}{53}$ × 200 Rthl.
B — $\frac{12}{53}$ × 200 Rthl.
C — $\frac{17}{53}$ × 200 Rthl.
D — $\frac{14}{53}$ × 200 Rthl. Wären aber auf die Vermessung

der 1000 Morgen verwandt 10 Tage
— 1200 — — — 15 —
— 1700 — — — 14 —
— 1400 — — — 8 —, und

müßte also auch hierauf gesehen werden; so wäre der zusammengesetzte Fuß

für

für das Dorf A = 10. 1000 = 10. 10
— — — B = 15. 1200 = 15. 12
— — — C = 14. 1700 = 14. 17
— — — D = 8. 1400 = 8. 14, und es

müßte also beytragen

das Dorf A = $\frac{10}{53}$ × 200 Rthl.
— — B = $\frac{12}{53}$ × 200 Rthl.
— — C = $\frac{17}{53}$ × 200 Rthl.
— — D = $\frac{14}{53}$ × 200 Rthl.

§. 25.

Diejenigen Dinge, welche bey der Bestimmung des Repartitions- und Contributionsfusses in Anschlag gebracht werden dürfen, müssen als wahre Ursachen dessen, was repartirt oder contribuirt werden soll, angesehen werden können. Ob dies sey oder nicht? und wenn es nicht gerade zu statt findet, in wiefern es sey? hierüber hat man vor allen Dingen nachzudenken und zu entscheiden. Zur Ertheilung besonderer Regeln hiezu wird sich indeß in der Folge ein bequemerer Ort finden, daher es gegenwärtig an dem allgemeinen genug seyn mag.

Habe-

Haverenrechnung.

§. 26.

Das Wort Haveren hat mancherley Bedeutungen. Hier bedeutet es ausserordentliche Unkosten für ein Schiff und seine Ladung, und den Schaden an den Waaren auf demselben, welche dem einen Theile von den Eigenthümern der übrigen vergütet werden. Die Haverenrechnung betrifft also die so genannten grossen oder gemeinen Haverenen, wozu die Sachen, welche den Seeräubern für Loskaufung des Schiffes und der Waaren gegeben werden, die in das Meer geworfene Waaren, die zerrissene oder abgehauene Taue oder Maste, die zum gemeinen Besten des Schiffes und der Waaren im Stiche gelassene Anker und andere Effecten, der den in dem Schiffe zurückgebliebenen Waaren bey dem Auswerfen ins Meer zugefügte Schade, die Besorgung und Verpflegung der bey der Vertheidigung des Schiffes verwundeten Matrosen u. d. gl. gerechnet werden.

§. 27.

Die Regel, nach welcher diese Haverenen berechnet werden müssen, ist: Es müssen dieselben so wohl auf das Schiff als auf die Waaren auf dem Schiffe, und zwar

nach

nach Verhältniß des Werthes der Waaren und des Schiffes fallen. Es bedarf diese Regel keines weitern Beweises, da sie von selbst einleuchtet; man sieht aber bey Ueberdenkung derselben auch sogleich, daß die Haverenrechnung mit der Gewinn- und Verlustrechnung sehr vieles gemein hat.

§. 28.

Es kommt bey einer Havereyberechnung auf 3 Stücke an: erstlich auf die Berechnung des Capitals, welches die Haverey tragen muß, zweytens auf die Bestimmung der Haverey, und endlich drittens auf die Vertheilung der Haverey. Ein Exempel kann hinreichen, die dabey zu befolgende Art vor Augen zu legen. Es sey solches das in dem Versuche über Assecuranzen, Havereyen und Bodmereyen insgemein, und über verschiedene wirkliche Vorfälle und deren Berechnung insbesondere (Hamburg 1753) S. 220 u. f. befindliche.

1. Berechnung des Capitals.

P - - e D - - 3 Cassen mit 165 Bouteillen Oehl a 1 ℳ	——	165 ℳ
3 dito mit 165 Bouteillen Wein a 8 ß.		82 ℳ 8 ß
9 dito mit Rosinen und Käse	——	50 ℳ —
		297 ℳ 8 ß
ab Fracht, Kaplaken, Zollunkosten		60 ℳ 8 ß
bleibt	— — —	237 ℳ.

P = = e B = = e 282 Orhoft Wein, ab
10 pr. C. Leccage, restiren 254 Orhoft,
a 26 Rh. — — 19812 Rh.
50 Stück Picardan, ab 10 pr. C.
restiren 45 Stück a 26 Rh. — 3510 Rh.
20 Stück Brandtwein 1397 Quart, ab
10 pr. C. restiren 1257 Quart a
26 Rh. 30 Quart — — 3268 Rh. 3 ß

26590 Rh. 3 ß.

ab Fracht, Kaplaken etc. — 5400 Rh.
Zoll und Accis — — 700 Rh.
Everführen, Arbeiter, Courtage 480 Rh. 3 ß

6580 Rh. 3 ß

bleibt — — — 20010 Rh.

M = = e M = = e 22 Ballen Amandeln,
netto 11034 lb, deren theils beschädiget,
belaufen mit 13 Monat Rabatt — 3413 Rh. 8 ß
10 Cassen mit 720 Kisten Brunellen 1288 Rh. 9 ß
41 Fäßgen kleine Rosinen — 620 Rh.

5322 Rh. 1 ß

ab Fracht, Kaplaken 557 Rh. 1 ß
Zollunkosten, Courtage 186 Rh.

743 Rh. 1 ß

bleibt — — 4579 Rh.

P = = e

P = = e H = = ß 2 Kasten mit Wein und Kleinigkeiten, kosten laut seiner Rechnung —— 60 Rthl. 15 ß
ab für Fracht —— 7 Rthl. 15 ß
53 Rthl.

R = = e D = = t 1 Casse und 2 Fäßgen 350 Rthl.
ab Fracht, Zollunkosten —— 38 Rthl.
312 Rthl.

J = = s C = = t 88 Cassen Kaufmanschaft, abgezogen Fracht, Zollunkosten 600 Rthl.

H = = ch N = = s 9 Ballen Provence Amandeln 4280 ℔ a 34½ Rthl., mit 13 Monat Rabatt 1357 Rthl.
6 Säcke Gallen a 300 Rthl. —— 1800 Rthl.
2 Fässer Spangrün 950 ℔ —— 950 Rthl.
4107 Rthl.
ab Fracht und Unkosten —— 307
bleibt —— 3800 Rthl.

H = = ch J = = ph M = = e 19 Ballen Provence Amandeln 9400 ℔ a 37 Rthl. 8 ß —— 2982 Rthl.
9 dito Valence dito 4500 ℔ a 37 Rthl. —— 1531 Rthl.
8 Säcke Gallen —— 2400 Rthl.
2 Fässer Spangrün 1000 ℔ —— 1000 Rthl.
7913 Rthl.
ab Fracht und Unkosten —— 683 Rthl.
bleibt —— 7230 Rthl.

A = = i' B = = n 6 Fässer Spangrün,
wiegen 2050 ℔ — — — 2050 ℞
ab Fracht, Zoll, Unkosten — — 120 ℞

1930 ℞

Das Schiff und die Fracht, Volkshauer
abgezogen — — — — — 6000 ℞

44751 ℞.

a. Berechnung der Haverey.

Für Lootsgeld und Ancorage in Kingsale	à ℔ St.	3	10
— ein Protest — — — —		18	6
— Lootsgeld und Havenunkosten in Falmouth — — —	1 —	6	2
— Feuergeld in allem — —	4 —	18	8
— Lootsgeld und Unkosten in Duyns	3 —	5	6
	12 ℔ St.	12	8

thun à 16½ ℞ in Courant — — 211 ℞ 10 ß
Heiligländer Lootsgeld laut Quitung 33 ℞
Löcher in das Schiff gekappet, damit das Wasser hinunter laufen könnte, ist der Schade — — — 12 ℞.

Für folgende Waaren, so der Schiffer über Bord geworfen, ist zu bezahlen

220 Orhöft Frontignac à 26 Rthl. an
P=⸗e B=⸗e — — — 1716 Rthl.
ab 10 pr. C. leccage und Accise — 196 Rthl.

1520 Rthl.

2 Casse P=⸗e H=⸗ß gehörig — — 60 Rthl. 15 ß
20 Ballen Amandeln für P. M=⸗e
netto 5256 ℔ à 34½ Rthl. — 1813 Rthl. 5 ß
ab 13 Monat Rabatt — 144 Rthl. 10 ß

1668 Rthl. 11 ß

3 Ballen Provence Amandeln für H=⸗ch
M=⸗s 1920 ℔ à 34½ Rthl. — 662 Rthl. 6 ß
ab 13 Monatt Rabatt — — 52 Rthl. 13 ß

609 Rthl. 9 ß

7 Ballen Provence Amandeln für H. L.
M=⸗ck netto 2415 ℔ à 34½ Rthl. — 833 Rthl. 3 ß
2 Ballen Valence Amandeln 1039 ℔
à 37 Rthl. — — — — 384 Rthl. 7 ß

1120 Rthl. 8 ß

Für des Volks Aussage mit Dolmetschen 8 Rthl.
Für Haverey anzudienen und Facturen
zu holen — — — 4 Rthl. 8 ß
Für Provision 1 pro mille — 44 Rthl. 12 ß
An die Armen — — — 2 Rthl. 1 ß

5295 Rthl. 10 ß.

3. Theilung.

Die 5295 ℛ 10 ß für Haverey-Grosse, getheilt über 44751 ℛ Capital, kommen für jede 100 ℛ zu bezahlen. — — 11 ℛ 13. 4

P = = e D = = z	237 ℛ	28 ℛ	1
P = = e B = = T	20010	2366	14
P = = e M = = e	4579	541	14
P = = e H = = ß	53	6	4
Pe = = D = = e	312	36	15
J = = s C = = t	600	71	—
H = = ch N = = s	3806	449	11
H = = ch L = = f M = = ck	7230	855	9
A = = i B = = n	1930	228	6
Das Schiff Matheus	6000	710	—
	44751 ℛ	5295 ℛ	10 ß.

§. 29.

Bey der Verfertigung einer Dispache, (denn so nennt man die Berechnung und Repartition der Haverey, davon der vorhergehende §. ein Beyspiel enthält, so wie derjenige, der dergleichen anzufertigen gesetzt ist, Dispacheur heißt, und dafür Provision z. E. 1 pro mille erhält,) muß ausgemacht seyn, theils was und wie dasselbe zur Haverey contribuiren müsse, und was nicht? theils, welche Dinge Entschädigung erhalten, und welche nicht? und theils auf was für eine Art die Taxation der contribuirenden

de[illegible]

Haveren=Ordnungen, wovon man die Hamburgische so wohl als die Amsterdammer in Gottfr. Christ. Bohns wohlerfahrnen Kaufmanne (Hamburg 1762) unter den Artikeln Hamburg und Amsterdam findet.

In dieser Rechnung [illegible] so wohl die [illegible] als auch die unbeschädigten Güter [illegible] und [illegible] nach ihrem Werthe contribuiren [illegible] die Schiffe [illegible] Victualien [illegible] die Matrosen und andere Leute [illegible] Entschädiget werden [illegible] diejenigen nicht, die auf [illegible] des Schiffes [illegible] allein den Verlust tragen [illegible]. Die Taxation der Güter wird bald nach dem Einkaufe, bald nach dem Verkaufe [illegible] werden die geworfenen Güter nach dem Einkaufe und die erhaltenen nach dem Verkaufe geschätzt, und [illegible] auch die Grösse des schon zurückgelegten Weges, wie die Taxation vorgenommen werden soll. Doch ausführlich hievon zu reden ist hier der Ort nicht; man muß dabey jedesmal die Gewohnheiten und die Haveren=Ordnungen selbst zu Rathe ziehen.

Vermischungsrechnung.

§. [illegible]

Von dieser Rechnung dürfen höchstens ein Paar Beyspiele angeführt werden, indem das dabey nöthige Verfahren ganz mit der Art der Gewinn- und Verlustrechnung übereinstimmt. Die Hauptaufgaben dieser Rechnung verlangen, daß man, wenn eine aus der Vermischung mehrerer Ingredienzen entstandene Masse gegeben ist, bestimme, wie man eine andere Masse von gleicher Art hervorzubringen im Stande sey. Man weiß z. B. daß zu 21 Unzen Pulver 1 ℔ Salpeter, 3 Unzen Kohlen und 2 Unzen Schwefel genommen werden, und es wird gefragt, wie viel man von jeder dieser Ingredienzen nöthig habe, um 1000 ℔ Pulver zu erhalten? Man sieht hier bald, daß man nur 1000 ℔ nach und nach mit $\frac{16}{21}$, $\frac{3}{21}$, und $\frac{2}{21}$ zu multipliciren habe, um die zu nehmende Mengen des Salpeters, der Kohlen und des Schwefels zu finden. Nun ist

$$1000 \text{ ℔} \times \frac{16}{21} = 1000 \text{ ℔} \times \left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}\right) = 2000 \text{ ℔} \times \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{5}{7}\right)$$

$$1000 \text{ ℔} \times \frac{3}{21} = 1000 \text{ ℔} \times \frac{1}{7}$$

$$1000 \text{ ℔} \times \frac{2}{21} = 2000 \text{ ℔} \times \frac{1}{21} = 2000 \text{ ℔} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{7},$$

und man muß also nehmen

$$\frac{2000\ ℔ \times (\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{7})}{\begin{array}{r} 666\frac{2}{3} \\ 95\frac{5}{21} \end{array}}$$

$761\frac{19}{21}$ ℔ Salpeter.

$$\frac{1000\ ℔ \times \frac{1}{7}}{142\frac{6}{7}}$$ ℔ Kohlen.

$$\frac{2000\ ℔ \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{7}}{666\frac{2}{3}}$$

$95\frac{5}{21}$ ℔ Schwefel.

§. 32.

Gesetzt daß man wissen will, wie viel von dem einen oder andern Ingredienz in einer schon vorhandenen Masse steckt, so kann man, wie solches bald in die Augen fällt, das verlangte nach denselben Regeln finden. Würde z. B. gefragt, wie viel Salpeter in 1000 ℔ Pulver enthalten sind, wenn zu 21 Unzen Pulver 1 ℔ Salpeter, 3 Unzen Kohlen und 2 Unzen Schwefel genommen werden? so wäre natürlicher Weise die Antwort:

$$1000\ ℔ \times \frac{16}{21} = 761\frac{19}{21}\ ℔.$$

Hieher gehören auch die Fragen, wie viel fein Gold oder fein Silber in dieser oder jenen Masse enthalten sey. Z. B. Wie viel fein Gold enthalten 8 ℳ 22karatiges Gold? Die Antwort ist

 8 ℳ

8 ℔ × [illegible] = 8 ℔ × [illegible] = 7[illegible] ℔.

Wie viel enthalten 27 ℔ 14½löthig Silber fein? Die Antwort ist

$$27 ℔ \times \frac{14\frac{1}{2}}{16} = 27 ℔ \times \frac{29}{32} = 24\frac{15}{32} ℔.$$

Es ist bekannt, was man unter 23, 22 u. s. w. karatigen Golde, und unter 15löthigen, 14löthigen Silber u. s. w. versteht. Man zeigt durch diese Benennungen an, wie viel Karat fein eine Mark Goldes, und wie viel Loth fein eine Mark Silbers enthalte. Beym Zinne bestimmt man den Grad der Güte etwas anders. Man giebt hier nemlich an, wie viel ℔ rein Zinn mit einem ℔ Bley zusammen geschmolzen ist, und nennt die Masse so viel pfündig, als die ganze zusammen geschmolzene Masse hält. Sechspfündig Zinn ist daher z. B. was aus 5 ℔ reinem Zinn und 1 ℔ [illegible] zusammen [illegible]. Das 6pfündige Zinn enthält daher [illegible], das 10pfündige [illegible] Zinn u. s. w. Die Aufgaben dieses §. kommen oft umgekehrt vor, z. B. Wie viel löthig ist das Silber, wovon 53 ℔ 48½ ℔ fein enthalten? man will in diesem Falle wissen, wie viel eine [illegible] Silber enthalte. Diese Aufgaben bedürfen keiner weitern Erörterung. Wird von einer Masse Zinn zu wissen verlangt, wie vielpfündig sie sey; so muß bestimmt werden, wie viel ℔ Zinn auf ein ℔ Bley darin sind. Nach dieser Anmerkung sind auch diese Aufgaben leicht. Hätten z. B. 100 ℔ Zinn 16 ℔ Bley, so sind in dieser Masse 84 ℔ rein Zinn, und auf 1 ℔ Bley also $\frac{84}{16}$ ℔ rein Zinn, d. h. 5¼ ℔ genommen worden. Es ist also dieses Zinn 6¼ pfündig.

§. 33.

Es schmelzt jemand verschiedene Arten Silber zusammen, nemlich

8 ℔ 12löthiges,

9 ℔ 10löthiges, und

3 ℔ 8löthiges; es wird gefragt, wie fein die [illegible] Masse seyn werde? [illegible]

überhaupt 210 Lt. Eine ℔ enthält also $\frac{210}{20} = 10\frac{1}{2}$ Lt. fein Silber. Aus diesem einen Exempel aber sieht man auch hinlänglich, wie man bey allen andern ähnlichen zu verfahren habe.

§. 34.

Anstatt der Dinge, die in den betrachteten Exempeln zu einem Ganzen verbunden wurden, lassen sich eine grosse Menge anderer Sachen setzen, und die Vermischungsrechnung begreift daher eine ausserordentliche Menge von Aufgaben, und ist, ihrer Leichtigkeit ohnerachtet, eine sehr brauchbare Rechnung.

Alli-

Alligationsrechnung.

§. 35.

Die Alligationsrechnung ist von der Vermischungsrechnung darin unterschieden, daß in ihr aus den dazu nöthigen Stücken der Vermischungsfuß zu bestimmen gelehrt wird. Es hat jemand 8 und 11löthiges Silber vorräthig, und will daraus 10löthiges zusammenschmelzen. Wie viel muß er, um solches zu erhalten, so wohl von dem 8 als von dem 11löthigen Silber nehmen? Diese Frage ist eine Frage der Alligationsrechnung, und man sieht daraus die Richtigkeit der gegebenen Bestimmung derselben. Auch diese Rechnung ist sehr oft zu gebrauchen, und verdient daher nunmehr betrachtet zu werden.

§. 36.

Es sind entweder zwey Dinge nur, oder es sind mehrere zusammen zu setzen. Jener Fall soll zuerst betrachtet werden. Die Masse, welche aus den zusammen zu setzenden Dingen entstehen soll, muß zwischen beyde fallen, und kann daher das Mittel genannt werden, so wie von den beyden gegebenen Dingen das eine das schlechtere und das andere das bessere heissen kann.

§. 37.

§. 37.

Was dem schlechtern fehlt, muß durch das bessere ersetzt, und was das bessere zu viel hat, durch das schlechtere hinweggeschaft werden. Der Vermischungsfuß wird also durch die Unterschiede zwischen dem Mittel und dem bessern und schlechtern vestgesetzt, so daß diese Unterschiede in umgekehrter Ordnung genommen werden. Wollte also jemand aus 8 und 11löthigen Silber 10löthiges schmelzen, so wären die gedachten Unterschiede 2 und 1, und es müßte also 2mal so viel von dem 11löthigen als von dem 8löthigen genommen werden.

§. 38.

Der Beweis der Behauptung des vorhergehenden §. gründet sich auf den Satz: Wenn von 3 Grössen die erste und dritte und der Unterschied zwischen der ersten und mitlern und der Unterschied zwischen der mitlern und der dritten gegeben sind, so ist die mitlere gleich der Summe der Producte, aus der ersten Grösse in den Unterschied der mitlern, und der dritten und aus der dritten Grösse in den Unterschied der ersten und mitlern, durch die Summe beyder Unterschiede dividirt. Ist z. B. die 1te Grösse 10, die dritte 15, der Unterschied der 1ten und mitlern 3, und der Unterschied der mitlern und dritten 2, so ist die mitlere =

$$\frac{10 \times 2 + 15 \times 3}{3 + 2} = \frac{65}{5} = 13.$$

§. 39.

§. 39.

Will man die Probe machen, so setze man nach dem gefundenen Fusse eine Masse zusammen, und erforsche darauf ihren Werth. Nimmt man z. B. 2 Mark 11löthiges Silber und 1 Mark 8löthiges, so erhält man daraus 3 Mark, die insgesamt 30 Loth fein Silber enthalten, und also 10löthig sind.

§. 40.

Bey der Bestimmung des Vermischungsfusses des Zinns ist wegen der Art, die Güte des Zinns anzuzeigen, das daher nothwendige nicht aus der Acht zu lassen. Ein Beyspiel mag das hier zu beobachtende Verfahren lehren. Es hat jemand 9 und 5pfündiges Zinn, und will daraus 6pfündiges schmelzen. In welchem Verhältnisse muß er dazu von seinem Vorrathe nehmen? Hier ist

die Güte des 9pfündigen Zinns = $\frac{8}{9}$

— — 5 — — = $\frac{4}{5}$

— — 6 — — = $\frac{5}{6}$; oder es verhalten sich die verschiedenen Werthe gegen einander wie $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, oder $\frac{80}{90}$, $\frac{72}{90}$, $\frac{75}{90}$, oder 80, 72, 75. Der Vermischungsfuß ist also 3, 5; so daß 3 Theile 9pfündiges und 5 Theile 5pfündiges Zinn genommen werden müssen.

§. 41.

Wenn mehrere Dinge als zwey (S. §. 36) zu einer Masse zu vereinigen sind, und der Vermischungsfuß be-

stimmt

stimmt werden soll; so kann man zuerst zwischen den beyden von den zu vereinigenden Dingen, zwischen welche das verlangte Mittel nicht fällt, willkührlich eine Mittelmasse annehmen, und dann zwischen dieser und dem noch übrigen abermals das Mittel suchen. Hat z. B. jemand 3 Arten Silber 14löthiges, 11löthiges und 5löthiges, und will daraus 8 löthiges schmelzen; so fällt das verlangte Mittel zwischen 11 und 5, und man sucht also zuvörderst zwischen dem 14 und 11löthigen Silber ein Mittel. Man nimmt, so wie es die Umstände verlangen, von diesen beyden Arten Silber eine Quantität, und macht daraus eine Masse, deren Gehalt man darauf bestimmt. Man nimmt z. B. 3 ℔ 14löthiges und 2 ℔ 11löthiges Silber; diese geben 5 ℔ $\frac{64}{5}$, d. h. $12\frac{4}{5}$löthiges Silber. Nun ist der Vermischungsfuß von $12\frac{4}{5}$ und 5löthigen Silber zu 8löthigem zu finden. Dieser ist 3, $4\frac{4}{5}$, so daß man 3 Theile $12\frac{4}{5}$löthiges und $4\frac{4}{5}$ Theile 5löthiges nimmt. Anstatt 3 Theile $12\frac{4}{5}$ löthiges Silber aber zu nehmen nimmt man nach dem vorhergehenden Fusse 3, 2, 14löthiges und 11löthiges Silber, d. h. $1\frac{4}{5}$ 14löthiges und $1\frac{1}{5}$ 11löthiges. Es ist also der ganze Vermischungsfuß

$1\frac{4}{5}$	14löthiges	Silber, oder
$1\frac{1}{5}$	11löthiges	
$4\frac{4}{5}$	5löthiges	

3 Theile

3 Theile 14löthiges		
2 Theile 11löthiges	}	Silber.
8 Theile 5löthiges		

§. 42.

Will man sich von der Richtigkeit der Ausrechnung des vorhergehenden §. überzeugen; so rechne man

3 ℔ 14löthig Silber enthalten 42 Loth fein
2 — 11 — — — — 22 — —
8 — 5 — — — — 40 — —, also

die daraus entstandenen 13 ℔ — 104 Loth fein, und die ℔ von dieser Masse ist also $\frac{104}{13}$ d. h. 8löthig.

§. 43.

Sollte hingegen aus den §. 41 genannten Arten Silbers $12\frac{1}{2}$löthiges Silber geschmolzen werden, so müßte man das erste Mittel zwischen dem 11löthigen und 5löthigen Silber suchen. Es sey der Vermischungsfuß dazu 5, 4; so enthalten

5 ℔ 11löthiges Silber 55 Loth fein
4 — 5 — — 20 — — und die

daraus mögliche 9 ℔ also 75 Loth fein, so daß man also $8\frac{1}{3}$löthiges Silber erhält. Der Vermischungsfuß dieses Silbers und des 14löthigen zu $12\frac{1}{2}$löthigen ist nun $1\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{6}$, oder 9, 25, und da nun 9 nach dem Fusse 5, 4 getheilt werden

werden muß, und dadurch die Theile 5 und 4 entstehen, so ist der ganze Vermischungsfuß

25 Theile 14löthiges }
5 — 11 — } Silber.
4 — 5 — }

Da

25 ℳ 14löthiges Silber enthalten 350 Loth fein
5 — 11 — — — 55 — —
4 — 5 — — — 20 — —

also die ganze daraus mögliche Masse von 34 ℳ 425; so erhält man nach dem berechneten Fusse $\frac{425}{34}$ oder $12\frac{1}{2}$löthiges Silber, welches verlangt wurde.

§. 44.

Wenn man den Vermischungsfuß des willkührlich anzunehmenden Mittels 1 zu 1 annimmt, so wird dadurch die Rechnung um etwas erleichtert. Es geschehe solches z. B. in dem Exempel §. 41, so erhält man aus

1 ℳ 14löthiges } Silber
1 — 11 — — }

2 ℳ $12\frac{1}{2}$ löthiges. Der Vermischungsfuß von $12\frac{1}{2}$ löthigen und 5löthigen Silber zu 8löthigen aber ist 3, $4\frac{1}{2}$ oder 6, 9 oder 2, 3. Der gesuchte Vermischungsfuß also ist

1 Theil 14löthiges		Silber.
1 — 11 — —		
3 — 5 — —		

Es enthält

1 ℔ 14löthiges Silber 14 Loth fein
1 — 11 — — — 11 — —
3 — 5 — — — 15 — —, und die daraus

möglichen 5 ℔ also 40 Loth fein, so daß der gefundene Vermischungsfuß 8löthiges Silber giebt.

Die gedachte Erleichterung besteht darin, daß man die eine Zahl des erhaltenen Fusses hier nur durch 2 zu theilen hat.

§. 45.

Man lernt durch eine aufmerksame Betrachtung des bisherigen bald, daß nur in dem Falle, wenn zwey Dinge zu einem dritten zu vermischen sind, durch die Rechnung ein durchaus bestimmter Fuß herausgebracht werden könne. So bald die Anzahl der zusammen zu setzenden Dinge drey ist, so lassen sich mehrere Antworten auf die vorgelegte Frage finden, die alle dem verlangten ein Genüge thun. Noch mehr findet dies statt, wenn mehr als drey Dinge zu einer Masse vermischt werden sollen.

§. 46.

Die Alligationsrechnung muß oft mit der Vermischungsrechnung in Verbindung angewandt werden. Es hat

Hat z. B. jemand 15löthiges und 12löthiges Silber, und will daraus 40 ℔ 14löthiges zusammenschmelzen. Es wird gefragt, wie viel er von jeder Sorte nehmen müsse? Der Vermischungsfuß ist hier das erste, was gesucht werden muß, und im gegenwärtigen Falle 2, 1. Hat man ihn gefunden, so ist das übrige bekannt. Es muß z. B. in dem Exempel genommen werden

$\frac{2}{3} \times 40$ ℔ $= 26\frac{2}{3}$ ℔ 15löthiges } Silber
$\frac{1}{3} \times 40$ ℔ $= 13\frac{1}{3}$ ℔ 12löthiges }

Die Probe macht man hier ebenfalls so, daß man sagt. Es enthalten

$26\frac{2}{3}$ ℔ 15löthiges Silber 400 Loth fein
$13\frac{1}{3}$ — 12 — — 160 — —, also

die daraus entstandenen 40 ℔ 560 Loth fein, so daß also diese Masse 14löthig ist.



Remißionsrechnung.

§. 47.

Es kann sich ereignen, daß von den verabredeten Pachtgeldern oder andern vestgesetzten Abgaben gewisse Umstände, bey den Pachtgeldern z. B. Hagelschaden, Miswachs u. d. gl. eine Erlassung nothwendig machen. Zur Vestsetzung dieser unter gewissen Umständen zu ertheilenden Remißion sind verschiedene Berechnungen nöthig, und die Art und Weise derselben wird in der Remißionsrechnung erklärt.

§. 48.

Wenn Remißion ertheilet werden soll, so muß ein wirklicher Schade an denjenigen Dingen vorhergegangen seyn, woraus dasjenige erhalten wird, an welchem man die Remißion fordert, und dieser Schade ist vor allen Dingen gehörig zu bestimmen. Von der Remißionsrechnung bey Fruchtschaden hauptsächlich zu reden, so muß dabey jedesmal erst ausgemacht seyn, wie hoch sich der erlittene Schade belaufe, d. h. was für ein Theil von dem ganzen Ertrage er sey?

§. 49.

Der ganze Ertrag ist hier offenbar der Nutzen, der aus dem Winterfelde, Sommerfelde und Brachfelde gezogen

zogen werden kann, oder in guten Jahren gezogen wird, und nach welchem die Abgaben eingerichtet sind. Hiergegen muß also jedesmal der erlittene Schade, er mag nun nur das eine oder das andere Feld, oder alle Felder zugleich betreffen, gehalten werden.

§. 50.

Bey der Schätzung des Schadens kann, wenn dieselbe von mehrern Aestimatoren vorgenommen wird, sich ereignen, daß derselbe verschiedentlich angegeben wird. In diesem Falle muß man den Durchschnitt aller Schätzungen suchen, und das Resultat als den wahren Schaden betrachten. Würde z. B. ein Schade von dem einen $\frac{1}{4}$, von dem andern auch $\frac{1}{4}$, von dem dritten aber $\frac{1}{3}$ geschätzt, so wäre das Mittel aller dieser Schätzungen $\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}}{3} = \frac{10}{12 \times 3} = \frac{5}{18}$, und dieser Schade wäre also in Anschlag zu bringen.

§. 51.

Gesetzt nun, daß das Land von einem Gute halte,

an Winterfeld 300 Morgen, und ein Morgen 6 Rthlr bringe
— Sommerfeld 200 — — — — 4 — —,
— Brachfeld 150 — — — — 2 — —;

so ist der ganze Ertrag dieses Gutes in Ansehung der Ländereyen

von dem Winterfelde 1800 Rthlr.
— — Sommerfelde 800 —
— — Brachfelde 300 —, und

also überhaupt 2900 Rthlr.

Nun entstehe ein Schade durch alle 3 Felder, und selbiger werde von drey Aestimatoren geschätzt

	von 1ten	2ten	3ten
im Winterfelde	450 Rthlr.,	450 Rthlr.,	600 Rthlr.
— Sommerfelde	400 Rthlr.,	264 Rthlr.,	350 Rthlr.
— Brachfelde	300 Rthlr.,	300 Rthlr.,	300 Rthlr.; so

ist der Schade, der in Anschlag gebracht werden kann,

im Winterfelde $\frac{1500}{3}$ Rthlr. = 500 Rthlr.
— Sommerfelde $\frac{1014}{3}$ Rthlr. = 338 Rthlr.
— Brachfelde — — — 300 Rthlr., also

der sämmtliche Schade 1138 Rthlr., oder von dem ganzen Ertrage $\frac{1138}{2900} = \frac{569}{1450}$.

§. 52.

Bis jetzt hat die nöthige Rechnung keine Schwierigkeit; allein wie soll nun die zu ertheilende Remißion berechnet werden? Soll etwa der ganze Schade ersetzt werden? Unbillig wäre dies ohnstreitig gegen den Güterbesitzer, indem er das Gut doch nicht so hoch verpachtet, als es der Pächter nutzen kann. Es ist daher billig, daß auch der Pächter einen Theil des Schadens trage, und es pflegt in den Landesgesetzen bestimmt zu werden, wie groß die

die Remißion seyn solle, wenigstens für einige Fälle. Es ist z. B.

wenn der Schade dem Ertr. gleich ist, die Remis. $\frac{3}{4}$ der Abgab.
— — — $\frac{2}{3}$ des Ertr. ist — — $\frac{1}{2}$ — —
— — — $\frac{1}{2}$ — — — — $\frac{1}{4}$ — —

und für geringere Schaden wird gar keine Remißion gegeben.

§. 53.

Wie soll man nun aber die Remißion bestimmen, wenn der Schade zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$, oder $\frac{2}{3}$ und 1 fällt? so daß die Verordnung der Landesgesetze dabey unverletzt bleibt. Wenn die vorhin angeführten Bestimmungen beybehalten werden, so kann man solches auf folgende Art thun.

Man sucht vor allen Dingen, was für ein Theil des Ertrags der erlittene Schade ist. Darauf theilet man das Ganze in so viel Theile, als der Nenner dieses Bruchs anzeigt, und schaltet zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ so viel Glieder ein, als dieser Nenner multiplicirt mit ($\frac{2}{3}$—$\frac{1}{2}$) oder mit $\frac{1}{6}$, angiebt, mit andern Worten den 6ten Theil der angenommenen Theile; zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ aber schaltet man $\frac{1}{3}$ derselben ein. Die Differenz zwischen jeden zwey jener ersten Glieder ist $\frac{1}{4}$, dividirt durch $\frac{1}{6}$ des Nenners des Bruchs, welcher das Verhältniß des Schadens gegen den Ertrag anzeigt; zwischen jeden zwey der letztgedachten Glieder aber $\frac{1}{4}$, dividirt durch $\frac{1}{3}$ des Nenners des so eben gedachten Bruchs. Auf diese Art erhält man eine

 Tabelle,

Tabelle, welche die Remißion auch für mehrere zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$, und $\frac{2}{3}$ und 1 befindliche Fälle enthält. Z. B. wenn der öfters gedachte Nenner 24 ist, so erhält man folgende Tabelle.

Schade	Remißion
$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$ des Ertrags	$= \frac{1}{4}$ der Abgaben
$\frac{13}{24}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$
$\frac{14}{24}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{2}{16} = \frac{6}{16}$
$\frac{15}{24}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16}$
$\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{4}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$
$\frac{17}{24}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{1}{32} = \frac{17}{32}$
$\frac{18}{24}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{2}{32} = \frac{18}{32}$
$\frac{19}{24}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{3}{32} = \frac{19}{32}$.
$\frac{20}{24}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{4}{32} = \frac{20}{32}$
$\frac{21}{24}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{5}{32} = \frac{21}{32}$
$\frac{22}{24}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{6}{32} = \frac{22}{32}$
$\frac{23}{24}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{7}{32} = \frac{23}{32}$
$1 = \frac{24}{24}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{8}{32} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$.

§. 54.

Wäre der Nenner des Bruchs, welcher das Verhältniß des Schadens gegen den Ertrag anzeigt, so beschaffen, daß er durch 6 dividirt, keine ganze Zahl gäbe, so könnte man den Bruch in einen solchen verwandeln, dessen Nenner unter andern aus der 6 als Factor zusammengesetzt wäre. Anstatt des Nenners 7 z. B. kann man 42 nehmen, und dann erhält man folgende Tabelle.

Schade

Schade	Remißion
$\frac{1}{2} = \frac{21}{42}$ des Ertrags	$= \frac{1}{4}$ der Abgaben
$\frac{22}{42}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$ —
$\frac{23}{42}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{2}{28}$ —
$\frac{24}{42}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{3}{28}$ —
$\frac{25}{42}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{4}{28}$ —
$\frac{26}{42}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{5}{28}$ —
$\frac{27}{42}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{6}{28}$ —
$\frac{2}{3} = \frac{28}{42}$ — —	$= \frac{1}{4} + \frac{7}{28} = \frac{1}{2}$ —
$\frac{29}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{1}{56}$ —
$\frac{30}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{2}{56}$ —
$\frac{31}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{3}{56}$ —
$\frac{32}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{4}{56}$ —
$\frac{33}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{5}{56}$ —
$\frac{34}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{6}{56}$ —
$\frac{35}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{7}{56}$ —
$\frac{36}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{8}{56}$ —
$\frac{37}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{9}{56}$ —
$\frac{38}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{10}{56}$ —
$\frac{39}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{11}{56}$ —
$\frac{40}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{12}{56}$ —
$\frac{41}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{13}{56}$ —
$1 = \frac{42}{42}$ — —	$= \frac{1}{2} + \frac{14}{56} = \frac{3}{4}$ —

§. 55.

Wenn man auf diese Art eine Tabelle oder Tabellen machen wollte, die alle nur möglichen Fälle enthielten; so

 würden

würden dieselben sehr weitläuftig werden, und ihre Verfertigung nicht ohne grosse Schwierigkeiten seyn: Man hat indeß solche Tabellen so nöthig nicht, indem man nach dem bisherigen in jedem gegebenen Falle das verlangte leicht ohne dieselben finden kann. Es sey z. B. der ganze Schade $\frac{1062}{1450}$ des Ertrags; und die zu ertheilende Remißion werde zu wissen verlangt. Man verwandele zuvörderst $\frac{1062}{1450}$ in $\frac{3207}{4350}$ nach dem vorhergehenden §. $\frac{3207}{4350}$ fällt zwischen $\frac{2}{3} = \frac{2900}{4350}$ und 1, und ist von dem $\frac{4350}{4}$ oder 1450 Gliedern, welche zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ eingeschaltet werden müssen, das 307te. Da nun die Differenz jeder zwey auf einander folgenden Glieder zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ gleich ist $\frac{\frac{1}{4}}{1450}$ $= \frac{1}{5800}$, so ist die für $\frac{1062}{1450}$ des Ertrags zu ertheilende Remißion $\frac{1}{2} + \frac{307}{5800} = \frac{3207}{5800}$ der Abgaben.

§. 56.

Wenn bekannt ist, was für ein Theil der Abgaben die Remißion ist, so ist die Remißion selbst leicht zu finden. Hätten an einer Remißion mehrere Antheil, so müßte darauf nach der Gewinn- und Verlustrechnung der Antheil eines jeden an der ganzen Remißion berechnet werden. Hiezu wird aber noch eine der §. 51 angeführten ähnliche Bestimmung des Schadens eines jeden erfordert.

In dem Exempel §. 51 wird, da $\frac{569}{1450}$ ist, gar keine Remißion ertheilt.

Berech-

Berechnung der Legitimä.

§. 57.

Unter der Legitima oder dem Pflichttheile versteht man diejenige Erbportion, welche die Kinder nach den Rechten von den Eltern fordern können, so daß sie auch selbst den Enterbten nicht entstehen kann. Es fällt dabey sogleich in die Augen, daß zur Berechnung des Pflichttheils vor allen Dingen ein dahin gehöriges Gesetz erfordert werde, und dieses ist: **Vier oder weniger Kinder bekommen ein Drittheil; fünf oder mehr Kinder aber die Hälfte der Erbschaft.**

§. 58.

Die Fälle, welche bey der Berechnung des Pflichttheils vorkommen können, sind von gedoppelter Art; es ist nemlich entweder der Pflichttheil aller Kinder, oder nur der Pflichttheil eines Kindes zu bestimmen. Findet das letzte statt, so giebt es so viel Regeln, als man Mengen erbender Kinder annehmen kann; doch lassen sich dieselben insgesammt leicht auf eine allgemeine Regel zurückbringen.

§. 59.

§. 59.

Soll nun

a der Pflichttheil aller Kinder berechnet werden; so sucht man

bey Kindern	von dem Vermögen
1, 2, 3, 4	— — — $\frac{1}{3}$
5, 6, 7, 8, 9 u. s. w.	— — $\frac{1}{2}$.

Soll aber

b der Pflichttheil eines Kindes berechnet werden, so ist derselbe

bey Kindern			von dem Vermögen
1	—	—	$\frac{1}{3}$
2	—	—	$\frac{1}{6}$
3	—	—	$\frac{1}{9}$
4	—	—	$\frac{1}{12}$
5	—	—	$\frac{1}{10}$
6	—	—	$\frac{1}{12}$
7	—	—	$\frac{1}{14}$

bey

bey Kindern			von dem Vermögen
8	—	—	$\frac{1}{16}$
9	—	—	$\frac{1}{18}$
10	—	—	$\frac{1}{20}$
11	—	—	$\frac{1}{22}$
12	—	—	$\frac{1}{24}$
13	—	—	$\frac{1}{26}$
14	—	—	$\frac{1}{28}$
15	—	—	$\frac{1}{30}$ u. s. w.

Es fliessen diese Bestimmungen zu leicht aus dem §. 57 angeführtem Gesetze zur Berechnung des Pflichttheils, als daß es nöthig seyn sollte, ihre Richtigkeit weiter zu beweisen. Merkt man sich nun noch, daß die etwa statt findenden Schulden von dem Activvermögen jedesmal vor der Berechnung des Pflichttheils abgezogen zu werden pflegen, so ist die fernere nöthige Rechnung leicht.

§. 60.

Will man für die Bestimmung des Pflichttheils Eines Kindes eine allgemeine Regel haben, so ist selbige: Man dividire das hinterlassene Vermögen, wenn nicht mehr als vier Kinder da sind, durch die Anzahl der Kinder mit 3; wenn aber mehr als vier Kinder da sind, durch die Anzahl der Kinder mit 2 multiplicirt. Durch die Anwendung dieser allgemeinen Regel auf die möglichen besondern Fälle ist die vorhergehende Tabelle entstanden.

§. 61.

§. 61.

Wie groß ist der Pflichttheil des einen von 4 Kindern, wenn das hinterlassene Vermögen 3000 Rthlr? Antwort:

$$3000 \text{ Rthlr} \times \frac{1}{12} = 250 \text{ Rthlr}.$$

Wie viel erhält ein Kind zu seinem Pflichttheile, wenn es 5 Geschwister hat, das Activvermögen 16000 Rthlr und die Schulden 3500 Rthlr sind? Antwort:

$$(16000 \text{ Rthlr} - 3500 \text{ Rthlr}) \times \frac{1}{10} = 1250 \text{ Rthlr}.$$

§. 62.

Wenn Kinder vom ersten Grade mit Kindern vom zweyten Grade concurriren, und der Pflichttheil eines Enkels bestimmt werden soll; so muß zuerst berechnet werden, wie groß die Erbschaft aller Enkel ist, und dann wird nach den bisherigen Regeln gerechnet. Erbten z. B. 3 Enkel von dem Grosvater anstatt ihres verstorbenen Vaters, und sollte der eine davon nur den Pflichttheil erhalten, so bekäme derselbe $\frac{1}{9}$ von dem Antheile seines Vaters.

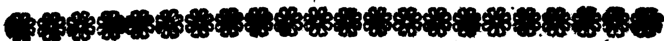
§. 63.

Bey der Berechnung des Pflichttheils bey Lehngütern findet sich noch ein Umstand, der angemerkt werden muß, und welchen Polack in dem oft angeführten Werke S. 58. 59 mit folgenden Worten beschreibet. Daferne

bey

bey Lehngütern der Pflichttheil zu berechnen ist, so kommen nur diejenigen Kinder in Berechnung, welche der Lehnssuccession fähig sind, und also bey den Feudis masculinis nur die Söhne; so daß wenn der Verstorbene 4 Söhne und 3 oder mehr Töchter, und also in allen 7 Kinder hinterlassen, wo sonst der Pflichttheil aller Kinder im Allodialvermögen die Hälfte wäre, so ist es im angezogenen Falle doch nur der dritte Theil, weil die 3 Töchter nicht gezählet werden dürfen. Und gleichwie der Pflichttheil nicht eher gerechnet wird, als nachdem vorher alle Schulden abgezogen sind; so müssen auch hier allererst die wirklichen Lehnschulden, worunter auch dasjenige gehört, was die Töchter aus den Lehngütern zu ihrer Lehnscompetenz empfangen, abgezogen werden.

Berech-



Berechnung der Quartä Falcidiä.

---

§. 64.

Wegen der Quartä Falcidiä muß dem Erben der vierte Theil der Erbschaft frey bleiben, und es fordert also der Erbe dieselbe, wenn seine Erbschaft so beschweret worden, daß er mehr als ¾ davon abgeben müßte. Dieses kann durch Legate von verschiedener Art geschehen, und da die Findung der Quartä Falcidiä selbst mit keiner Schwierigkeit verbunden ist, so kommt es hier nur darauf an, daß angezeigt werde, wie in dem Falle, wenn ein Erbe in Ansehung der Falcidiä durch Legate gravirt ist, diese Legate vermindert werden müssen, daß die Quarta Falcidia frey bleibe.

§. 65.

Wenn die Summe der Erbschaft ausgemittelt ist, so ist, wie solches nach einiger Ueberlegung in die Augen fällt, das erste was man zu thun hat, daß man bestimmt, um wie viel der Erbe gravirt sey. Hiezu ist öfters eine Reduction der gemachten Legate nöthig, welche dann größtentheils nach den Regeln der Rabattrechnung zu Stande gebracht werden kann. Weiß man, wessen der Erbe mit Recht sich weigern kann, so findet man nach sorgfältiger

Ueber-

Ueberdenkung der jedesmaligen Umstände leicht, wie die gemachten Legate wegen der Quartä Falcidiä verändert werden müssen. Die Legitima darf übrigens mit gar keinem Legate beschwert werden.

§. 66.

Eine Erbschaft von 8000 Rthlr ist mit 3 Legaten beschwert, der Erbe soll davon an A 3000 Rthlr, an B 1750 Rthlr und an C 2750 Rthlr zahlen. Es verlangt aber derselbe die Quartam Falcidiam, und es wird gefragt, wie viel A und B und C abgezogen werden müsse, damit er selbige erhalten könne?

Vermöge der Quartä Falcidiä muß der Erbe erhalten

$$\frac{1}{4} \times 8000 \text{ Rthlr} = 2000 \text{ Rthlr}.$$

Er soll aber zahlen

an A — 3000 Rthlr
— B — 1750 Rthlr
— C — 2750 Rthlr

in allem 7500 Rthlr,

und ist also vervortheilt mit 1500 Rthlr.

Er zieht also

von 3000 Rthlr, 1750 Rthlr, 2750 Rthlr } ab 1500 Rthlr, und also

Er von

von den 3000 Rthlr des A 1500 Rthlr × $\frac{2}{5}$ = 600 Rthlr
— — 1750 Rthlr — B 1500 Rthlr × $\frac{7}{30}$ = 350 Rthlr
— — 2750 Rthlr — C 1500 Rthlr × $\frac{11}{30}$ = 550 Rthlr;
und giebt also

an A die Summe 3000 Rthlr — 600 Rthlr = 2400 Rthlr
— B — — 1750 Rthlr — 350 Rthlr = 1400 Rthlr
— C — — 2750 Rthlr — 550 Rthlr = 2200 Rthlr

in Summa 6000 Rthlr.

§. 67.

Wenn der Erbe ein Kind ist, so kann er erstlich den Pflichttheil, und dann noch die Quartam Falcidiam oder Trebellianicam fordern. Die Quarta Falcidia ist aber hier nicht mehr $\frac{1}{4}$ des Erbes, sondern $\frac{1}{4}$ des Restes, nachdem der Pflichttheil abgezogen worden. Gesetzt also, daß ein Vater 6 Kinder und 30000 Rthlr hinterlasse, so darf er ein Kind, daß er zu 8000 Rthlr einsetzt, mit nicht mehr als 4125 Rthlr Legaten beschweren. Es kann nemlich dieses Kind fordern

1. den Pflichttheil, d. h. $\frac{1}{12}$ × 30000 Rthlr = 2500 Rthlr
2. die Quartam Trebellianicam
oder $\frac{1}{4}$ × (8000 Rthlr — 2500 Rthlr)
= $\frac{1}{4}$ × 5500 Rthlr = 1375 Rthlr

also in Summa 3875 Rthlr,

welche von 8000 Rthlr abgezogen obige 4125 Rthlr zum Reste lassen.

§. 68.

§. 68.

Gesetzt, daß das Legat, womit eine Erbschaft beschwert worden, ein jährliches Legat ist; so ist zur Beurtheilung, ob die Quarta Falcidia dem Erben frey bleibe, die Reduction dieses Legats auf seinen jetzigen Werth vor allen andern nothwendig. Da von der Art und Weise, wie dieselbe jedesmal anzustellen, in den Rabattrechnungen weitläuftig gesprochen worden ist, so würde es überflüßig seyn, hier mehr als ein Beyspiel anzuführen. Gesetzt also, daß der Erbe im vorhergehenden Exempel 12 Jahre lang jedes Jahr 500 Rthl. bezahlen sollte; so ergiebt sich nach den Regeln der doppelten Rabattrechnung für den jetzigen Werth der 12 Jahre hinter einander zu zahlenden 500 Rthl., 886,325 Rthl. $\times$ 5 $=$ 4431,625 Rthl. $=$ 4431 $\frac{5}{8}$ Rthl., und der Erbe wäre also mit 4431$\frac{5}{8}$ Rthl. — 4125 Rthl. $=$ 306$\frac{5}{8}$ Rthl. gravirt.

§. 69.

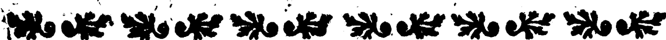
In dergleichen Fällen pflegt noch die Frage zu entstehen, wie viel also von der nach dem Testamente jährlich zu zahlenden Summe abgezogen werden müsse? Man sieht nach einiger Ueberlegung bald, daß man diese Summe finde, wenn man berechnet, wie viel jährlich gegeben werden müsse, um die ganze Summe, welche der Erbe von dem jetzigen Werthe des Legats abziehen kann, in gleichen Theilen und in den Terminen des Legats abzutra-

gen. In dem berührten Falle, z. B. dürfte man nur berechnen, wie viel man 12 Jahre hindurch am Ende eines jeden Jahres geben muß, um 306$\frac{2}{8}$ Rthlr, die man jetzt erhält, mit ihrem Zinse abzutragen. Die Regeln dieser Aufgaben sind bereits oben erklärt, und mit Beyspielen belegt worden.

§. 70.

Bisweilen soll ein Erbe einem andern ein Legat auf Lebenslang auszahlen. Wenn das ist, so muß vor allen Dingen ausgemacht werden, wie groß die Zeit der Zahlung des Legats anzunehmen sey. Von diesem Falle kann aber hier nicht ausführlich geredet werden, indem derselbe manches von dem in dem folgenden 2ten Theile abzuhandelnden voraussetzt, und er bleibt also bis dahin verschoben.

Von



Von der
Verletzung über die Hälfte.

§. 71.

Ueber die Hälfte oder enorm wird der Verkäufer verletzt, wenn er weniger als den halben Werth der Sache bekömmt, der Käufer aber, wenn er weniger als die Hälfte der Waare erhält, die er für sein Geld hätte erhalten sollen.

§. 72.

Um zu beurtheilen, ob ein Verkäufer oder ein Käufer enorm lädirt sey, muß man das, was jener für seine Waaren erhalten hat, mit ihrem wahren Werthe, und das was dieser für sein Geld erhalten hat, mit dem, was er dafür hätte erhalten sollen, oder das was er hätte geben sollen, mit dem, was er wirklich gegeben hat, vergleichen. Ist z. B. eine Sache 16 Rthlr werth, und der Verkäufer erhält dafür 8 Rthlr, so ist er um die Hälfte, erhält er aber weniger, über die Hälfte lädirt, indem $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$, hingegen $\frac{7}{16}$, $\frac{6}{16}$, $\frac{5}{16}$ u. s. w. weniger als ein halbes sind. Der Käufer hingegen ist um die Hälfte lädirt, wenn er 32 Rthlr dafür bezahlt, und über die Hälfte, wenn er noch mehr dafür giebt.

Einige Zusätze und Verbesserungen.

§. 73.

Als einen historischen Beytrag zu den 268ten bis 271ten § des 1ten Abschnitts füge ich hier noch hinzu, daß bereits Klügel im 12ten Stück des Hannöv. Magaz. v. J. 1773 den Vorschlag gethan hat, um dessen willen die in den angeführten §§ enthaltenen Rechnungen erklärt worden sind. Man hat auch eine Tabelle verfertiget, welche die dabey nöthigen Rechnungen erleichtern sollte. Ich will dieselbe hersetzen, und mein Urtheil darüber hinzufügen.

§. 74.

Jahre	Accord von 1000	Abtrag von 1000
1	952	1000
2	930	500
3	908	333
4	886	250
5	866	200

Jahre

Jahre	Accord von 1000	Abtrag von 1000
6	846	166
7	827	142
8	808	125
9	790	111
10	772	100
11	755	90
12	739	83
13	723	76
14	707	71
15	692	66
16	677	62
17	663	58
18	650	55
19	636	52
20	623	50

Jahre	Accord von 1000	Abtrag von 1000
21	610	47
22	598	45
23	586	43
24	575	41
25	564	40
26	553	38
27	542	37
28	532	35
29	522	34
30	512	33
31	503	32
32	494	31
33	485	30
34	476	29
35	468	28

Jahre

Jahre	Accord von 1000	Abtrag von 1000
36	460	27
37	452	27
38	444	26
39	436	25
40	429	25.

§. 75.

Die 2te Columne dieser Tabelle enthält, wie viel der Schuldner für 1000 zu geben im Stande ist, die dabey stehende Zahl der Jahre zeigt an, wie lange es währet, bis 1000 abgetragen sind, und die daneben stehende Zahl in der 3ten Columne zeigt an, wie viel jährlich von 1000 abgetragen wird. Daß diese Tabelle sehr unvollständig sey, fällt nach einer kurzen Betrachtung derselben in die Augen, und man überzeugt sich auch bald, daß eine vollständige Tabelle dieser Art nicht gut möglich sey. Nach der §. 269 — 271 des 1ten Abschnitts vorgeschlagenen Art sind die hier nöthigen Rechnungen kurz und leicht genug, um alle Tabellen entbehren zu können.

§. 76.

Zu § 299 des 1ten Abschnitts.

Bey der Berechnung des Portos, welches man von einer Summe, die man unbefreyt übersenden könnte, abziehen kann, weil man dieselbe frankiret, giebt es noch einen andern Anzeiger, dessen Gebrauch da, wo auf das schärfste gerechnet werden soll, vorzuziehen ist. Rechnet man nemlich, wie § 299 des 1ten Abschnitts gelehret worden, so erhält zwar der Empfänger das, was er nach eigener Bezahlung des Portos erhalten haben würde, wenn der Uebersender das Geld unbefreyt überschickt hätte; allein der Uebersender bezahlt so viel Porto nicht, als er zurück behält. Soll dieses vermieden werden, so dividirt man die zu überschickende Summe durch die Summe, wofür das Porto bestimmt ist, mit dem dafür bestimmten Porto zusammen genommen. Sollten z. B. 505 Rthlr abgesandt werden, und das Porto wäre 1 für 100, so wäre das abzuziehende $\frac{505 \text{ Rthlr}}{101} = 5$ Rthlr.

§. 77.

Betrachtet man diesen Fall genau, so ist er mit der Berechnung des Rabatts aufs 100 vollkommen überein-

stimmend,

stimmend, und eben deswegen bedarf auch die angeführte Regel keines weitern Beweises. Wie soll man nun aber in vorkommenden wirklichen Fällen rechnen, nach der Regel §. 299 des 1ten Abschnitts, oder nach der gegenwärtigen? Dies müssen die Postordnungen entscheiden. Wenn das Porto z. B. auf die Art vestgesetzt ist:

Von 1 bis 20 Rthlr Silbergeld wird das doppelte,
— 20 — 35 Rthlr — — — — dreyfache,
— 35 — 50 Rthlr — — — — vierfache Briefporto gegeben, und was über 50 Rthlr ist, es sey Gold oder Silber, wird wie 100 Rthlr bezahlt; so sieht man wohl, daß die strengen Berechnungen des Portos nichts helfen können.

§. 78.

Die Nähe der Messe hat es mir unmöglich gemacht, den gegenwärtigen 1ten Theil meiner Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst vom Anfang bis zu Ende sorgfältig wieder durchzulesen, und die eingeschlichenen Fehler alle zu bemerken. Ich behalte mir solches also vor, und bitte, folgendes vorläufig zu ändern.

S. XXXII der Vorrede Z. 7 muß statt die erste Wurzel stehen die zweyte Wurzel.

S. 89

S. 89 lese man Z. 12 anstatt 3 oder 4, 2 oder 3, und Z. 21 anstatt 8 oder 10, 4 oder 6 oder 8 u. s. w.

S. 138 muß Z. 7 anstatt 14081 Rthlr. bis 14081 Rthlr. gelesen werden 14081 Rthlr. bis 14082 Rthlr.

S. 141 steht Z. 5 von unten multiplicirt anstatt multipliciren.

S. 322 muß Z. 5 von unten 24,69 Rthlr. anstatt 24,68 Rthlr. gelesen werden.

Erklärung
verschiedener der gebrauchten Zeichen
und
Bezeichnungen.

Das Zeichen = setzt man zwischen die Grössen oder Zahlen, welche gleich sind.

Das Zeichen + (plus) zeigt an, daß die Grössen, zwischen welchen es steht, zusammenaddirt werden sollen; z. B. 3 Rthlr + 6 Rthlr + 9 Rthlr zeigt an, daß man die Summe von 3 Rthlr und 6 Rthlr und 9 Rthlr oder 18 Rthlr finden soll.

Das Zeichen — (minus) zeigt an, daß die Grösse, vor welcher es steht, von derjenigen, die vorhergeht, abgezogen werden soll; z. B. 6 Rthlr — 3 Rthlr heißt, es sollen 3 Rthlr von 6 Rthlr abgezogen werden.

Anm. Wenn aber die Zeichen + und — vor Zahlen stehen, mit welchen man eine andere Zahl oder eine Grösse multipliciren oder dividiren soll; so zeigt + an, daß man diese Zahl oder Grösse selbst, — aber, daß man ihr gleiches Gegentheil multipliciren oder dividiren soll. S. die Vorrede S. XXVII u. f.

Das Zeichen $\times$ oder $\cdot$ setzt man vor die Zahl, mit welcher man eine andere Zahl oder eine Grösse multipliciren soll. So heißt 6 Rthlr $\times$ 4, daß man 6 Rthlr viermal zu nehmen habe. Werden mehrere Multiplicatoren durch das Zeichen $\times$ oder $\cdot$ verbunden, so ist der Sinn davon, daß man mit denselben nach einander die Multiplication anstellen soll. Z. B. 6 Rthlr $\times 4 \times 6 \times 2$ heißt: Es sollen 6 Rthlr viermal genommen, dies Product (24 Rthlr) mit 6, und das hiedurch erhaltene (144 Rthlr) noch mit 2 multiplicirt werden; so daß also 6 Rthlr $\times 4 \times 6 \times 2 = 288$ Rthlr ist.

Bezeichnungen wie folgende $\frac{6}{3}$, 6 : 3 zeigen an, daß die Zahl oder Grösse über — oder vor : durch die Zahl unter — oder hinter : dividirt werden soll, und in den angeführten soll also 6 durch 3 dividirt werden. Wenn unter dem Striche — mehrere Zahlen durch $\times$ verbunden stehen, so soll die obere Zahl oder Grösse durch dieselben nach und nach dividirt werden. $\frac{6}{2 \times 4 \times 3}$ z. B. heißt: Es soll 6 durch 2, und was herauskommt (3) durch 4, und dieser Quotient ($\frac{3}{4}$) durch 3 dividirt werden, so daß also $\frac{6}{2 \times 4 \times 3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ ist.

Wenn vor einem Bruche oder Anzeiger das Zeichen $\times$ oder $\cdot$ steht, so zeigt dasselbe an, daß man mit dem Zähler multipliciren und mit dem Nenner dividiren solle; steht aber das Divisionszeichen drüber oder davor, so soll man

man mit dem Zähler dividiren und mit dem Nenner multipliciren. So heißt also 6 Rthlr. $\times \frac{3}{4}$, 6 Rthlr. mit 3 multiplicirt, und das kommende Product (18 Rthlr.) mit 4 dividirt; $\frac{8 \text{ Rthlr.}}{\frac{3}{4}}$ oder aber 8 Rthlr. : $\frac{3}{4}$ zeigt an, daß man 8 Rthlr. mit 4 multipliciren und das Product (32 Rthlr.) mit 3 dividiren soll.

Wenn verschiedene Zahlen oder Grössen in einer Parenthese stehen, so bezieht sich das Zeichen vor der Parenthese auf alle in derselben befindliche Zahlen oder Grössen. 8 Rthlr. $\times (3 + 4 - 2)$ heißt also 8 Rthlr. mit 3, ferner 8 Rthlr. mit 4, und 8 Rthlr. mit 2 multiplicirt, und dann 24 Rthlr. und 32 Rthlr. zusammenaddirt, und davon 16 Rthlr. abgezogen; oder 3 und 4 zusammenaddirt, von der Summe 2 abgezogen, und mit dem Reste 5 die 8 Rthlr. multiplicirt.

Die kleinen Zifern oberhalb zur Rechten bey Zahlen, zeigen an, daß man die Zahlen, bey welchen sie stehen, zu einer Dignität erheben soll. 8^6 z. B. heißt 8 zur 6ten Dignität erhoben; $\frac{21^5}{20^5}$ heißt die 5te Dignität von 21 durch die 5te Dignität von 20 dividirt. Andere zeigen dies leztere auf folgende Art an $\left(\frac{21}{20}\right)^5$.

L. bedeutet Logarithme, und zwar so, daß die Zahl, wovon der Logarithme gedacht werden soll, dabey gesetzt wird. L. 65 heißt also der Logarithme von der Zahl 65. Wenn L. 6 × 4 × 8 u. d. gl. gesetzt worden ist, so soll das den Logarithmen des Products von 6 × 4 × 8 anzeigen. Man schreibt dies sonst gewöhnlich L. (6 × 4 × 8).

Das Zeichen = ist bey den Anzeigern oft so gebraucht worden, daß es sich blos auf den Anzeiger bezieht. Z. E. S. 44 steht 5 pr. C. $\times \frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}} = \frac{6}{5}$, wodurch also nicht gesagt werden soll, daß $5 \times \frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}}$ so viel als $\frac{6}{5}$ sey, sondern nur, daß $\frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}} = \frac{6}{5}$.



Inhalt

Inhalt des ersten Theils.